

文章编号: 1000-7598-(2005)06-0873-04

准各向同性裂隙岩体中有效动弹性参数 与弹性波速关系的研究

王宏图¹, 李晓红¹, 杨春和², 胡国忠¹, 贾剑青¹, 薛占新¹

(1. 重庆大学 西南资源开发及环境灾害控制工程教育部重点实验室, 重庆, 400044; 2. 中国科学院武汉岩土力学研究所, 武汉 430071)

摘 要: 从弹性波在介质中传播的特点和弹性波法在岩体工程中的实际应用情况方面, 分析了弹性波在含裂隙岩体介质中的传播特征。将岩体中裂隙呈随机分布的裂隙岩体似为准各向同性裂隙岩体, 根据能量平衡原理、岩石断裂力学理论和卡氏最小功能定理(Castiglano's theorem), 确定了准各向同性裂隙岩体的有效动弹性参数(\bar{E} 、 $\bar{\nu}$ 、 \bar{G})与裂隙密度参数(X_v)的数学关系。在此基础上, 根据各向同性介质中传播的弹性波理论, 建立了准各向同性裂隙岩体中弹性波速(\bar{V}_p 、 \bar{V}_s)和 \bar{V}_p/\bar{V}_s 与裂隙密度参数(X_v)之间的关系。理论研究表明, 在此裂隙岩体中, 有效动弹性参数和弹性波速与裂隙密度参数之间相互的关系均近似成倒数函数的非线性关系; 裂隙密度参数增加, 有效动弹性模量(\bar{E})也减少, 弹性波速(\bar{V}_p 、 \bar{V}_s)也减小; 在裂隙密度参数较小时, 此裂隙岩体的有效弹性模量和弹性波速随裂隙密度参数的变化较大, 说明裂隙体的有效弹性参数和弹性波速对裂隙体非常敏感。

关键词: 准各向同性裂隙岩体; 弹性波速; 有效动弹性参数; 裂隙密度参数中图分类号: TU 459⁺.3

文献标识码: A

The influence of cracks on the propagation properties of elastic waves in quasi-isotropic cracked rock masses

WANG Hong-tu¹, LI Xiao-hong¹, YANG Chun-he², HU Guo-zhong¹, JIA Jiang-qing¹, XUE Zhan-xin¹

(1. Key Lab for the Exploitation of Southwestern Resources & the Environmental Hazard Control Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China; 2. Wuhan Institute of Rock and Soil Mechanics, Wuhan 430071, China)

Abstract: According to the characteristic of elastic waves propagation in medium and the application of elastic wave method in rock mass engineering, the paper has analyzed the characteristic of elastic waves propagation in cracked rock masses. It has put out the relationship of effective dynamic parameters of elasticity (\bar{E} , $\bar{\nu}$, \bar{G}) and crack density parameters, according to the principle of energy balance, rock rupture mechanics and Castiglano's theorem, by looking the cracked mass with random cracks as quasi-isotropic cracked mass. On this basis, and through the theory of elastic wave propagation in isotropic medium, it has made out the relationship between the elastic wave velocity and crack density parameters. The theoretical research has shown that, in this kind of cracked rock masses, it will be nonlinear relationships between the effective dynamic parameters of elasticity and wave velocities and the crack density parameter; and with the increase of crack density parameter, the effective dynamic modulus of elasticity and the elastic wave velocities decrease; and at the same time, when the crack density parameter is very small, the effective dynamic modulus of elasticity and the elastic wave velocities change with the crack density parameter much more, which has explained the sensitivity of effective elastic parameters and elastic wave velocities to cracked rock masses.

Key words: quasi-isotropic cracked mass; wave velocities; effective dynamic parameter; crack density parameter

1 前言

无论是岩体还是组成岩体的岩石介质都是一种很复杂的地质体, 在其内部总存在非均匀分布的

孔隙、裂隙、节理、或是有一定规律的层理等非连续性结构或结构面, 使岩体在微观上表现出非均匀性, 或者在宏观上表现出各向异性。对于这样一种介质体, 它的力学特性、弹性波传播特性等都是很

收稿日期: 2005-03-08

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(50334060)、国家自然科学基金项目(5047025)、重庆市自然科学基金和重庆大学大学生创新基金

作者简介: 王宏图, 男, 1959年生, 博士, 现任教授、博士生导师, 主要从事矿山工程力学和矿山安全技术工程等方面的科研和教学工作。

Email: HTWang@cqu.edu.cn.

复杂的。弹性波在岩石介质中传播时,不仅要受到介质本身的密度、孔隙率和各种微结构等内部因素的影响^[1,2],同时还要受到温度、湿度和外荷载等外部因素的影响^[3-9],而且外部因素是通过内部因素来影响弹性波在介质中的传播特性的。在诸多的影响因素中,岩石中的裂隙(或裂纹)是最直接、最突出的影响因素之一^[10],弄清弹性波在含裂纹岩石介质中的传播特性是弹性波理论应用于现场研究岩体特性的关键。其研究有利于指导隧道及地下工程围岩松动范围的探测。

2 准各向同性弹性岩石介质中的弹性波传播特征

2.1 准各向同性岩石介质

对于由同种介质组成的岩体,如果孔隙、裂隙在岩体中分布均匀或者说是随机分布,并且受节理、层理等其它非连续性结构面影响较小,在岩石力学和岩体工程的分析中,通常将这种岩体视为准各向同性介质体。在准各向同性的岩体中,由于裂隙(或微裂隙)的存在,将会改变原岩体介质的基本性质,使岩体介质的弹性常数、介质密度、弹性波波速、振幅等发生变化,尽管这时的裂隙体已不同于无裂隙体,但仍然可以用理想介质中弹性波的理论来分析^[11]。一个含裂纹的岩体介质尽管内部裂纹是随机地分布,但从波的传播特性来研究,如果裂纹介质中各微小单元的波阻抗 ρv 值相等或相近,同时各方向的波速值相等或相近,则可认为含裂纹的介质为均匀各向同性体。

2.2 裂隙岩体中的弹性波传播特征

在实际工程检测中,所采用的是脉冲波,它对介质体所施加的压力是瞬时的,且作用力很小。故检测用的脉冲波的能量是难以引起岩石介质进入塑性变形状态的。所以,从波的角度讲,绝大多数的情况下,岩体可视为弹性体,在岩体中传播的波即为弹性波。

弹性波在裂隙体中传播时,将要产生反射、折射、散射和绕射,其传播形式视弹性波的波长与裂隙线性尺寸而定。当波长 λ 大于裂隙的线性尺寸时,弹性波将透射过裂纹传播,这时对于弹性波的传播来说,有裂隙介质与无裂隙介质对弹性波传播的影响基本一样;当波长 λ 小于裂隙的线性尺寸时,弹性波遇裂隙时将要发生反射、散射和绕射,产生波迹的改变,首波为以最速线的形式从波源传播到接收点的波,这时,波的传播形式将以绕射传播形式为主。由于绕射的视距离增加,传播行程的时间增

长,使波的速度减小。对于所研究的岩体或含裂纹的岩体,由于用于检测的弹性波的频率一般在几十 kc 到几百 kc,因此,均认为它的波长小于裂隙的线性尺寸。

对于粘弹介质或高阻尼介质,波的视波速度受频率的影响较大^[12],而对于一般作为弹性体来研究的岩体,受波的频率影响较小。频率对波速的影响只是在其较低时对饱水的并有较高孔隙率的岩石才有一定影响;随着频率增加,其影响逐渐减小直到没有影响;对于干燥岩石,频率基本上对波速没有影响^[13]。由于在实际中所采用的检测频率一般在几十 kc 到几百 kc,所以研究中可以不考虑频散的影响。

3 准各向同性裂隙岩体中的有效弹性参数和裂隙密度参数

由于弹性波在岩石中传播过程所产生的扰动应力比较小,作用时间短,不会引起介质结构的变化和使介质产生明显的变形,更不会影响介质内裂纹的分布变化,所以,从研究弹性波的传播特性来讲,可以假设裂隙岩体是均匀各向同性的线弹性体。为了研究裂隙体的有效弹性参数,在这里假设裂隙体内部随机分布有扁平、张开的圆盘形裂纹,并且裂纹之间互不影响,裂纹的尺寸、形状、位移及方向都使裂隙体保持准各向同性和均匀性。

设裂隙岩体的有效弹性参数为 \bar{E} , $\bar{\nu}$, \bar{G} , 无裂隙岩体的弹性参数为 E , ν , G , 如果对裂隙岩体施加一个微小的单轴压应力 $\Delta\sigma$, 那么,裂隙岩体在单轴应力 $\Delta\sigma$ 作用下,根据能量平衡原理,有

$$-\frac{\Delta\sigma^2 V}{2\bar{E}} = -\frac{\Delta\sigma^2 V}{2E} + \sum_{i=1}^n [-2] \int_0^{a_i} g(\xi) d\xi \quad (1)$$

式中 V 是裂隙岩体的体积; $g(\xi)$ 是能量释放率; a_i 是第 i 条裂纹的半径。

对于准各向同性的裂隙岩体中含任意一个半径为 a_i 的轴对称扁平形裂纹,其能量释放率为^[14]

$$g(a_i) = \frac{1-\nu^2}{E} (K_I^2 + K_{II}^2 + \frac{K_{III}^2}{1-\nu}) 2\pi a_i \quad (2)$$

式中 K_I , K_{II} , K_{III} 分别是张开型、剪开型和撕开裂纹尖端的应力强度因子,并有^[15]

$$\left. \begin{aligned} K_I &= \frac{2}{\pi} \Delta\sigma \sin^2 \gamma \sqrt{\pi a} \\ K_{II} &= \frac{4}{\pi(2-\nu)} \Delta\sigma \sin \gamma \cos \gamma \sin \omega \sqrt{\pi a} \\ K_{III} &= \frac{4(1-\nu)}{\pi(2-\nu)} \Delta\sigma \sin \gamma \cos \lambda \sin \omega \sqrt{\pi a} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中 γ 是应力 $\Delta\sigma$ 作用方向与扁平形裂纹面之间的夹角， ω 是裂纹半径在裂纹面内的方向角。

设裂隙岩体中含有 N 条裂纹，则在应力 $\Delta\sigma$ 作用下， N 条裂纹闭合时的能量释放为

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= \sum_{i=1}^n [-2 \int_0^{a_i} g(\xi) d\xi] \\ &= -\sum_{i=1}^n \int_0^{a_i} \frac{1-\nu^2}{E} (K_I^2 + K_{II}^2 + \frac{K_{III}^2}{1-\nu}) 2\pi a_i da_i \quad (4) \\ &= \frac{8}{45E} \Delta\sigma^2 X_v (1-\nu^2) \frac{10-3\nu}{2-\nu} \end{aligned}$$

式中 X_v 被定义为裂隙体的裂纹密度参数。

$$X_v = \frac{N}{V} \phi \quad (5)$$

其中 ϕ 为准各向同性裂隙体中裂纹的平均体积。

将式 (4) 代入式 (1)，就可得到准各向同性裂隙岩体的有效弹性模量：

$$\bar{E} = \frac{E}{1+D_1 X_v} \quad (6)$$

式中 $D_1 = \frac{16}{45} (1-\nu^2) \frac{10-3\nu}{2-\nu}$

对于准各向同性裂隙体，在单轴加压的条件下，由卡氏最小功能定理(Castigliano's theorem)^[16]，可得到准各向同性体的有效泊松比

$$\frac{\bar{\nu}}{\nu} = \frac{\bar{E}}{E} \left[1 + \frac{16}{45} X_v \frac{(1-\nu^2)}{(2-\nu)} \right] = \frac{1+D_2 X_v}{1+D_1 X_v} \quad (7)$$

式中 $D_2 = \frac{16(1-\nu^2)}{45(2-\nu)}$

由于岩石材料的泊松比一般均小于 0.5，大多数岩石材料的泊松比在 0.35~0.15 之间，而且裂隙体的裂隙密度参数 $X_v > 0$ ，因此，从式 (6) 和式 (7) 不难看出裂隙体的弹性参数始终小于无裂隙体材料的弹性参数；同时，随着裂隙密度参数的增加，裂隙体的弹性参数逐渐减小。

根据弹性体的弹性参数之间的关系，由式 (6) 和式 (7)，准各向同性裂隙体的剪切模量为

$$\bar{G} = \frac{\bar{E}}{2(1+\bar{\nu})} = \frac{G}{2(1+D_3 X_v)} \quad (8)$$

式中 $D_3 = \frac{32(1+\nu)(5-\nu)}{45(2-\nu)}$

值得强调的是准各向同性裂隙岩体的有效弹性参数是在单轴加压条件下得到的，而所加的载荷是比较小的，不会影响到裂纹的随机分布及裂纹密度参数的大小，因此，裂隙岩体始终保持准各向同性。

4 准各向同性岩体中的波速与裂纹密度参数的关系

岩石中存在着大量的裂纹，这些裂纹的存在，使材料的弹性特性减弱，岩石材料的弹性常数降低^[17]；同时，裂纹的存在使在岩石介质中传播的弹性波速降低，因此，降低后的弹性波速与含裂纹岩石的有效弹性参数密切相关。如果裂纹在岩石介质中的分布是随机的，即岩石介质就被认为是准各向同性裂隙岩体，那么，弹性波在这种岩石介质传播仍然应满足弹性波运动方程，其弹性波波速与岩石有效弹性参数之间的关系仍将服从弹性波速与介质动弹性参数的关系。因此，准各向同性裂隙岩体中弹性纵波和横波的波速为

$$\begin{aligned} \bar{V}_p &= \sqrt{\frac{\bar{E}(1-\bar{\nu})}{\bar{\rho}(1+\bar{\nu})(1-2\bar{\nu})}} \quad (9) \\ \bar{V}_s &= \sqrt{\frac{\bar{G}}{\bar{\rho}}} = \sqrt{\frac{\bar{E}}{2\bar{\rho}(1+\bar{\nu})}} \end{aligned}$$

式中 $\bar{\rho} = (1-X_v)\rho$ 为准各向同性体的有效密度。

将准各向同性岩体的有效弹性参数和有效密度代入式 (9)，则有

$$\begin{aligned} \bar{V}_p &= V_p \sqrt{\frac{1+2D_2 X_v \frac{(5-2\nu)}{(1-\nu)}}{(1-X_v) \left[1+2D_2 X_v \frac{(5-\nu)}{(1+\nu)} \right] \left[1+5D_2 X_v \frac{(2-\nu)}{(1-2\nu)} \right]}} \\ \bar{V}_s &= V_s / \sqrt{(1-X_v)(1+D_3 X_v)} \quad (10) \end{aligned}$$

4.1 裂纹密度参数 X_v 与 \bar{V}_p/\bar{V}_s 的关系

如果能测出准各向同性体中纵波波速 \bar{V}_p 和横波波速 \bar{V}_s ，即可由式 (10) 求出准各向同性裂隙体中的裂纹密度参数，即

$$X_v = \frac{(1-2\nu) \left(\frac{\bar{V}_p}{V_p} \right)^2 - (1-\nu)}{D_2 [(10-4\nu) - 5(1-\nu) \left(\frac{\bar{V}_p}{V_s} \right)^2]} \quad (11)$$

4.2 \bar{V}_p/V_p 和 \bar{V}_s/V_s 与 X_v 之间的变化关系

从弹性波速的解析式来看，弹性波速虽与材料的密度 $\sqrt{\rho}$ 成反比，但受材料动弹摸的影响更大^[18]，加之同一岩体为准各向同性介质时的有效密度 $\bar{\rho}$ 与无裂隙时岩石的密度 ρ 一般差别相对较小，因此，为研究裂隙对弹性波速的影响规律，可近似认为 $\bar{\rho} \approx \rho$ 。根据式 (10)，任意取 $\nu = 0.25$ ，可得到 \bar{V}_p/V_p 和 \bar{V}_s/V_s 与 X_v 之间的变化趋势，如图 1 所示。从图中可看出，随着裂隙密度参数的增加，裂隙体的弹性波速逐渐减小，并近似成倒数函数的非线性

关系；在裂隙密度参数较小时，裂隙体的弹性波速随裂隙密度参数变化较大，说明弹性波速对裂隙体非常敏感。

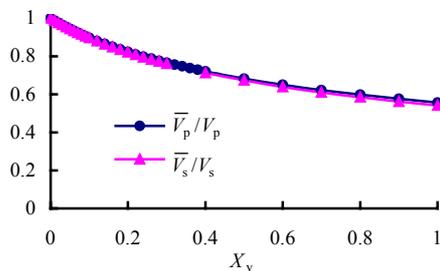


图1 \bar{v}_p/v_p 和 \bar{v}_s/v_s 与 X_v 之间的变化关系

Fig.1 Relation between \bar{v}_p/v_p & \bar{v}_s/v_s and X_v

5 结论

(1) 从波的角度讲，绝大多数情况下，裂隙岩体可视为弹性体，在裂隙岩体中传播的波可以认为是弹性波；同时，从工程岩体性质和岩体工程中所应用的波的频率来讲，可以不考虑频散对波传播的影响。

(2) 弹性波在裂隙岩体中传播的波速受裂隙的控制，对于具有一定分布规律的裂隙体介质，弹性波在此裂隙体中的传播速度可以通过裂隙体的有效弹性参数和裂纹密度参数来求解得到。

(3) 具有随机分布裂纹的岩石介质，可以作为准各向同性介质来处理，弹性波在此裂隙体中传播的波速由三个有效弹性参数(\bar{E} 、 $\bar{\nu}$ 、 \bar{G})所决定；同时，其波速的表达式与均匀各向同体中波速的表达式类似；在此裂隙体中，裂纹密度参数与有效弹性参数和弹性波速之间相互的关系均成倒数函数的非线性关系；裂隙密度参数增加，有效弹性参数减少，波速也就减小；并且，通过测定岩石和岩体的纵波或横波波速，可以求得此裂隙体的裂纹密度参数 X_v 。

参考文献

[1] De-hua Han, Nur A. Effects of porosity and clay content on wave velocities in sandstones[J]. **Geophysics**, 1986, 51(11): 2 093—2 107.

[2] Gaviglio P. Longitudinal waves propagation in a Limestone: The relationship between velocities and density[J]. **Rock Mech. Rock Eng**, 1989, 22(4): 290—299.

[3] 李纪汉. 温度对岩石的弹性波速和声发射的影响[J]. 地震学报, 1986, 8(3):242—245.
LI Ji-han. Effect of temperature on elasticity wave velocity and voice launching of rock[J]. **Journal of Earthquake**, 1986, 8(3): 242—245.

[4] 史调, 沈文略, 杨东全. 岩石弹性波速度和饱和度、孔隙流体分布的关系[J]. 地球物理学报, 2003, 46(1): 138—142.
SHI Ge, SHEN Wen-lue, YANG Dong-quan. The relationship of wave velocities with saturation and fluid distribution in pore space[J]. **Chinese Journal of Geophysics**, 2003, 46(1): 138—142.

[5] 刘祝萍, 吴小薇, 楚择涵. 岩石声学参数的实验测量及研究[J]. 地球物理学报, 1994, 37(5): 659—666.
LIU Zhu-ping, et al. Laboratory study of acoustic parameters of rock[J]. **Chinese Journal of Geophysics**, 1994, 37(5): 659—666.

[6] 首培. 地震波在工程中的应用[M]. 北京: 地质出版社, 1982.
SGOU Pei. Application of Earthquake Wave in Engineering[M]. Beijing: Geological Press, 1982.

[7] 高龙生. 中国大陆岩石标本在高压下的弹性波速的研究[J]. 地球物理学报, 1975, 8(1): 26—38.
GAO Long-sheng. Study on elasticity wave velocity of rock of China mainland under high pressure[J]. **Chinese Journal of Geophysics**, 1975, 8(1): 26—38.

[8] 吴少武. 应用声波法研究围岩的应力状态[J]. 地震, 1984, 6: 12—19.
WU Shao-wu. Study the stress state of wall rock used by voice wave method[J]. **Earthquake**, 1984, 6: 12—19.

[9] 罗淦堂等. 岩石温度对纵波速度的影响[J]. 岩土工程学报, 1985 7(5): 80—84.
LUO Jin-tang, et al. Effect of temperature of rock on vertical wave velocity[J]. **Journal of Rock and Soil Engineering**, 1985, 7(5): 80—84.

[10] Zimmerman R W, King M S. Propagation of acoustic waves through cracked rock[A]. **Proc. 26th. U.S. on Rock Mechanics**[C]. [s.l.]: [s.n.], 1985, 739—745.

[11] O'connell. Seismic velocities in dry and saturated cracked solids. J. Geophys. Res., 1974,97: 5412—5426.

[12] Willis J R. A polarization approach to the scattering of elastic waves-I: Scattering by a single inclusion[J]. **J. Mech. Phys. Solids**, 1980, 28: 287—305.

[13] 沈联蒂, 史调. 流体饱和度、频率、流体类型对岩石弹性波速度影响的实验研究[J]. 地球物理学报, 1992, 35(增刊): 322—331.
SHEN Lian-di, et al. Laboratory study of effect of saturation and frequency of liquid & styles of liquid on elasticity wave velocity of rock[J]. **Chinese Journal of Geophysics**, 1992, 35(Supp): 322—331.

[14] Irwin G R. Analysis of stresses and strains near the ends of a crack traversing a plate[J]. **J. Appl. Mech.**, 1975, 24: 261—364.

[15] Sih G C. Handbook of Stress Intensity Factors. Institute of Fracture and Solid Mechanics[M]. Bethlehem: Lehigh University, 1973.

[16] Hudson J A. Overall elastic properties of isotropic materials with arbitrary distribution of circular cracks[J]. **Geophys. J. Int.**, 1990,102: 465—469.

[17] Zimmerman R W. The effect of microcracks on the elastic moduli of brittle materials[J]. **J. Mater. Sci. Lett.**, 1985.

[18] 王宏图, 鲜学福. 复杂应力条件下岩石弹性波的传播特性[J]. 重庆大学学报, 1989, 12(4): 204—207.
WANG Hong-tu, XIAN Xue-fu. Characteristic of spread of elastic wave of rock under intricacy stress[J]. **Journal of Chongqing University**, 1989, 12(4): 204—207.