

尾矿坝稳定性的可靠度分析

张超¹, 杨春和¹, 徐卫亚²

(1.中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学重点实验室, 湖北 武汉 430071; 2.河海大学 岩土工程研究所, 江苏 南京 210098)

摘要: 以极限平衡理论和传统的安全系数方法为基础, 将可靠度理论引入尾矿坝稳定性分析中。通过敏感性分析和可靠度计算分析发现, 尾矿材料的内摩擦角的变异性将显著地影响尾矿坝稳定性分析的可靠指标, 重度的变异性对可靠指标的影响大于粘聚力的变异性的影响。简述了尾矿坝稳定性分析中利用可靠度理论的重要性, 并建议在尾矿坝的可靠度分析中, 将尾矿材料的抗剪强度指标 c , ϕ 和重度 γ 作为基本随机变量。

关键词: 尾矿坝; 可靠度; 极限平衡; 稳定性分析; 敏感性; 随机变量

中图分类号: TU 413

文献标识码: A

Reliability analysis of tailings dam stability

ZHANG Chao¹, YANG Chun-he¹, XU Wei-ya²

(1. Key Laboratory of Rock and Soil Mechanics, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China;

2. Institute of Geotechnical Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: Based on the limit equilibrium theory and traditional safety factor method, the reliability theory is introduced to analyze the stability of tailings dam. By the analysis of sensitivity and reliability of a typical tailings dam, it is found that the variation of friction angle obviously affects the reliability index and the variation of bulk density has a more obvious effect than the variation of cohesion. It is very important to use the reliability theory in the stability analysis of tailings dam. The shearing strength indexes c , ϕ and bulk density γ taken as essential random variables in the reliability analysis of tailings dam is suggested.

Key words: tailings dam; reliability; limit equilibrium; stability analysis; sensitivity; random variables

1 前言

在稳定性分析方面, 目前占主导地位的方法还是传统的安全系数法, 把工程设计和现有工程的安全评价建立在可靠度分析的基础上是当前的发展趋势。传统的方法是将影响边坡状态的诸因素看作确定性量, 用安全系数作为衡量边坡状态的指标。然而, 大量的试验和工程实践证明, 影响边坡状态的因素中有许多具有很大的随机性, 如边坡岩土强度参数、外界荷载、边界条件、地下水、岩土体内的各种不连续面等。用确切定性方法加以计算评价会带来很大的误差, 甚至结果失真。岩土土性的不确定性首先在于岩土性质本身在空间和时间域上的可变性。若以一定范围的土体而言, 土性的空间均值也存在着不确定性。另外, 由于在室内或现场试验存在着试验误差, 土性参数测试中的条件与实际

情况有出入而引起的误差, 都会导致土性参数的不确定性。随着结构可靠性的研究发展, 基于随机性分析的边坡稳定性分析应运而生。安全系数通常是考虑岩土参数均值情况下得出的, 而可靠指标不仅考虑岩土参数的均值还考虑岩土参数的变异性, 从实际意义上来说更合理^[1]。本文考虑尾矿砂土体的不确定性因素, 并探讨不确定性因素对尾矿坝稳定性的影响。

尾矿坝工程是以尾矿堆置物为工程材料, 以人工控制总体结构为工程结构的特殊构筑物。由于构筑尾矿坝的坝坡经受长期、多循环的水力充填及固结沉降作用, 其材料强度不一, 且错综复杂, 致使它们的工程地质性质差异很大, 因而造成地质特性的空间变异性大。以上因素决定了尾矿坝作为特殊工程, 其地质特性比一般边坡和土石坝更为复杂, 存在着更大的不确定性。其不确定性除了强度参

数、外界荷载、边界条件、地下水等以外, 还存在由于在放矿及尾矿库的不断形成过程中存在的更多人为的不确定性因素。尾矿砂、土作为一种特殊的材料, 其强度参数比一般岩土材料有着更大的离散性, 所以很有必要在尾矿坝的稳定性研究方面引入可靠度理论, 而在尾矿坝稳定性的可靠度分析方面, 目前尚未见到文章发表。

2 可靠性分析基本理论

工程可靠性是指在规定的条件和规定的时间内, 完成预定功能的能力, 为了使工程可靠性指标定量化, 须引进可靠度概念。可靠度就是在规定的条件下和规定的时间内, 完成预定功能的概率。可靠性分析方法是基于极限平衡原理建立极限状态方程, 在定值安全系数方法基础上发展起来的。

评价尾矿坝工程的可靠度仍以随机变量安全系数直接作为统计样本, 或以安全储备描述工程状态。可靠度的大小是用概率来度量的, 概率是在闭区间 $[0,1]$ 上取值的。在尾矿坝工程中使用破坏概率和可靠指标这两重尺度来描述可靠度。

破坏概率, 即不可靠度或称不可靠概率 P_f , 它是特殊工程不能完成预定功能的概率, 它与稳定概率是互补的, 即 $P_f + P_s = 1$ 。因此, 在实际工程中一般是计算破坏概率; 可靠指标, 或称安全指标 β , 它是以基本变量为自变量, 反映特殊工程完成功能状态的函数, 并取 $\beta \geq 1$, 在标准正态空间, β 与 P_f 有数值上的对应关系。

尾矿坝工作状态受许多因素或变量的控制, 如堆积尾砂的强度、固结特性、地下水状态、孔隙水压力、地震等, 这些变量都具有不确定性, 即所谓随机变量。用这些随机变量来构造函数模型, 用以描述尾矿坝工作状态:

$$Z = g(X) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (1)$$

函数 $g(X)$ 反映尾矿坝的工作状态或性能, 成为状态函数或功能函数, X 称为基本状态变量。状态函数 $g(X)$ 是以安全极限状态作为衡量它是否破坏的评价准则, 当

$$\begin{aligned} Z = g(X) > 1, & \quad \text{为安全状态} \\ Z = g(X) = 1, & \quad \text{为极限状态} \\ Z = g(X) < 1, & \quad \text{为破坏状态} \end{aligned}$$

$$\text{破坏概率:} \quad P_f = P(Z < 1) \quad (2)$$

而可靠指标为安全储备的均值与标准差之比, 即

$$\beta = (\mu_{F_s} - 1) / \sigma_{F_s} \quad (3)$$

式中 μ_{F_s} 为安全系数均值; σ_{F_s} 为安全系数标准差。

β 与 P_f 有数值上的对应关系, 在正态空间内 Z 服从 $N(\mu_z, \sigma_z^2)$, 则破坏概率为

$$P_f = 1 - \phi(\beta) \quad (4)$$

由式(4)可见, 可靠指标越大, 破坏概率愈小, 可靠指标越小, 破坏概率愈大。

3 可靠度分析方法

3.1 可靠度分析思路

定值分析方法经过长期的发展已经形成一个比较成熟和完整的理论体系。定值法主要有: 瑞典法(Fellenius法)、简化 Bishop(毕肖普)法、Janbu(简布)法、Morgenstern-Price(摩根斯坦-普赖斯)法及 Spencer(斯宾塞)法等。笔者把可靠度理论应用于尾矿坝稳定性分析之中, 而可靠度分析又建立在定值分析方法的基础之上, 这样使定性分析和不确定分析之间紧密结合, 互为补充。

文[2]研究表明, Fellenius法与 Bishop法中 F 与 β 之间的关系都有 $F=1, \beta=0$ 的结果。因此, 对于计算土坝稳定分析的可靠指标或失效概率, 一般可以先求出最小 F , 之后, 利用最小 F 所对应的圆弧求 β , 而这时 β 就是可靠指标 β_{\min} 。文[3]研究得出, 在既定的边坡几何形状下, 任何假定的破坏面总存在一个与之相应的安全系数 F_f 和一个与之相应的破坏概率 P_f 。而且, 在所考虑的全部破坏面中, 存在一个安全系数最小 $F_{f(\min)}$ 和破坏概率最大 $P_{f(\max)}$ 的最危险破坏面。由于基本状态参数是随机变量, 具有离散的性质, 所以相应的最危险位置并非确定。但是, 在边坡稳定性问题中把破坏面位置固定而产生的影响并不大, 采用基本变量均值确定相应最小安全系数的破坏面作为可靠度分析的破坏面, 完全可以满足工程精度要求。

上述研究结果表明, 在定性分析的基础上进行可靠度分析是合理的, 而尾矿坝稳定性分析中的许多方法是借鉴土坝的稳定性分析方法。实践也表明, 将土坝的计算方法用于尾矿坝的分析之中的正确性。所以, 把尾矿坝的可靠度稳定性分析建立在定值法的基础上是完全合理和可行的。在定值法分析计算的基础之上, 选定某些参数为基本变量, 并令按定值法计算得到的安全系数 $F_s=1$, 则可得出相应于各种分析方法的极限状态方程。本文只选取瑞典法和简化 Bishop法作为定值分析方法, 然后, 进行可靠度分析, 其它算法与此类似。

3.2 建立极限状态方程

由图1所示的瑞典法计算简图^[4]可建立如下极限状态方程:

$$g(x) = \sum_{i=1}^n [c_i b_i + (W_i \cos \alpha_i - u_i b_i) \tan \phi_i'] - \sum_{i=1}^n W_i \sin \alpha_i = 0 \quad (5)$$

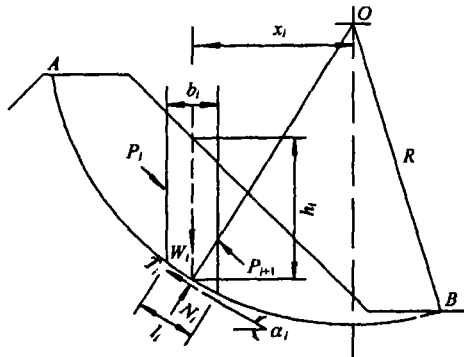


图1 瑞典法示意图

Fig.1 A sketch of Fellenius method

由图2所示的简化 Bishop 法计算简图^[4, 5]可建立如下极限状态方程:

$$g(x) = \sum_{i=1}^n \frac{c_i' l_i + (W_i - u_i b_i) \tan \phi_i'}{\cos \alpha_i + \sin \alpha_i \tan \phi_i'} - \sum_{i=1}^n W_i \sin \alpha_i = 0 \quad (6)$$

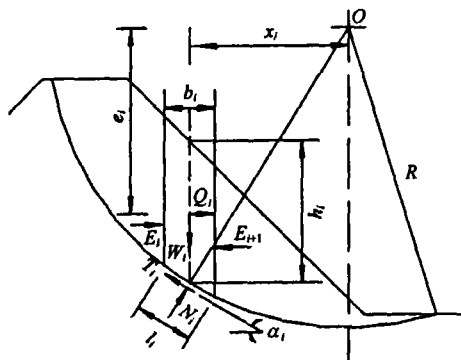


图2 简化 Bishop 法示意图

Fig.2 A sketch of simplified Bishop method

3.3 蒙特卡罗法

可靠度分析方法采用蒙特卡罗 (Monte-carlo) 法, 该法又称模拟方法或统计试验方法, 是一种依据统计抽样理论, 利用电子计算机研究随机变量的数值计算方法, 在目前可靠度计算中, 是相对精确的方法, 具有以下特点:

(1) 用蒙特卡罗法模拟评价尾矿坝工程, 受问题条件的影响小, 其收敛性与极限状态方程的非线性、变量分布的非正态性无关, 对于适应边坡破坏模式的任何极限平衡分析方法, 只要已知状态变量的概率分布, 均可求解, 适应性强。蒙特卡罗模

拟法是通过大量而简单的重复抽样实现的, 故方法和程序都很简单;

(2) 因为蒙特卡罗法模拟误差 ε 只与标准差和样本量 N 有关, 因而其收敛性与问题的维数及随机变量的个数无关。其精度可以用取样 $N \geq 100/P_f$ 来控制, 由于 P_f 很小, 故 N 很大^[6]。蒙特卡罗法精度要求导致了取样量大, 收敛速度慢, 耗时时间长。

蒙特卡罗模拟法的步骤:

①尾矿坝可靠度分析剖面的选择。选择适合于分析坝体工程地质力学模型的破坏模式, 这是蒙特卡罗法的基础, 只有正确的工程地质剖面 and 破坏模式判断, 才能保证模拟的正确;

②确定影响尾矿坝稳定性的各个输入变量的概率分布和分布参数, 主要包括坝体的产状要素、强度指标、重度、震动加速度以及水文地质参数;

③输入坝体几何形状, 形成分析剖面;

④在分析剖面上, 根据已判定的破坏模式, 确定最危险的潜在破坏面, 此破坏面是采用通过搜索假定滑面, 得到安全系数最小的面作为最危险破坏面;

⑤据步骤②所确定的各随机变量 $\{X_1, X_2, \dots, X_m\}$ 的分布类型和参数, 随机抽取同分布的一组随机数 x_1, x_2, \dots, x_m 。

⑥所建立的状态方程计算出一个函数值, 或安全系数或安全储备, 即得一个随机事件样本;

⑦重复步骤⑤和⑥, 直至达到满足预期精度要求的试验次数 N , 也就是对特定的尾矿坝剖面, 在特定的条件下, 取得 N 个随机样本;

⑧根据 N 个安全系数值或安全储备, 拟合并检查其概率分布 $G(Z)$, 估计其均值 μ_z 和标准差 σ_z , 统计安全系数 $F_s \leq 1$ (安全储备 $Z \leq 0$) 的样本数;

⑨标出 β 或破坏概率 P_f 。

很多学者的研究表明, 在影响土坡稳定的诸多因素中对土坡稳定性分析结果的可靠性影响最大的是土体的抗剪强度指标 c, ϕ 。土体的重度 γ 由于其自身变异系数较小 (一般只有 2%~3%), 在可靠性计算时可忽略其变异性的影响, 将重度作为确定性变量来处理不会带来过大误差^[7, 8]。但由于尾矿材料的特殊性, 其重度的变异系数较一般土的变异系数要大, 故在可靠分析中应考虑其变异性的影响。考虑到计算的复杂性和时间限制, 在尾矿坝的可靠度分析过程中, 将其它对可靠度结果影响较小的不确定性参数作为确定性变量来处理。故在尾矿坝可靠度计算和分析过程中, 选取土体的抗剪强度指标 c, ϕ 和土体的重度 γ 等对计算结果的影响最

为敏感的参数作为随机变量。

4 算例及成果分析

本文采用图 3 所示的理想概化后的尾矿坝来探讨尾矿坝可靠度分析中的某些规律。

筑坝材料的物理力学性能指标参考永平铜矿和东乡铜矿的尾矿材料力学性能指标，探讨尾矿材料力学性能指标的概率分布及其变异性对可靠度分析结果的影响，筑坝土及坝基土暂按定值处理。永平铜矿和东乡铜矿的尾矿材料力学性能指标是以大量的室内土工试验为基础的，尾矿材料具体的物理力学参数取值如表 1。

表 1 尾矿坝坝体材料物理力学性能指标
Table 1 Physico-mechanical properties of materials of tailings dam

土层名称	抗剪强度指标				重度		饱和重度			
	c' / kPa		$\phi' / (^\circ)$		$\gamma / \text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$		$\gamma_{\text{sat}} / \text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$			
	平均值	标准差	平均值	标准差	平均值	标准差	平均值	标准差		
尾细砂	1.35	0.425	30.83	6.366	21.41	1.518	7	24.19	1.673	3
尾粉砂	1.46	0.456	28.76	5.852	21.17	1.471	9	22.77	1.583	9
尾亚砂	7.37	2.251	27.17	5.424	20.58	1.450	6	20.9	1.453	5
尾轻亚粘	7.66	2.268	24.33	4.967	21.68	1.513	6	21.78	1.534	6
尾矿泥	4.12	1.226	21.64	4.328	20.79	1.452	3	20.84	1.454	8
筑坝土	15.76		30.47		19.61			19.62		
坝基土	12.98		29.26		18.89			18.89		

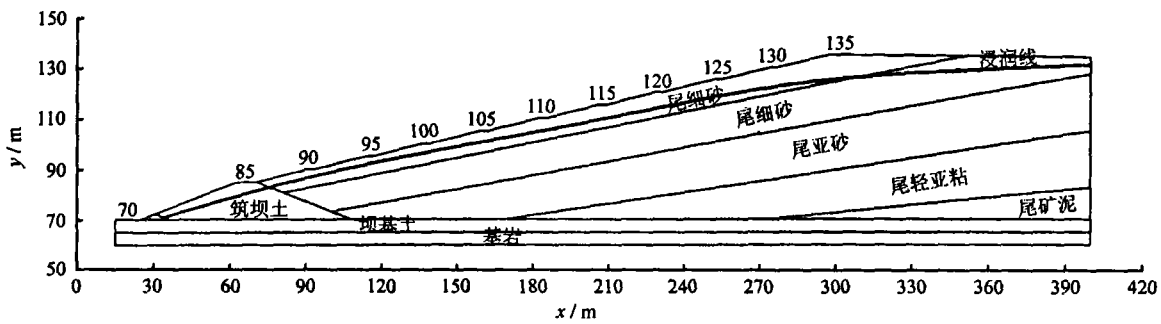


图 3 尾矿坝概化剖面图
Fig.3 Simplified map of profile

4.1 基本变量的概率分布对可靠指标 β 的影响

图 3 所示的尾矿坝，采用瑞典法及可靠度分析程序对其进行最危险滑弧搜索，其中各尾矿材料的力学性能指标均采用表 1 指标，计算结果见表 2。

表 2 不同概率分布类型对 β 的影响
Table 2 The influence of different probability distributions on β

概率分布类型	最小可靠指标 β_{\min}
c, ϕ, γ 均为对数正态分布	1.922
c 为对数正态分布, ϕ 为对数正态分布, γ 为正态分布	1.945
c 为对数正态分布, ϕ 为正态分布, γ 为正态分布	1.935
c 为对数正态分布, ϕ 为正态分布, γ 为对数正态分布	1.955
c 为正态分布, ϕ 为对数正态分布, γ 为对数正态分布	1.936
c 为正态分布, ϕ 为对数正态分布, γ 为正态分布	1.907
c 为正态分布, ϕ 为正态分布, γ 为对数正态分布	1.950
c, ϕ, γ 均为正态分布	1.934

由表 2 可知，基本变量的分布类型对可靠度分析结果有一定的影响，但是其影响没有明显的规律性。根据已有研究^[7]结果可知， c 多呈对数正态分布，而 ϕ 多呈正态分布。表 2 中 c, ϕ 均呈正态分布时，最小可靠指标为 1.934；而 c 采用对数正态分

布， ϕ 采用正态分布所得结果为 1.935，结果很接近，为使计算简化方便，笔者建议在尾矿坝可靠度分析中粘聚力、内摩擦角和重度等随机变量均取为正态分布。

4.2 基本变量的变异性对可靠指标 β 的影响

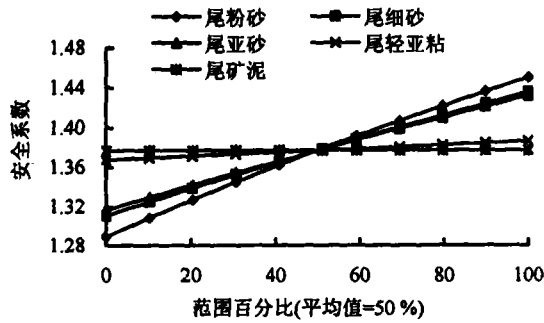
采用表 1 所示的各尾矿材料指标正态分布的均值和标准差，计算图 3 所示的尾矿坝。各指标对稳定性的计算结果敏感性分析如图 4 所示。

由图 4 可知，尾轻亚粘的内摩擦角的敏感性分析曲线的斜率最大的，故该变量对本尾矿坝的稳定性分析结果影响最显著，其次是尾亚砂和尾粉砂的内摩擦角，再其次是尾粉砂、尾细砂和尾亚砂的重度以及尾轻亚粘的粘聚力。该尾矿坝稳定性分析计算得到安全系数累计概率如图 5 所示。

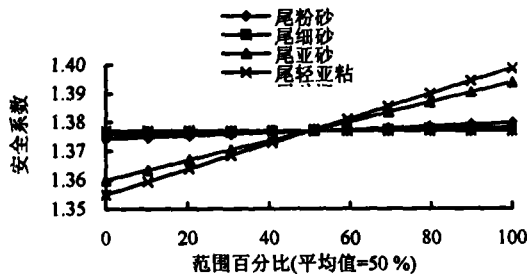
图 4 显示出尾轻亚粘和尾亚砂的内摩擦角对稳定性的影响最为显著，故先取这 2 个基本变量来分析其变异性对可靠指标的影响。尾轻亚粘和尾亚砂的内摩擦角的变异系数分别在 0.1~0.5 之间取值，观察可靠指标的变化，分析结果见图 6。

由图 6 可知，尾轻亚粘和尾亚砂的内摩擦角这两个基本变量的变异系数越大，可靠指标越小，破坏概率也就越大，而且这种影响非常显著。值得注

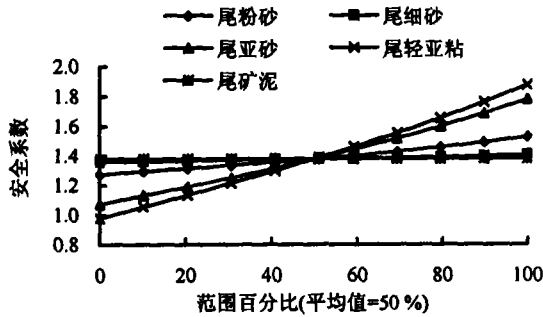
意的是, 该坝用瑞典法计算出来的安全系数是1.37, 而如果尾轻亚粘和尾亚砂的内摩擦角这2个基本变量的变异性越大, 该坝的安全性是越低的, 其失效概率也是越大的, 并不是安全系数大于1就是绝对安全, 而当安全系数储备不高的情况下, 这种影响就会更明显。



(a) 尾矿材料重量 γ 敏感性分析



(b) 尾矿材料粘聚力 c 敏感性分析



(c) 尾矿材料内摩擦角 ϕ 敏感性分析

图4 敏感性分析曲线

Fig.4 The curve of sensitivity analysis

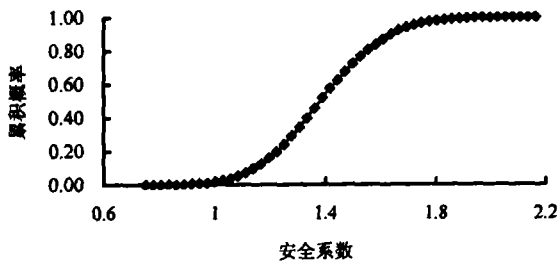


图5 安全系数累计概率关系曲线

Fig.5 The curve of cumulative probability and safety factor

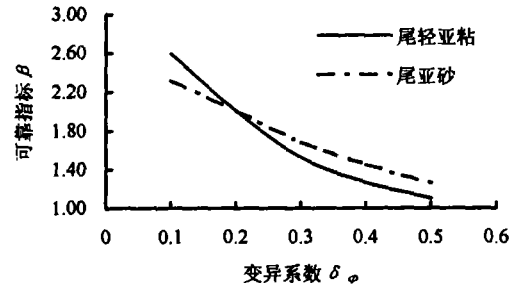


图6 变异系数 δ 与可靠指标 β 关系曲线

Fig.6 The curve of variation coefficient δ , versus reliability index β

该尾矿坝5种尾矿材料的重度中(图4), 尾粉砂的重度对可靠指标影响最大, 而在尾矿材料的粘聚力中, 尾轻亚粘粘聚力对可靠指标影响最大。故有代表性的选取尾粉砂重度和尾轻亚粘粘聚力的变异性进行分析, 了解其变异性对可靠指标的影响, 分析结果见图7和图8。

图7示出了尾粉砂的重度的变异性对尾矿坝稳定性可靠指标的影响。由图可知, 当尾粉砂重度的变异性由0.01增加到0.11时, 其可靠指标由2.037减小到1.983, 失效概率则由1.73%增加到1.90%, 失效概率增加幅度为9.83%, 可见尾矿材料的重度的变异性对可靠指标的影响不应该忽略。

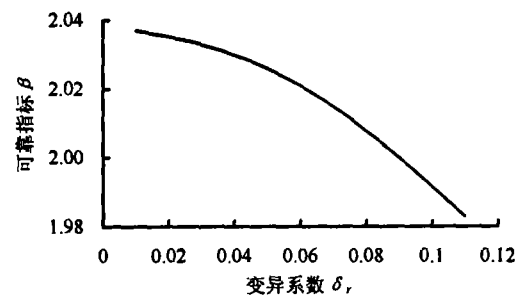


图7 变异系数 δ 与可靠指标 β 关系曲线

Fig.7 The curve of variation coefficient δ , versus reliability index β

图8示出了尾轻亚粘的粘聚力对尾矿坝稳定性可靠指标的影响。由图可知, 尾轻亚粘粘聚力的变异性对可靠指标影响比尾粉砂重度的变异性对可靠指标的影响要小, 这是由于粘聚力在尾矿坝整体稳定中所的贡献不大的性质所决定的。因为尾矿材料的粘聚力一般较小, 其在抗滑稳定性中发挥的作用不突出, 故尾矿材料的变异性对尾矿坝可靠分析结果影响不大。

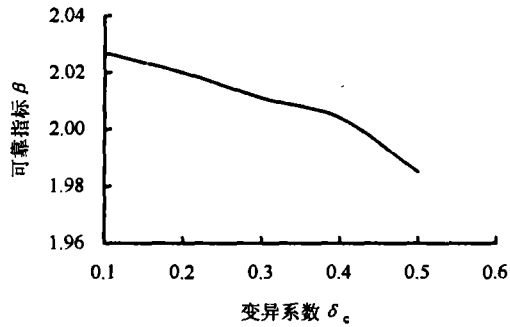


图 8 变异系数 δ_c 与可靠指标 β 关系曲线
Fig. 8 The curve of variation coefficient δ_c versus reliability index β

5 结语

尾矿坝的自身性质就决定了尾矿坝坝体材料有较大的变异性, 故笔者认为, 在尾矿坝的稳定性分析中引入可靠度分析是必要和必须的。尾矿坝的可靠度分析是以定性分析为基础, 可克服传统定性分析方法的缺陷, 使尾矿坝的稳定性计算分析更加合理, 其结果应该作为安全系数定值法的修正和补充, 从而更加科学和准确的分析尾矿坝的稳定性。本文分析结果表明, 在尾矿坝稳定性可靠分析中, 尾矿材料的内摩擦角的变异性将显著的影响尾矿坝稳定性分析的可靠指标; 重度的变异性也较粘聚力的变异性对计算的可靠指标影响大, 故不能忽略尾矿材料重度的变异性对尾矿坝可靠性分析的影响。建议在以后的尾矿坝可靠度分析中, 将尾矿材料的抗剪强度指标 c , ϕ 和土体的重度 γ 作为基本随机变量, 其概率分布类型均采用正态分布。

上接第 1705 页

and deep surface soil[J]. *Journal of China Coal Society*, 1996, 21(6): 607-612.

- [6] Bruneau G, Tyler D B, Hadjigeorgiou J, Potvin Y. Influence of faulting on a mine shaft a case study: part I Background and instrumentation[J]. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 2003, 40: 95-111.
- [7] Bruneau G, Hudymab M R, Hadjigeorgiou J, Potvin Y. Influence of faulting on a mine shaft a case study: part II Numerical modeling[J]. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 2003, 40: 113-125.
- [8] 蒋斌松, 张平, 柏雪云. 立井井壁的计算理论[J]. *岩石力学与工程学报*, 2003, 22(增 1): 2 183-2 186.
JIANG Bin-song, ZHANG Ping, BOU Xue-yun. Calculating theory of shaft lining[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2003, 22(supp.1): 2 183-2 186.
- [9] 于保华. 大黄山矿井筒偏斜原因合析与治理措施, *矿山测量*[J]. 1997,(1): 17-19.

参考文献

- [1] 高大钊. 土力学可靠性原理[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1989.
GAO Da-zhao. Principle of Soil Mechanics Reliability [M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 1989.
- [2] 郑铎, 吴世伟. 土坝稳定可靠度分析方法初探[A]. 全国第三届工程结构可靠性学术会议论文集[C]. 南京: [s.n.], 1992. 612-617.
- [3] 祝玉学. 边坡可靠性分析[M]. 北京: 冶金工业出版社, 1993.
- [4] 钱家欢, 殷宗泽. 土工原理与计算[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1995.
- [5] 张超, 杨春和, 孔令伟. 某铜矿尾矿坝的尾矿砂力学特性研究及该坝的稳定性分析[J]. *岩土力学*, 2003, (5): 858-862.
ZHANG Chao, YANG Chun-he, KONG Ling-wei. Study on mechanical characteristics of tailing dam of a copper mine and stability analysis of tailing dam[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2003, (5): 858-862.
- [6] 包承纲. 关于岩土工程的可靠度问题[J]. *岩土工程师*, 1992, (3): 6-14.
BAO Cheng-gang. Some Problems of Reliability of Geotechnical Engineering[J]. *Geotechnical Engineer*, 1992, (3): 6-14.
- [7] Carson M A, Kirkby M J. Hillslope Form and Process[M]. Cambridge: Cambridge at the University Press, 1972.
- [8] 徐茂其, 张大泉. 斜坡稳定性综合评价探讨[A]. 自然边坡稳定性分析暨华蓥山边坡变形研讨会论文集[C]. 北京: [s. n.], 1992. 112-117.
- YU Bao-hua. Inclination of the shaft of dahuangshan coal mlue-cause aud countermeasures[J]. *Mine Surveying*, 1997,(1): 17-19.
- [10] 王渭明. 千米立井井壁应力分析及设计问题的探讨[J]. *煤炭学报*, 1993, (5): 63-72.
WANG Wei-ming. Stress analysis of shaft lining and design of the kilometer shaft[J]. *Journal of China Coal Society*, 1993, (5): 63-72.
- [11] 崔广心. 特殊地层条件竖井井壁破坏机理及防治技术[J]. *建井技术*, 1998, 19(1): 28-32.
CUI Guang-xin. Mechanism and the prevention and cure of the failure for shaft lining in special stratum[J]. *Mine construction technology*, 1998, 19(1): 28-32.
- [12] 毕思文, 王思敬, 杨志法. 煤矿竖井变形破坏三维数值模拟分析[J]. *建井技术*, 1997, 18(4): 35-37.
BI Si-wen, WANG Si-jing, YANG Zhi-fa. Three-dimensional model analysis of deformation failure for the shaft in coal mine[J]. *Mine Construction Technology*, 1997, 18(4): 35-37.