

# 钙质砂的耦合变形机制与本构关系探讨\*

孙吉主 汪 稔

(中国科学院武汉岩土力学研究所岩土力学重点实验室 武汉 430071)

**摘要** 针对低应力水平下钙质砂的颗粒破碎现象具有特殊性,分析了围压对钙质土颗粒破碎的影响,揭示其变形过程的力学机制;然后考虑钙质土的颗粒破碎与滑移两种变形机制的耦合作用,并分别采用损伤模型和边界面模型予以描述。理论计算与试验结果吻合较好。

**关键词** 颗粒破碎, 损伤, 耦合作用, 边界面

**分类号** TU 441<sup>+</sup>.4

**文献标识码** A

**文章编号** 1000-6915(2002)08-1262-04

## 1 引言

钙质土广泛分布于南纬 30°和北纬 30°之间的热带海洋中,由于特殊的沉积环境和组成,导致其工程力学性质与一般陆相、海相沉积物相比有明显差异,如其颗粒破碎特性就不符合经典土力学理论<sup>[1]</sup>。目前,国内外对钙质土土力学的研究都处于试验数据的处理和定性分析阶段,尚未建立完整的应力-应变理论,也难以对实际工程进行合理有效的指导<sup>[2~5]</sup>。由于国土利用和海洋开发的需要,对钙质土力学性质的深入研究具有重要的理论价值和实际意义。

钙质土以塑性变形为主,弹性变形几乎可以忽略,并且在低应力水平就有颗粒破碎,因此本文应用能模拟低应力水平下塑性变形的边界面塑性理论描述其滑移变形,同时用损伤模型描述其颗粒破碎特性,钙质土的本构关系是二者耦合作用的结果,最后用试验数据验证了理论模型的良好性能。

## 2 变形机制

与普通陆源砂相比,钙质砂的变形具有自己的特点,如图 1, 2 是其三轴排水剪切试验资料。

从图 1 可见,随着围压的升高,试验所达到的

有效主应力比  $(s_1 / s_3)_{\max}$  降低,土体从应变软化型过渡到应变硬化型,应力峰值对应的轴向应变也相应增大。但不论围压如何,试样都在轴应变

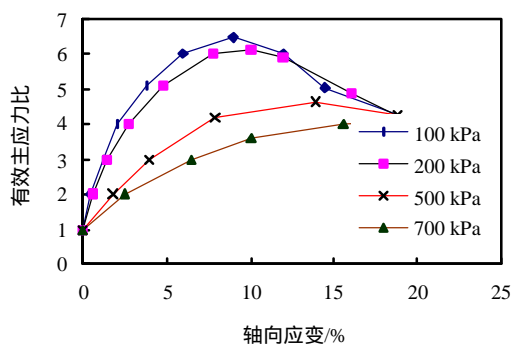


图 1 有效主应力比-轴向应变曲线

Fig.1 Effective principal stress ratio and axial strain

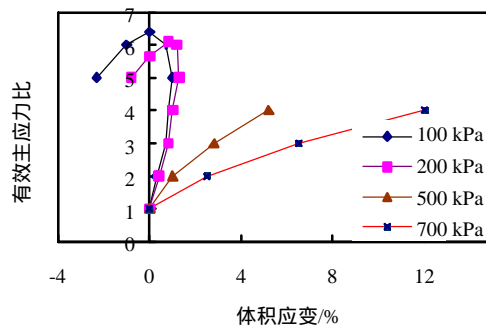


图 2 有效主应力比-体应变曲线

Fig.2 Effective principal stress ratio and volumetric strain

2000 年 10 月 17 日收到初稿,2000 年 12 月 26 日收到修改稿。

\* 国家九·五攻关课题资助项目(97-926-03-02)。

作者 孙吉主 简介:男,31 岁,1999 年于同济大学地下建筑与工程系岩土工程专业获博士学位,现为中国科学院武汉岩土力学研究所博士后,主要从事土动力学与地基抗震方面的研究工作。

$e_a = 20\%$ 附近达到相近的  $s_1/s_3$  值，称之为临界应力比，在此状态后，曲线成几近平行于  $e_a$  轴发展。图 2 中曲线明显地分为 2 类：(1) 曲线型，表示低围压时，变形类似于常规无粘性颗粒材料的剪胀过程；(2) 直线型，表示高围压时，其变形类似于松砂的剪缩过程，体变随有效主应力比近直线形增大。

钙质砂在不同围压下的应力-应变关系存在着明显区别，究其原因在于其特殊的物理性质。钙质砂的颗粒物质成分为强度较低的碳酸钙，加之其颗粒形状的不规则，使其在较低围压下也产生颗粒破碎现象。在围压很低时加载，钙质砂颗粒破裂极少，土体变形以颗粒的相对错动滑移为主，与普通剪胀性土无甚差别；随着围压的增加，颗粒破碎逐渐增多，由破碎引起的剪缩变形量也相应增加，同时未破裂颗粒仍然要产生滑移变形，只是剪胀性越来越小，二者耦合作用的结果是钙质砂硬化反应增加，应力峰值对应的轴向应变比普通土要大得多，应力-应变关系向硬化型过渡。由于钙质砂的最终摩擦角与围压关系不大，即土体的临界状态面相同，所以图 1 应力-应变曲线向相近的临界应力比  $s_1/s_3$  值趋近，继而产生塑性流动。

### 3 本构理论模型

为了简便起见，本文在二维应力空间(平均应力  $p$ 、偏应力  $q$ )建立模型，并只考虑理想排水情况，以下应力均表示有效应力。

#### 3.1 边界面模型

在  $p$ - $q$  应力空间中选取边界面为一椭圆<sup>[6]</sup>如图 3 所示，椭圆与正  $p$  轴交于点  $A(p_0, 0)$ ，顶点在临界状态线(斜率为  $M$ )上，中心点是  $(p_0/R, 0)$ ，边界面解析式如下：

$$F = p^2 + \frac{(R-1)^2}{M^2} q^2 - \frac{2p_0}{R} p + \frac{2-R}{R} p_0^2 \quad (1)$$

根据文[7]边界面总的增量本构关系为

$$d\beta = B(\mathbf{e}_p - \langle L \rangle n_p) \quad (2)$$

$$d\beta = 3G(\mathbf{e}_q - \langle L \rangle n_q) \quad (3)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} L &= \frac{Bn_p \mathbf{e}_p + 3Gn_q \mathbf{e}_q}{H + Bn_p^2 + 3Gn_q^2} \\ H &= H_b + \frac{1+e_0}{1-k} \frac{d}{p_0-d} h p \left( \frac{h_p - h}{M} \right) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

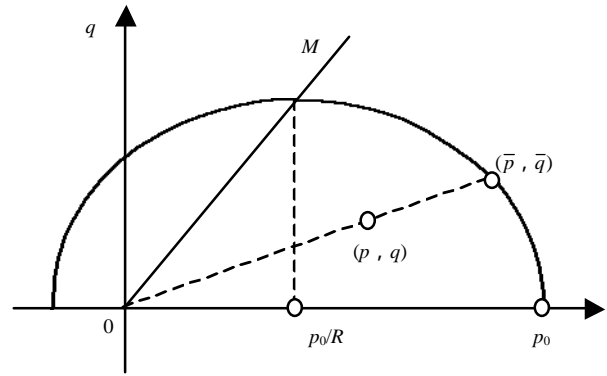


图 3 边界面与映射规则

Fig.3 The bounding surface and mapping rule

式中： $H, H_b$  为实际与边界塑性模量； $d$  为应力点与其像之间的距离； $l, k$  为等压固结线及回弹线斜率； $h$  为硬化模量； $h, h_p$  分别为应力比及其最大值； $n_p, n_q$  分别为边界面外法线单位向量的分量。

从定义知：临界状态是所有应力和孔隙比的最终状态，它控制了边界面的演化，在塑性流动过程中边界面总是包围了当前应力状态，其演化依赖于塑性体应变。边界面顶点的位置可由通过  $(e, p)$  的回弹线与临界状态线相交得到：

$$p_0 = A_0 R e^{\left( \frac{\bar{A} - e - k \ln p}{1-k} \right)} \quad (5)$$

式中： $e, p, A_0$  分别为当前孔隙比、平均压力和单位压力； $G$  为单位压力时的临界孔隙比。边界面随着塑性体应变的增减而扩张或收缩。

#### 3.2 损伤本构关系

钙质砂是一种脆性材料，在较低应力水平就发生颗粒破碎现象，假设颗粒一维强度分布函数满足 Weibull 分布  $W(m, e_0)$ ：

$$f(\mathbf{e}) = \frac{m}{e_0} \left( \frac{\mathbf{e}}{e_0} \right)^{m-1} e^{-\left( \frac{\mathbf{e}}{e_0} \right)^m} \quad (6)$$

式中： $m$  为颗粒强度的均质度， $e_0$  为 Weibull 分布参数。

假定钙质砂颗粒变形遵守广义虎克定律，破坏时符合 Mises 屈服准则，在二维应力作用下损伤参量为

$$w = \int f(x) dx = 1 - e^{-\left[ \frac{e_1 - (1-2m)s_3/E}{e_0} \right]^m} \quad (7)$$

钙质砂颗粒伴随损伤发生的塑性变形很小，视其为理想脆性材料，根据三维线弹性各向同性损伤理论<sup>[8,9]</sup>，偏应变和体应变的损伤本构关系为

$$q = f(\mathbf{e}_q) = \frac{3E}{2(1+n)}(1-w)\mathbf{e}_q \quad (8)$$

$$p = g(\mathbf{e}_p) = \frac{E}{3(1-2n)}(1-w)\mathbf{e}_p \quad (9)$$

式中： $E$ ， $n$  分别为弹性模量、泊松比。

### 3.3 钙质砂的耦合应力-应变模型

钙质土与普通土的区别在于粒径较大、易碎，在载荷作用下，颗粒之间相对滑移，同时颗粒本身的损伤变形、破裂也不可忽视。假设前者与普通土类似并符合界面模型(式(2)，(3))，后者满足损伤本构关系(式(8)，(9))，它们共同承担了外载荷的作用，钙质砂的宏观变形是二者耦合后作用的结果。钙质砂总的应力-应变关系表示为

$$\mathbf{e}_q^B = \frac{\phi^B}{f} + \frac{\phi^B}{3G} + \langle L \rangle n_q \quad (10)$$

$$\mathbf{e}_p^B = \frac{p^B}{g'} + \frac{p^B}{B} + \langle L \rangle n_p \quad (11)$$

### 3.4 模型表现

施加一个应变增量，用式(10)，(11)即可得到模型的应力增量响应。选用表 1 的材料参数(在很低围压下，忽略颗粒破碎，拟合试验数据可首先得到界面模型参数，再拟合较高围压下的试验结果得到损伤模型参数)，进行排水偏应力加载直到临界破坏，初始孔隙比  $e_0 = 1.20$ ，理论计算结果如图 4。

表 1 模型参数

Table 1 Material parameters

损伤模型			界面模型						
$E/\text{MPa}$	$n$	$e_0$	$M$	$K$	$M$	$I$	$p$	$h$	$G$
23.4	0.2	0.15	2	0.005	1.5	0.11	2.0	4.0	1.45

图 4 中曲线是不同围压下的理论计算结果，从图中可以看出：随着围压的增加，模型逐渐呈现刚性反应，峰值应力比减小，但残余应力比相近；围压很小时，模型表现出一定的剪胀性，围压增加时剪缩明显，总体上理论与试验结果吻合较好。

## 4 结 语

由于颗粒破碎的影响，钙质土的应力-应变特性与普通陆源砂差别很大，用常见的单一弹塑性本构关系难以描述，原因是钙质土在变形过程中伴随有颗粒破碎。本文将钙质土的颗粒破碎与滑移两种

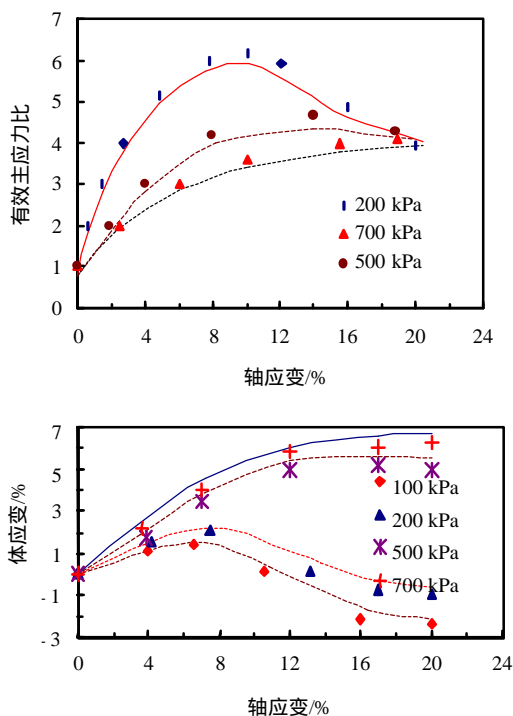


图 4 不同围压下理论模型预测与试验结果

Fig.4 Predicted and experimental results at various confining pressures

变形机制同时研究，并分别采用损伤模型和界面模型予以表述，理论计算与试验结果吻合较好，因此本文用化整为零的方法研究钙质土的变形特性不失为一种有益的探索。由于海洋载荷的复杂性和钙质土的特殊组成，钙质土的耦合变形机制及其力学模型有待进一步研究。

## 参 考 文 献

- 汪 稔, 宋朝景, 朱长歧等. 南沙群岛珊瑚礁工程地质[M]. 北京: 科学出版社, 1997
- 刘崇权. 钙质土土力学理论及其工程应用[博士学位论文][D]. 武汉: 中国科学院武汉岩土力学研究所, 1999
- 刘崇权, 汪 稔, 吴新生. 钙质砂物理力学性质试验中的几个问题[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, 18(2): 209 ~ 212
- 刘崇权, 单华刚, 汪 稔. 钙质土工程特性及桩基工程[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, 18(3): 331 ~ 335
- 虞海珍. 循环荷载作用下钙质砂动力特性的试验研究[硕士学位论文][D]. 武汉: 中国科学院武汉岩土力学研究所, 1999
- Dafalias Y F, Herrmann L R. A bounding surface soil plasticity model[A]. In: Pande G N, Zienkiewicz O C ed. Proc. of Int. Sym. on Soils under Cyclic and Transient Loading[C]. Swansea: A. A. Balkema, 1980, 335 ~ 345

- 7 孙吉主. 软土的界面广义塑性理论及其工程应用研究[博士学位论文][D]. 上海: 同济大学, 1999
- 9 唐春安. 岩石破裂过程中的灾变[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1993
- 8 谢和平. 岩石·混凝土损伤力学[M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 1990

## STUDY ON COUPLING DEFORMATION MECHANISM AND CONSTITUTIVE RELATION FOR CALCAREOUS SAND

Sun Jizhu , Wan Ren

( <sup>1</sup> Key Laboratory of Rock and Soil Mechanics , Institute of Rock and Soil Mechanics ,  
The Chinese Academy of Sciences , Wuhan 430071 China)

**Abstract** Granule failure of calcareous sand is very special at low stress level. The effect of confining pressure on granule failure is analyzed and its deformation mechanism discussed. Further the coupling interaction of failure and slide is studied for calcareous sand. The interaction is described by damage model and bounding surface model , respectively. Computation shows that there is good agreement between numerical simulation and test results.

**Key words** granule failure , damage model , coupling interaction , bounding surface

### 相关科研成果简介

#### 综放工作面煤层注水技术

该项目对煤层注水湿润煤体的机理、注水工艺参数、封孔工艺参数及注水自动化控制装备进行了全面的研究，提出了相关的数学模型。在注水工艺上研制出一套由流量、压力传感器、比例控制阀、计算机、泵、液压系统等组成的煤层注水全自动智能化控制系统与装备。采用了石膏水泥砂浆封水平孔，解决了水泥砂浆收缩漏水的问题；并在钻孔间距、布孔方向、孔深等注水参数上提出了相应的研究方法。该套技术工艺参数系统完善，装备设计先进合理，功能性强，具有良好的应用前景。

联系人：山东省兖州矿业集团有限公司兴隆庄煤矿席京德，邮编 272102，电话 0537-3874409。

(摘自《科学技术研究成果公报》，2001，(2)：7~7)

#### 高温超压测试技术

该项成果主要用于对压力为 100 MPa、温度达 200 ℃ 的油气藏进行高温超压井测试技术的研究。该测试工艺满足地质勘探的要求，地面测控系统测量的参数为温度、压力、流量、H<sub>2</sub>S、CO<sub>2</sub> 等，精度高于 0.1%，数据采集准确可靠；所建立的测试管柱力学分析模型，能够为高温超压测试的优化设计和安全施工提供科学依据，计算结果满足高温超压、深水、恶劣海况；高温超压测试资料解释符合率在 90% 以上。该项成果已在东方 1-1-11 高温高压井进行了 3 个层位的测试，整个测试作业期间系统运行可靠，测量数据精确稳定，安全监测全面、合理。

联系人：湛江市坡头区 11 号信箱陈锡泉，邮编 524057，电话 0579-3900588。

(摘自《科学技术研究成果公报》，2001，(2)：9~9)