

自适应时序模型在地下工程位移预报中的应用

孙星亮^{1,2} 汪 稔¹

(¹中国科学院武汉岩土力学研究所 武汉 430071)

(²石家庄铁道学院土木分院地下工程系 石家庄 050043)

摘要 自适应时序模型的基本原理就是将自适应滤波理论应用于自回归时序 AR(n)模型中。该模型在一定程度上根据量测数据和估计结果自行调整模型参数,通过递推算法自动地对模型参数加以修正,使其接近某种最佳值,即便在尚不完全掌握序列特性的情况下也能得到满意的结果。通过对山东龙口洼里煤矿一回采巷道金属支架的收敛位移和北京地铁王一东区间隧道北正线中洞断面收敛位移进行自适应建模,预报结果表明,此方法可行,预报结果也令人满意。

关键词 地下工程,自适应时序模型,递推算法,收敛位移,预报

分类号 TU 454

文献标识码 A

文章编号 1000-6915(2004)09-1465-05

APPLICATION OF SELF-ADAPTIVE TIME SERIES MODEL TO DISPLACEMENT FORECAST IN UNDERGROUND ENGINEERING

Sun Xingliang^{1,2}, Wang Ren¹

(¹Institute of Rock and Soil Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071 China)

(²Shijiazhuang Railway Institute, Shijiazhuang 050043 China)

Abstract The principle of self-adaptive time series model is introducing filter theory to time series analysis. The self-adaptive time series model can, to some extent, modulate model parameters according to the input and output data, and adjust them to its optimal values in some statistical conditions through the iterative algorithm. The satisfying forecasting results may be obtained even if only part of the statistical properties is known, which is proved by two examples of modeling and forecasting of the convergent displacements of tunnels. The presented model is also useful to forecast the stability of surrounding rock and support structure of tunnels.

Key words underground engineering, self-adaptive time series model, iterative algorithm, convergent displacement, forecast

1 前言

采用新奥法施工的隧道工程中,监控量测是必不可少的。施工人员根据隧道周边位移的发展情况,可以判断隧道的稳定性和支护结构参数的合理性^[1-3],从而促使地下结构设计更合理,并使工程

施工达到安全、经济的目的。

另外,人们在用量测到的位移数据进行围岩参数反分析和隧道稳定性分析中,往往需要对量测数据的发展趋势进行预报,通常人们采用常规回归分析的方法来反映位移规律的平均值^[4]。实际上影响围岩位移发展的因素多而复杂,如围岩参数的显著离散性、施工开挖对围岩的扰动等,现场量测到的

2002 年 9 月 30 日收到初稿,2002 年 12 月 18 日收到修改稿。

作者 孙星亮 简介:33 岁,1993 年毕业于石家庄铁道学院隧道与地下工程专业,1996 年获西南交通大学桥梁与隧道工程专业工学硕士学位,现为中科院武汉岩土力学研究所博士研究生、副教授,主要从事地下工程围岩稳定性方面的教学与科研工作。E-mail: sun.x.l@163.com。

数据就是随时间波动的随机位移序列。常规回归分析的方法不能全面反映量测值的离散性和随机波动性。用时间序列分析的方法来研究这些现场量测数据是较好的方法，这方面已经取得了一些成果^[5-7]。但一般的时间序列分析方法和建模是在大量量测数据获得之后进行的，而且这种“成批”处理方式难以适应非平稳或统计特性“时变”的序列。

本文采用的自适应时序模型在一定程度上根据量测数据(输入)和估计结果(输出)自行调整模型参数，并随着量测数据的陆续采集，通过递推算法自动地对模型参数加以修正，使其接近某种最佳值，即便在尚不完全掌握序列特性的情况下也能得到满意的结果。递推是从某种预定的初始条件开始的，尽管这种条件不可能符合各种具体情况，然而，在平稳的场合，经过若干次迭代后可以得到某一统计意义下的最优解。在非平稳的情况下，递推算法因具有“跟踪”性能，使结果能跟随输入数据统计特性的变化而变化(不过这种变化不能太快)。

由于应用递推算法，自适应模型的参数在每次迭代中都要加以修正，因此，参数和输入数据是有关的，也就是说自适应模型是非线性的。可以用于自回归时序 AR(n)模型的递推算法主要有：基于 Wiener 滤波理论的方法、基于 Kalman 滤波理论的方法和最小二乘递推算法等^[8,9]。由于最小二乘递推算法(简称 RLS 算法)的收敛速度和算法的鲁棒性都比前二者好，所以，这里采用最小二乘递推算法。

2 自适应时序模型的基本原理

2.1 基本原理

简单地说，自适应时序模型的原理就是将自适应滤波理论应用到 n 阶时序 AR(n)模型中，得到 AR(n)模型参数估计的递推算法。

设一个 n 阶自回归时序，它的参数 $\mathbf{j}(t)$ 是量测数据在 $1 \leq i \leq t$ 范围内模型的最小二乘意义下的最优解。 i 时刻模型的预报误差为

$$\mathbf{e}(i) = \mathbf{x}(i) - \mathbf{j}^T(t) \mathbf{x}_n(i-1) \quad (1 \leq i \leq t) \quad (1)$$

其中，

$$\mathbf{j}(t) = [\mathbf{j}_1(t), \mathbf{j}_2(t), \dots, \mathbf{j}_n(t)]^T$$

$$\mathbf{x}_n(i-1) = [x(i-1), x(i-2), \dots, x(i-n)]^T$$

设 $i < 1$ 时的数据为零，最小二乘的性能指标是使下式之值为最小，即

$$\mathbf{G}(t) = \sum_{i=1}^t \mathbf{b}(t, i) \mathbf{e}^2(i) \quad (2)$$

式中： $\mathbf{b}(t, i)$ 为遗忘因子，且

$$0 < \mathbf{b}(t, i) < 1 \quad (i = 1, 2, \dots, t) \quad (3)$$

其作用是可使建模过程更好地适应非平稳情况下数据统计特性的变动。通常取指数形式因子为

$$\mathbf{b}(t, i) = I^{t-i} \quad (i = 1, 2, \dots, t) \quad (4)$$

式中： I 为近于 1 的正常数($I = 1$ 为无限记忆，即通常的最小二乘法)。指数加权遗忘因子为

$$\mathbf{G}(t) = \sum_{i=1}^t \mathbf{b}(t, i) \mathbf{e}^2(i) \quad (5)$$

由 $\partial \mathbf{G} / \partial \mathbf{j} = 0$ 可以得出确定最小二乘意义下最优 $\mathbf{j}(t)$ 的正规方程为

$$\mathbf{N}(t) \mathbf{j}(t) = \mathbf{M}(t) \quad (6)$$

式中： $\mathbf{N}(t)$ 为 $n \times n$ 相关阵， $\mathbf{M}(t)$ 为 $n \times 1$ 互关阵。并有

$$\mathbf{N}(t) = \sum_{i=1}^t I^{t-i} \mathbf{x}_n(i-1) \mathbf{x}_n^T(i-1) \quad (7)$$

$$\mathbf{M}(t) = \sum_{i=1}^t I^{t-i} \mathbf{x}_n(i-1) \mathbf{x}(i) \quad (8)$$

把式(7)求和中的 $i = t$ 的项单独分开，则有

$$\mathbf{N}(t) = I \mathbf{N}(t-1) + \mathbf{x}_n(t-1) \mathbf{x}_n^T(t-1) \quad (9)$$

式中： $\mathbf{x}_n(t-1) \mathbf{x}_n^T(t-1)$ 起修正项的作用。类似有

$$\mathbf{M}(t) = I \mathbf{M}(t-1) + \mathbf{x}_n(t-1) \mathbf{x}_n^T(t-1) \quad (10)$$

为了计算式(6)中的 $\mathbf{j}(t)$ ，需要求相关阵 $\mathbf{N}(t)$ 的逆，为便于计算，令 $\mathbf{P}(t) = \mathbf{N}^{-1}(t)$ ，则有^[8]

$$\mathbf{P}(t) = I^{-1} \mathbf{P}(t-1) - I^{-1} \mathbf{K}(t) \mathbf{x}_n^T(t-1) \mathbf{P}(t-1) \quad (11)$$

其中，

$$\mathbf{K}(t) = \frac{I^{-1} \mathbf{P}(t-1) \mathbf{x}_n(t-1)}{1 + I^{-1} \mathbf{x}_n^T(t-1) \mathbf{P}(t-1) \mathbf{x}_n(t-1)} \quad (12)$$

由式(10)和(11)，可以得到模型的最小二乘意义下的最优参数解为

$$\mathbf{j}(t) = \mathbf{j}(t-1) + \mathbf{K}(t) \mathbf{a}(t) \quad (13)$$

式中： $\mathbf{a}(t)$ 为新息，定义为

$$\mathbf{a}(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{j}^T(t-1) \mathbf{x}_n(t-1) \quad (14)$$

式(14)右边卷积项是根据 $t-1$ 时刻的 $\mathbf{f}(t)$ 对 $\mathbf{x}(t)$ 所作的“旧的”最小二乘估计, 所以, $\mathbf{a}(t)$ 也称为先验估计误差, 一般来说, 它和后验估计误差是不同的。后验估计误差为

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{f}^T(t)\mathbf{x}_n(t-1) \quad (15)$$

最小二乘法加权误差平方和由下面的递推公式计算为

$$\mathbf{G}_{\min}(t) = \mathbf{I}\mathbf{G}_{\min}(t-1) + \mathbf{a}(t)\mathbf{e}(t) \quad (16)$$

至此, 得到了 n 阶时序在最小二乘意义下的自适应递推公式, 即式(11)~(14)。它的一个重要特点是把 $N(t)$ 的矩阵求逆化成在每一步中进行简单的标量除法运算。式(16)用来计算自适应时序模型的误差平方和。把上述计算过程编制成计算机程序就可以对量测到的位移进行预报了。

2.2 自适应时序模型的初始化

自适应算法递推式(11)中初始的 $\mathbf{P}(0)$ 应当保证 $N(t)$ 是非奇异的。较简单的做法是对 $N(t)$ 作些修正, 即取

$$N(t) = \sum_{i=1}^t \mathbf{I}^{-i} \mathbf{x}_n(i-1)\mathbf{x}_n^T(i-1) + d\mathbf{I} \quad (17)$$

式中: d 为小的正常数, \mathbf{I} 为 $n \times n$ 单位阵。这样, 就保证了初始的 $N(t)$ 为非奇异的。这种修正只在递推开始起作用, 不影响以后的递推。

2.3 量测位移序列非线性判定及遗忘因子 I 的选取

在自回归时序 AR(n) 模型参数估计递推算式中的遗忘因子 I , 它的作用是使建模过程更好地适应数据统计特性的变动, 反映了位移序列的非线性程度。 I 值越接近于 1, 表明序列越接近线性, 反之, 序列的非线性程度越高。在对某一实测位移序列进行自适应建模之前, 必须判定其非线性程度。较常用的方法主要有条件期望估计法和二阶非线性估计法^[9]。这里采用条件期望估计法对量测数据序列进行非线性判定, 以便合理地选取遗忘因子 I 之值。

条件期望估计法就是用数据 x_1, x_2, \dots, x_T 求 $E(x_i|x_{i-j})$ 的估计。具体做法如下:

把数据 x_1, x_2, \dots, x_T 的取值范围等分成 L 个区间, 各区间的中点记为 y_1, y_2, \dots, y_L 。设 x_1, x_2, \dots, x_{T-j} ($j=1, 2, \dots$) 中有 T_1 个落入第 1 个区间, 记为 $x_{t_1^{(1)}-j}, x_{t_2^{(1)}-j}, \dots, x_{t_{T_1}^{(1)}-j}$, 令

$$\hat{m}_j(y_1) = \hat{E}(x_i|x_{i-j} = y_1) = \frac{1}{T_1} \sum_{k=1}^{T_1} x_{t_k^{(1)}} \quad (18)$$

上式是 $m_j(y_1) = E(x_i|x_{i-j} = y_1)$ 的估计。类似地,

若 $x_{t_1^{(2)}-j}, x_{t_2^{(2)}-j}, \dots, x_{t_{T_2}^{(2)}-j}$ 落入第 2 个区间内, 则用这些 $x_{t_k^{(2)}}$ 平均得 $\hat{m}_j(y_2)$ 。以此类推, 得到 $\hat{m}_j(y_1), \hat{m}_j(y_2), \dots, \hat{m}_j(y_L)$ 。把这些估计值画在以 y_1, y_2, \dots, y_L 为横坐标的图上, 看这些点是否呈直线形状, 或用线性回归的检验方法, 判定 $m_j(y)$ 的线性特性, 从而判断量测数据的线性特性。

一般要求 $L \geq 5$, 且每个区间内数据的数目不少于 5, 其结论才比较可信。

3 位移预报实例

3.1 煤矿回采巷道金属支架位移预报

山东龙口洼里煤矿某回采巷道金属支架为“U”型, 如图 1 所示。每天定时量测 1, 12 两测点间的收敛位移 d_{1-12} , 量测了 51 d, 共有 51 个数据, 见表 1。

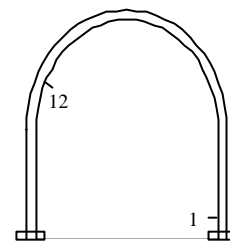


图 1 测点布置

Fig.1 Arrangement of measuring points

利用前述数据序列非线性判断方法, 对 d_{1-12} 位移序列进行非线性检验。图 2 为 $j=1, 2, 3$ 时的 $\hat{m}_j(y_i) - y_i$ 曲线。从图 2 可以看出, d_{1-12} 收敛位移序列表现为非线性, 可取 $I = 0.9$ 进行自适应计算。

为了检验自回归时序 AR(n) 模型的预报精度, 将表 1 中的最后 5 个数据不参与建模, 并将预报结果与此 5 个实测数据作对比。 d_{1-12} 收敛位移序列的自适应时序模型的拟合阶数为 3, 自适应时序模型预报值与实测值列于表 2。

从表 2 可以看出, 自适应时序模型能更好地跟踪位移数据的变化, 主要是因为自适应递推过程中根据数据参数能不断进行调整。图 3 为位移数据自回归时序 AR(3) 模型参数 j_1, j_2 和 j_3 在建模过程中随递推过程的变化曲线。由于在判断围岩稳定性和围岩参数反分析时采用的是总位移, 所以, 更关心预报结果的累计位移和实测累计位移是否相符。5 个未参与建模的位移数据总和为 2.33, 自适应时序模型预报结果的总位移为 2.27, 误差仅为 2.6%。

表 1 金属支架收敛位移 d_{1-12}

Table 1 Convergent displacements of d_{1-12} for steel bracket

时间/d	d_{1-12}/mm	时间/d	d_{1-12}/mm	时间/d	d_{1-12}/mm
1	0.60	18	-0.15	35	0.29
2	1.11	19	-0.27	36	0.73
3	0.86	20	-0.34	37	0.66
4	-0.77	21	-0.54	38	0.72
5	-0.58	22	-0.26	39	0.13
6	-1.23	23	-0.10	40	0.28
7	-0.90	24	-0.16	41	0.15
8	-0.63	25	-0.23	42	0.30
9	-0.51	26	-0.55	43	0.36
10	-0.33	27	-0.05	44	0.23
11	-0.74	28	-0.25	45	0.51
12	-0.57	29	-0.47	46	0.76
13	-0.12	30	-0.06	47	0.39
14	-0.77	31	-0.02	48	0.86
15	-0.95	32	0.39	49	0.48
16	-0.74	33	0.31	50	0.26
17	-0.02	34	-0.13	51	0.34

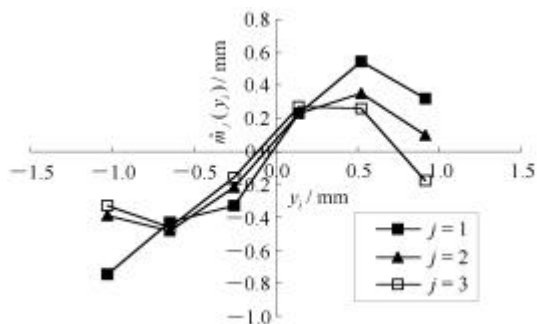


图 2 支架位移 $\hat{m}_j(y_i) - y_i$ 曲线

Fig.2 Relationship between $\hat{m}_j(y_i)$ and y_i of bracket displacement series

表 2 预报值与实测值对比

Table 2 Comparison between forecasted results and measured displacements mm

实测值	预报值
0.39	0.35
0.86	0.75
0.48	0.50
0.26	0.35
0.34	0.32

3.2 地铁区间隧道断面收敛位移的预报

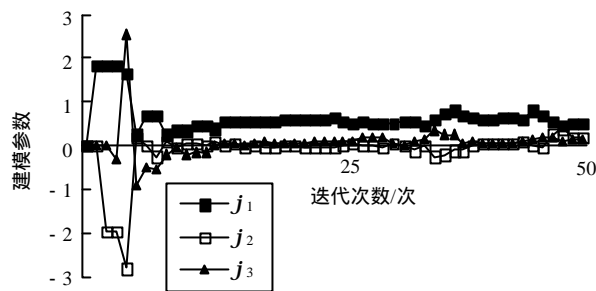


图 3 模型参数在建模过程中的变化曲线

Fig.3 Variation of model parameters during modeling procedure

作者曾用自回归时序 AR(n)模型对北京地铁王—东区间隧道北正线中洞断面 B207+81 两拱脚间测线的收敛位移进行建模和位移预报, 预报结果与实测位移相差较大, 原因在于实测位移序列没有良好的统计特性, 呈现一定程度的非线性。表 3 列出了隧道两拱脚测线的收敛位移。每天量测 1 次, 量测了 46 d, 共有 46 个数据。

表 3 两拱脚测线的收敛位移

Table 3 Convergent displacements of arch cambers

时间/d	收敛位移 /mm	时间/d	收敛位移 /mm	时间/d	收敛位移 /mm
1	0.89	17	3.21	33	0.21
2	1.23	18	4.51	34	0.02
3	1.63	19	4.35	35	0.05
4	1.85	20	3.80	36	0.08
5	2.28	21	3.95	37	0.32
6	1.98	22	4.06	38	0.60
7	2.51	23	1.44	39	0.82
8	2.39	24	1.53	40	1.61
9	0.95	25	0.01	41	1.85
10	2.56	26	0.03	42	1.74
11	2.84	27	-0.40	43	2.37
12	2.94	28	0.31	44	2.63
13	4.33	29	-0.35	45	1.82
14	4.37	30	0.10	46	1.92
15	2.94	31	0.31		
16	4.46	32	0.08		

为了检验上述收敛位移的非线性特性, 图 4 给出了该位移序列的条件期望估计值与区间中点的曲线。

从图 4 可以看出, 此位移序列表现出一定的非线性特性, 仍取遗忘因子 $I = 0.9$ 即可。为了检验模型的预报精度, 同样, 最后 5 个数据不参与建模,