

文章编号: 1000 - 7598 - (2006) 02 0184 05

# 悬臂排桩支护结构空间变形分析

许锡昌, 陈善雄, 徐海滨

(中国科学院武汉岩土力学研究所, 武汉 430071)

**摘 要:** 以矩形基坑悬臂排桩支护结构为研究对象, 通过分析现场实测数据和数值计算, 归纳出了冠梁和支护桩的空间变形模式, 建立了整个支护系统的能量表达式。利用最小势能原理, 推导了基坑中部桩顶最大位移的解析解, 分析了各主要支护参数对该位移的影响。研究表明, 桩顶最大位移随坡顶超载和桩间距的增大基本呈线性增大趋势; 当嵌固深度系数逐渐增大时, 桩顶最大位移也逐渐增大, 但趋势渐缓; 基坑长度对其影响也较大, 当基坑长度超过一定数值后, 最大位移值趋于稳定。最后利用所得的研究成果对某基坑进行了验证, 并与现场实测结果进行了对比, 计算结果能够满足工程要求。

**关 键 词:** 深基坑; 悬臂排桩支护; 最小势能原理; 空间变形分析; 桩顶最大位移

中图分类号: TU 443 文献标识码: A

## Spatial deformation analysis of cantilever soldier pile retaining structure in deep foundation pit

XU Xi-chang, CHEN Shan-xiong, XU Hai-bin

(Institute of Rock and Soil Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China)

**Abstract:** According to a lot of field tests and numerical efforts, the spatial deformation mode of the top beam and pile is deduced for the cantilever soldier pile retaining structure in rectangular excavation; and the expression of the potential energy is derived for the total supporting system. Based on the principle of minimum potential energy, a new analytic solution to determine the maximum displacement of the pile head is derived; and the effects of the retaining structural parameters on the maximum displacement are discussed. Results show that the maximum displacement of the pile head increases with the increase of the surcharge and the spacing of the pile linearly. When the excavation length increases to a critical length, the maximum displacement will be a constant. In addition, the coefficient of the embedded depth of the pile has an dramatic effect on the maximum displacement. Finally, the result obtained from the proposed approach is compared with field tests and elastic resistance method.

**Key words:** deep foundation pit; cantilever soldier pile retaining structure; principle of minimum potential energy; spatial deformation analysis; maximum displacement of pile head

## 1 引 言

随着基坑开挖深度的加深和周边环境的复杂化, 以强度和稳定性控制相结合为特征的传统设计方法已不能满足目前的支护要求。变形控制设计作为支护设计的发展方向, 已引起了众多岩土工程师的关注<sup>[1,2]</sup>, 其主要特点是能事先对基坑本身和周边建(构)筑物的安全做出评价, 并在施工过程中随着监测信息的采集对设计方案进行及时调整, 而进行变形控制设计的重要前提是空间变形分析。

目前支护结构内力与变形分析的主要方法有杆系有限元法、变形协调法、变分法和连续介质有限

元法等。杆系有限元法是国家强制性规范和一些地方规定的推荐方法<sup>[3,4]</sup>, 一般进行平面计算, 不考虑冠梁作用, 但对排桩支护结构来说, 冠梁能起到协调支护系统刚度、增加整体稳定性的作用, 在设计过程中将其作为安全储备而不加以考虑, 将造成资金的浪费。对排桩-冠梁的协同作用进行的弹性地基梁的分析结果表明, 冠梁对桩顶位移有明显的约束作用<sup>[5]</sup>。有些学者提出了考虑冠梁作用的支护桩简化计算方法, 同样也发现支护桩与冠梁之间存在明显的协同作用, 且越靠近坑角越显著<sup>[6]</sup>。舒文超<sup>[7]</sup>利用势能驻值原理, 推导了水泥土搅拌桩——压顶梁支护结构的空间变形表达式。

收稿日期: 2005-03-04

修改稿收到日期: 2005-07-26

作者简介: 许锡昌, 男, 1972 年生, 博士, 主要从事土与结构物相互作用方面的研究。E-mail: xcxu@whrsm.ac.cn

本文以矩形基坑悬臂排桩支护结构为研究对象，利用势能驻值原理推导桩顶最大位移的解析表达式分析各主要支护参数对空间变形的影响。

## 2 支护结构的变形与受力模式

### 2.1 冠梁

大量的实测数据和数值计算结果表明，冠梁变形具有明显的空间效应<sup>[8,9]</sup>。在矩形基坑拐角处，冠梁水平位移较小或不发生位移，最大值出现在基坑中部，简化变形模式可用图 1 表示。

基坑开挖后，冠梁在基坑拐角处有较大的转角，产生弯曲和扭转，可将拐角处假定为固定支座，属约束扭转问题。

冠梁变形曲线可表示为

$$\delta = \delta_0 \sin \frac{x}{l} \pi \quad (1)$$

式中  $\delta$  为距离基坑拐角  $x$  处冠梁的位移； $\delta_0$  为基坑中部冠梁向基坑内的位移，也是基坑中部桩顶的位移； $l$  为基坑边长。

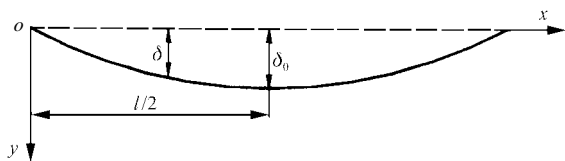


图 1 冠梁变形模式简化图  
Fig.1 Sketch of deformation mode for top beam

### 2.2 支护桩

排桩的变形呈上大下小的三角形模式，最大位移一般出现在桩顶附近，随着开挖深度的加深，顶部位移越来越大，简化变形模式如图 2 所示，变形曲线用式 (2) 表示<sup>[7-9]</sup>。

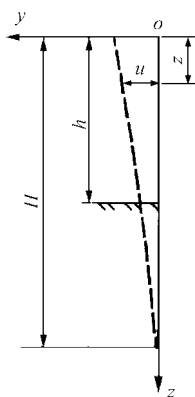


图 2 排桩变形模式简化图  
Fig. 2 Sketch of deformation mode for soldier pile

$$u = \frac{\delta_0}{2} \sin \frac{\pi}{l} x \left( 1 + \cos \frac{\pi}{H} z \right) \quad (2)$$

式中  $u$  为桩在距离基坑拐角  $x$  处深度为  $z$  时向坑内的位移； $H$  为支护桩桩长。

支护桩主要承受桩后土压力、冠梁对支护桩提供的水平力、弯矩以及扭矩等，本文只考虑支护桩的弯曲问题，而不考虑由冠梁产生的扭转效应。

## 3 土压力模式

土压力模式的选取对基坑变形分析的影响很大，大量的监测数据表明支护桩的位移直接影响到土压力的分布和大小。在笔者所能检索到的国内外文献中，尚未发现考虑桩体位移和土体参数的土压力解析表达式，多为考虑桩体位移的经验公式。

文[10]采用水平微分单元法，研究了极限状态下刚性挡墙后黏性填土中主、被动土压力分布的解析解，并将其推广到基坑过程中，现介绍如下：

主动土压力（见图 3）：

$$p_a = K_a \left\{ q \left( \frac{H-z}{H} \right)^{a_a K_a - 1} + \frac{\gamma(H-z)}{a_a K_a - 2} \left[ 1 - \left( \frac{H-z}{H} \right)^{a_a K_a - 2} \right] - \frac{b_a}{a_a K_a - 1} \left[ 1 - \left( \frac{H-z}{H} \right)^{a_a K_a - 1} \right] \right\} \quad (3)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} K_a &= \frac{m_a \sin(\theta_{acr} - \varphi)}{\cos(\theta_{acr} - \varphi - \delta_z) \tan \theta_{acr}}; \\ a_a &= \frac{\cos(\theta_{acr} - \varphi - \delta_z) \tan \theta_{acr}}{\sin(\theta_{acr} - \varphi) \cos \delta_z}; \\ b_a &= [\tan \theta_{acr} + \cot(\theta_{acr} - \varphi)]c + c' \tan \theta_{acr} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$m_a$  为主动土压力系数的放大系数，理论上与支护桩位移和土质有关，由于只考虑极限状态，因此不考虑桩体位移； $\theta_{acr}$  为主动破裂角； $\varphi$  为基坑土体的内摩擦角； $\delta_z$  为土体与排桩的摩擦角； $c$  为土体的黏聚力； $c'$  为土体与排桩的黏聚力。

被动土压力（见图 3）：

$$p_p = K_p \left\{ \frac{\gamma(H-h-z)}{a_p K_p - 2} \left[ 1 - \left( \frac{H-h-z}{H-h} \right)^{a_p K_p - 2} \right] + \frac{b_p}{a_p K_p - 1} \left[ 1 - \left( \frac{H-h-z}{H-h} \right)^{a_p K_p - 1} \right] \right\} \quad (5)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} K_p &= \frac{m_p \sin(\theta_{pcr} + \varphi)}{\cos(\theta_{pcr} + \varphi + \delta_z) \tan \theta_{pcr}}; \\ a_p &= \frac{\cos(\theta_{pcr} + \varphi + \delta_z)}{\sin(\theta_{pcr} + \varphi) \cos \delta_z}; \\ b_p &= [\tan \theta_{pcr} + \cot(\theta_{pcr} + \varphi)]c + c' \tan \theta_{pcr} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$m_p$  为被动土压力系数的放大系数，理论上与支护桩位移和土质有关，本文只考虑极限状态，因此不考虑桩体位移； $\theta_{pcr}$  为被动破裂角。

由于土体达到主动极限状态所需要的位移远远小于达到被动极限状态所需要的位移，所以需对被动土压力进行折减，建议取 0.75。

### 4 变形分析方法

假定某基坑开挖影响范围内土体为黏性均质土， $q$  为坡顶超载。令  $h/H = \lambda$ ， $\lambda$  为嵌固深度系数。土压力分布形式如图 3 所示，支护桩间距为  $s$ 。

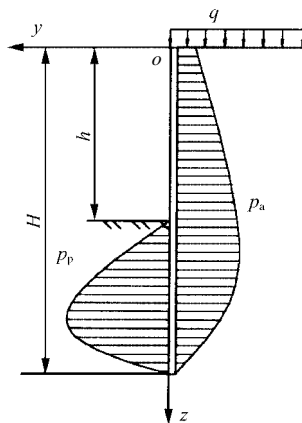


图 3 土压力及计算几何参数图

Fig.3 Earth pressure and geometrical parameters

支护结构系统总势能包括冠梁弯曲应变能、冠梁自由扭转应变能以及支护桩弯曲应变能和主、被动土压力外势，具体表达式分别为

冠梁弯曲应变能：

$$U_{gb} = \frac{1}{2} \int_0^l E_g I_{gz} y''^2 dx = \frac{\pi^4 E_g I_{gz}}{4l^3} \delta_0^2 \quad (7)$$

式中  $E_g I_{gz}$  为冠梁抗弯刚度。

冠梁自由扭转应变能：

$$U_{gt} = \frac{1}{2} \int_0^l \frac{M_t^2}{GI_t} dx = \frac{\pi^4 G_g I_{gt} l}{4H^4} \delta_0^2 \quad (8)$$

式中  $G_g I_{gt}$  为冠梁抗扭刚度。

支护桩弯曲应变能：

$$U_z = \frac{1}{2} E_z I_{zx} \sum_{j=1}^n \int_0^H \left[ \frac{1}{2} \delta_0 \sin \frac{\pi}{n} j \left( 1 + \cos \frac{\pi}{H} z \right) \right]^2 dx dz = \frac{\pi^4 E_z I_{zx} l}{32H^3 s} \delta_0^2 \quad (9)$$

式中  $E_z I_{zx}$  为支护桩抗弯刚度。

主动土压力外势：

$$U_{pa} = - \int_0^H \int_0^l p_a \left[ \frac{\delta_0}{2} \sin \frac{\pi}{l} x \left( 1 + \cos \frac{\pi}{H} z \right) \right] dx dz \quad (10)$$

为便于积分，用  $u = \delta_0 \sin(\pi x/l)(1 - z/H)$  代替式(2)所示的支护桩变形曲线，将式(3)代入式(10)，积分后得：

$$U_{pa} = - \frac{2Hl\delta_0}{\pi} \frac{K_a}{a_a K_a + 1} \left( q + \frac{\gamma H}{3} - \frac{b_a}{2} \right) \quad (11)$$

被动土压力外势：

$$U_{pp} = \int_0^{H-h} \int_0^l 0.75 p_p \left[ \delta_0 \left( 1 - \lambda - \frac{z}{H} \right) \sin \frac{\pi}{l} x \right] dx dz = \frac{3l\delta_0}{2\pi} \int_0^{H-h} p_p \left( 1 - \lambda - \frac{z}{H} \right) dz \quad (12)$$

将式(5)代入式(12)，积分整理后，得：

$$U_{pp} = \frac{3l\delta_0 H}{2\pi} (1 - \lambda)^2 \frac{K_p}{a_p K_p + 1} \left[ \frac{\gamma H}{3} (1 - \lambda) + \frac{b_p}{2} \right] \quad (13)$$

所以，系统总势能表达式为

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{\pi^4 E_g I_{gz}}{4l^3} \delta_0^2 + \frac{\pi^4 G_g I_{gt}}{4H^4} \delta_0^2 + \frac{\pi^4 E_z I_{zx} l}{32H^3 s} \delta_0^2 - \\ & \frac{2l\delta_0}{\pi} \frac{K_a H}{a_a K_a + 1} \left( q + \frac{\gamma H}{3} - \frac{b_a}{2} \right) + \\ & \frac{3l\delta_0}{2\pi} \frac{K_p H (1 - \lambda)^2}{a_p K_p + 1} \left[ \frac{\gamma H}{3} (1 - \lambda) + \frac{b_p}{2} \right] \end{aligned} \quad (14)$$

由势能驻值定理，对式(14)取  $\frac{\partial \Pi}{\partial \delta_0} = 0$ ，得：

$$\begin{aligned} \delta_0 = & \frac{1}{\frac{\pi^5}{4} \left( \frac{E_g I_{gz}}{l^4} + \frac{G_g I_{gt}}{H^4} + \frac{E_z I_{zx}}{8H^3 s} \right)} \cdot \\ & \left\{ \frac{K_a}{a_a K_a + 1} \left( q + \frac{\gamma H}{3} - \frac{b_a}{2} \right) H - \right. \\ & \left. \frac{3}{4} \frac{K_p}{a_p K_p + 1} \left[ \frac{\gamma H}{3} (1 - \lambda) + \frac{b_p}{2} \right] (1 - \lambda)^2 H \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

将主、被动土压力公式中的参数代入式(15)，并假设主、被动土压力系数的放大系数相等，命名

为  $m$ ，式(15)简化后得：

$$\delta_0 = \frac{1}{\pi^5 \left( \frac{E_g I_{gz}}{l^4} + \frac{G_g I_{gt}}{H^4} + \frac{E_z I_{zx}}{8H^3 s} \right)} \left( \frac{m \cos \delta_z}{m + \cos \delta_z} \right) H \cdot \left\{ 4K_{at} \left( q + \frac{\gamma H}{3} - \frac{b_a}{2} \right) - 3K_{pt} \left[ \frac{\gamma(1-\lambda)H}{3} + \frac{b_p}{2} \right] (1-\lambda)^2 \right\} \quad (16)$$

即为桩顶最大位移  $\delta_0$  的解析解，式中

$$\left. \begin{aligned} K_{at} &= \frac{\sin(\theta_{acr} - \varphi)}{\cos(\theta_{acr} - \varphi - \delta_z) \tan \theta_{acr}} ; \\ K_{pt} &= \frac{\sin(\theta_{per} + \varphi)}{\cos(\theta_{per} + \varphi + \delta_z) \tan \theta_{per}} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

### 5 影响基坑变形的因素分析

为便于分析，假定某基坑开挖范围内土质均匀，为一般黏性土，主要参数如下： $\gamma=18 \text{ kN/m}^3$ ， $c=21 \text{ kPa}$ ， $\varphi=12^\circ$ ， $\delta_z=9^\circ$ ， $c'=14 \text{ kPa}$ 。表 1 和表 2 分别给出了土压力参数和支护参数。

表 1 土压力计算参数

Table 1 Parameters for earth pressure calculation

类别	计算参数			
	$a_a(a_p)$	$b_a(b_p) / \text{kPa}$	$K_a(K_p)$	$m$
主动土压力	1.694	68.695	0.59	1.25
被动土压力	0.559	43.682	1.85	1.25

表 2 支护结构参数

Table 2 Parameters of retaining structure

支护结构	支护参数					
	桩径(宽) / m	间距 / m	高(桩长) / m	混凝土强度等级	抗弯刚度 / $10^5 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$	抗扭刚度 / $10^4 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$
围护桩	0.8	1.0	12	C30	6.03	
冠梁	1.0	0.6		C30	15	1.83

影响桩顶最大位移  $\delta_0$  的因素很多，本文主要研究嵌固深度系数  $\lambda$ 、基坑长度  $l$ 、超载  $q$  和桩间距  $s$  因素对  $\delta_0$  的影响。参数取值如下： $\lambda=0.5$ ， $q=20 \text{ kPa}$ ， $l=40 \text{ m}$ ， $s=1.0 \text{ m}$ 。图 4~7 分别给出了各参数对  $\delta_0$  的影响规律。

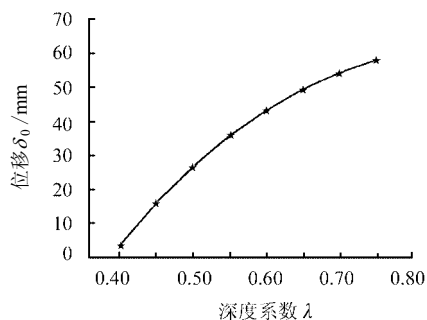


图 4 桩顶最大位移  $\delta_0$  与  $\lambda$  关系曲线

Fig.4 Relationship between  $\delta_0$  vs. embedded depth  $\lambda$

从图 4 可以看出，当  $\lambda$  逐渐增大时， $\delta_0$  随  $\lambda$  增大而增大，但增加趋势减缓； $\lambda$  越大，表明支护桩嵌固长度越小，基坑变形也越大。从图 5 可以看出，基坑边长存在临界长度，具有空间效应现象，当  $l$  小于临界长度时， $\delta_0$  受  $l$  影响较大；当超过临界长度后， $\delta_0$  受  $l$  影响较小。从图 6 可以看出， $\delta_0$  随超载  $q$  变化基本呈线性增加趋势，说明  $q$  对  $\delta_0$  影响较大，式(16)中的  $q$  是  $\delta_0$  的线性函数亦说明了这一点。从图 7 可以看出， $\delta_0$  随  $s$  增大呈线性增大趋势，受其影响较大，在设计过程中应慎重选取。

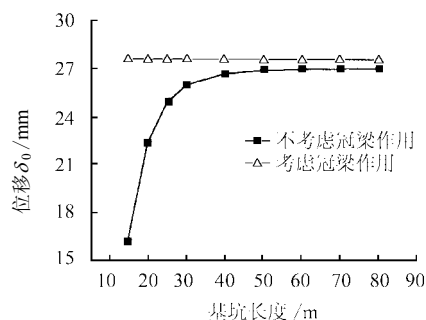


图 5 桩顶最大位移  $\delta_0$  与  $l$  关系曲线

Fig.5 Relationship between  $\delta_0$  vs. excavation length  $l$

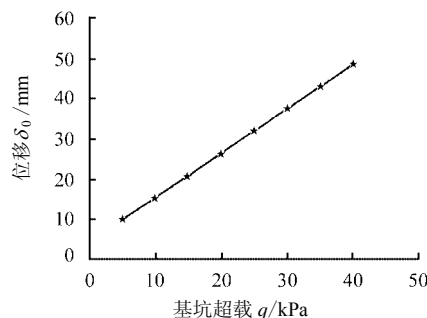


图 6 桩顶最大位移  $\delta_0$  与超载关系曲线

Fig. 6 Relationship between  $\delta_0$  vs. surcharge  $q$

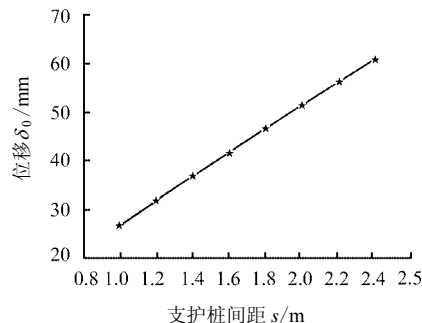


图 7 桩顶最大位移  $\delta_0$  与支护桩间距关系曲线

Fig.7 Relationship between  $\delta_0$  vs. spacing of the piles  $s$

### 6 工程实例

北京医院急诊室工程<sup>[11]</sup>：基坑深 8.4 m，各土

层加权平均后  $\gamma = 19.5 \text{ kN/m}^3$ ,  $c = 18 \text{ kPa}$ ,  $\varphi = 25^\circ$ ,  $q = 15 \text{ kPa}$ 。支护概况: 钻孔灌注桩支护, 桩径为  $0.8 \text{ m}$ , 桩距为  $1.5 \text{ m}$ , 插入深度为  $4.4 \text{ m}$ , 桩顶在自然地面下  $2 \text{ m}$ ; 冠梁尺寸:  $1.0 \text{ m} \times 0.6 \text{ m}$ 。计算结果见表 3。从表 3 可以看出, 与实测结果相比, 本文方法可应用于工程实际, 而弹性抗力法(采用朗肯土压力, 三角形分布)计算结果远远大于实测结果和本文方法, 说明本文方法在计算悬臂支护桩变形方面是可行的。

**表 3 本文公式和实测结果以及弹性抗力法的对比**  
**Table 3 Comparison of the above mentioned approach and in-situ results**

对比参数	方法		
	本文方法	弹性抗力法	实测结果
变形/mm	20.4	63.0	10.0

注: 桩长  $10.8 \text{ m}$ , 基坑长按  $40 \text{ m}$  考虑。

## 7 结 论

(1) 桩嵌固深度系数  $\lambda$  对  $\delta_0$  的影响较大。当嵌固深度逐渐减小时桩顶最大位移逐渐增大, 但趋势逐渐变缓;

(2) 基坑长度  $l$  存在临界值。当  $l$  小于该值时,  $\delta_0$  受其影响较大; 当  $l$  大于该值时,  $\delta_0$  几乎不再受其影响;

(3) 超载  $q$  和桩间距  $s$  对桩顶最大位移  $\delta_0$  的影响较大, 基本呈线性增长关系;

工程实例验证了本文方法是可行的。

## 参 考 文 献

- [1] 张钦喜, 孙家乐, 刘柯. 深基坑锚拉支护体系变形控制设计理论与应用[J]. 岩土工程学报, 1999, 21(2): 161—165.  
ZHANG Qin-xi, SUN Jia-le, LIU Ke. Principle and application of deformation control design for retaining structure in deep excavation[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1999, 21 (2): 161—165.
- [2] 李云安, 葛修润, 张鸿昌. 深基坑工程变形控制与有限元数值模拟分析[J]. 地质与勘探, 2001, 37(5): 73—76.  
LI Yun-an, GE Xiu-run, ZHANG Hong-chang. Deformation control of deep excavation engineering and analysis of numerical simulation with finite element method[J]. *Geology and Prospecting*, 2001, 37(5): 73—76.
- [3] JGJ 120—99, 建筑基坑支护技术规程[S].
- [4] DB42—2004, 深基坑工程技术规定[S].
- [5] 何建明, 白世伟. 深基坑桩排——压顶梁支护结构协同作用研究[J]. 岩土力学, 1997, 18(3): 41—46.  
HE Jian-ming, BAI Shi-wei. Study of cooperative action between row of piles and ring beam for deep foundation pit supporting structure[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 1997, 18 (3): 41—46.
- [6] 高印立. 考虑压顶梁空间效应的简化计算[J]. 岩土力学, 1999, 20(2): 76—80.  
GAO Yin-li. Simplified analysis of retaining piles considering spatial effect of ring beam[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 1999, 20 (2): 76—80.
- [7] 舒文超. 水泥搅拌桩——压顶梁支护结构空间变形分析[J]. 岩土力学, 2003, 24(4): 557—560.  
SHU Wen-chao. Analysis of spatial deformation for cement mixing piles-ring beam supporting structure[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2003, 24 (4): 557—560.
- [8] 刘兴旺, 益德清, 施祖元. 基坑开挖地表沉降理论分析[J]. 土木工程学报, 2000, 33(4): 51—55, 60.  
LIU Xing-wang, YI De-qin, SHI Zu-yuan. Theoretical analysis of surface settlement during excavation[J]. *China Civil Engineering Journal*, 2000, 33(4): 51—55, 60.
- [9] 俞建霖, 龚晓南. 深基坑工程的空间性状分析[J]. 岩土工程学报, 1999, 21(1): 21—25.  
YU Jian-lin, GONG Xiao-nan. Spatial behavior analysis of deep excavation[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1999, 21 (1): 21—25.
- [10] 许锡昌. 土压力问题与基坑变形分析[博士学位论文 D]. 武汉: 中国科学院武汉岩土力学研究所, 2004.  
XU Xi-chang. Earth pressures and deformation analysis of deep excavation [Ph. D. Thesis, D]. Wuhan: Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 2004.
- [11] 余志成, 施文华. 深基坑支护设计与施工[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1997.