

含复杂渗控结构渗流问题数值模拟的 SVA 方法

陈益峰¹, 周创兵¹, 郑 宏²

(1. 水资源与水电工程科学国家重点实验室, 岩石力学与工程研究所, 武汉大学, 武汉 430072;
2. 中科院武汉岩土所, 武汉 430071)

摘 要: 本文采用排水子结构、Signorini 型变分不等式和自适应罚 Heaviside 函数相结合的方法(简称 SVA 方法)解决含复杂渗控结构的渗流问题。排水子结构法用于模拟小孔径密集排布的排水孔幕的渗流行为, 简化有限元建模; 变分不等式法用于确定渗流出渗点和自由面的位置, 消除出渗点的奇异性; 而自适应罚 Heaviside 函数则用于克服网格依赖性和数值不稳定性, 确保算法的鲁棒性和解的稳定性。通过算例验证了 SVA 方法的有效性和鲁棒性。

关键词: 计算水力学; 渗控结构; 渗流问题; 子结构; 变分不等式; 自适应罚 Heaviside 函数

中图分类号: TV139.1 文献标识码: A

A SVA method for seepage problems with complex control measures

CHEN Yifeng¹, ZHOU Chuangbing¹, ZHENG Hong²

(1. State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science, Wuhan University, Wuhan, 430072;
2. Institute of Rock & Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071)

Abstract: Characterized by strong nonlinearity, the seepage problems with complex control measures are commonly encountered in civil engineering. A numerical method combining the substructure technique, the variational inequality formulation of Signorini's type and the adaptive penalized Heaviside function (short for SVA method) is proposed to solve these problems. The substructure technique is used to model the drainage holes of small radius with dense spacing thus reducing the difficulty in mesh generation. The variational inequality is employed to locate the seepage points and the seepage surfaces, and to eliminate the singularity at the seepage points. The adaptive penalized Heaviside function is taken to overcome the mesh dependency and numerical instability. The effectiveness and robustness of the proposed SVA method is validated by numerical examples.

Key words: computational hydraulics; seepage control measures; seepage problem; substructure; variational inequality; adaptive penalized Heaviside function

0 前言

渗流对岩土体及工程结构的稳定性有着重大影响。为了对渗流进行排水降压和控制, 排水孔、排水井、排水洞、排水廊道、防渗帷幕等渗控结构已成为大坝、坝基、边坡及地下厂房等工程设计必不可少的组成部分。同时, 有限元等数值分析方法也在渗控结构优化设计及安全性评价中起到了重要作用。然而, 对于含复杂渗控结构的渗流问题, 其数值模拟的难度依然很大。这主要体现在如下两个方面: 一是工程渗控结构往往包含孔径小、间距密且数量多的排水孔, 有限元网格生成的难度很大; 二是问题的非线性往往很强, 渗流自由面及出渗点难以准确定位。为了克服有限元建模上的困难, 人们提出了排水孔数值模拟的各种方法, 如基于流量或渗透特性等效的隐式方法以及排水子结构法^[1,2]、杂交元法、“以沟代井列”法、半解析法、“以管代孔”法、“以缝代井列”法和复合单元法等。除排水子结构法之外, 上述方法均在一定程度上对排水孔的边界条件做了简化, 从而影响了了解的严密性。

在确定渗流自由面和出渗点位置的固定网格法中, 直觉化方法和变分不等式方法都得到了广泛应用。常用

收稿日期: 2007-08-29

基金项目: 国家杰出青年科学基金(50725931); 国家自然科学基金(50709026, 50539100); 国家 973 研究计划(2006CB202405)

作者简介: 陈益峰(1974—), 男, 副教授, E-mail: csyfchen@whu.edu.cn.

的直觉化方法包括剩余流量法^[3]、初流量法^[3]和渗透系数调整法^[5]等,它们都力图通过自由面迭代确保干区内的渗流量远低于湿区内的渗流量。另一方面,具有严格理论基础的变分不等式方法则通过构造一个定义在固定区域上的新的边值问题,将自由面及其上的条件转化为内部边界条件。其中,郑宏等^[4]建立的 Signorini 型变分不等式提法在理论上消除了出渗点的奇异性 and 由此引起的网格依赖性,因而较为实用。

在前述各种渗控结构中,对于截面积较大且布置规则的排水洞、排水廊道及防渗帷幕一般可在有限元模型中显式模拟,且只要正确指定其边界条件或材料特性即可使问题获得正确解答。但对于孔径小、间距密且数量多的排水孔,子结构法可在一定程度上简化有限元建模并正确反映其边界条件。子结构法最早由王镭等^[1]提出,用于模拟无自由面穿过时排水孔的渗流行为;其后,朱岳明等^[2]对排水子结构法进行了改进,提出采用结点虚流量法和排水子结构技术相结合的方法解决排水孔穿过或不穿过自由面时渗流场的求解问题。然而,排水孔的布设可能使渗流自由面急剧降落,并在排水孔边界上出现奇异性的出渗点。因此,现有的排水孔数值模拟方法往往难以克服网格依赖性和数值跳跃现象,从而难以获得严格收敛的解答。

本文采用子结构(Substructure)、变分不等式(Variational inequality)和自适应罚 Heaviside 函数(Adaptive penalized Heaviside function)相结合的方法(以下简称 SVA 方法)解决含复杂渗控结构的渗流问题。其中,子结构法用于模拟排水孔的渗流行为,变分不等式法用于确定渗流出渗点和自由面的位置,而自适应罚 Heaviside 函数则用于确保算法的鲁棒性和解的稳定性。SVA 方法简化了有限元建模,并能有效克服强非线性渗流问题的网格依赖性和数值不稳定现象。

1 有自由面渗流问题的变分不等式方法

如图 1 所示,区域 Ω 上的渗流实际上仅在自由面 Γ_f 以下的湿区 Ω_w 中运动。显然,当自由面 Γ_f 确定时,湿区 Ω_w 也就随之确定。然而,自由面 Γ_f 在实际工程问题中一般是未知的。通过将 Darcy 定律重新定义为如下形式,变分不等式方法将湿区 Ω_w 上的渗流问题转化为全域 Ω 上的一个新的边值问题。

$$v = -k\Delta\phi + v_0 \tag{1}$$

式中: v 为渗流速度, v_0 为初流速, k 为二阶渗透张量, Δ 为梯度算子, $\phi = z + p/\gamma_w$ 为总水头, z 为垂直坐标分量, p 为孔隙水压力, γ_w 为水的容重。初流速 v_0 的引入是为了消除干区 Ω_d 上的虚假渗流场,其表达式为

$$v_0 = H(\phi - z)k\Delta\phi \tag{2}$$

式中: $H(\phi - z)$ 为 Heaviside 函数。

$$H(\phi - z) = \begin{cases} 0 & \text{if } \phi \geq z (\Omega_w \text{ 内}) \\ 1 & \text{if } \phi < z (\Omega_d \text{ 内}) \end{cases} \tag{3}$$

全域 $\Omega(\Omega_w \cup \Omega_d)$ 上的渗流应满足如下连续性方程

$$\Delta \cdot v = 0 \quad (\Omega \text{ 内}) \tag{4}$$

和下列边界条件:

1. 水头边界条件

$$\phi = \bar{\phi} (\Gamma_\phi; AB + CD \text{ 上}) \tag{5}$$

式中: $\bar{\phi}$ 为水头边界 Γ_ϕ 上的已知水头。

2. 流量边界条件

$$q_n = \bar{q} (\Gamma_q; BC \text{ 上}) \tag{6}$$

式中: \bar{q} 为流量边界 Γ_q 上的已知流量, n 为边界上的单位外法线向量。对隔水边界, $\bar{q} = 0$ 。

3. 出渗面 Signorini 型互补边界条件

$$\begin{cases} \phi \leq z, q_n(\phi) \leq 0 \\ (\phi - z)q_n(\phi) = 0 \end{cases} (\Gamma_s; DEFGA \text{ 上}) \tag{7}$$

式中: Γ_s 为潜在出渗边界。显然,在 DE 上, $\phi = z$ 且 $q_n \leq 0$; 在 EFGA 上, $\phi < z$ 且 $q_n = 0$; 而在出渗点 E 上, 则有 $\phi = z$ 且 $q_n = 0$ 。

4. 自由面边界条件

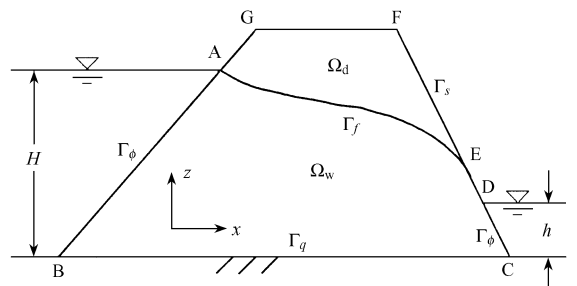


图 1 土坝渗流示意图

Fig. 1 Illustration of seepage flow through earth dam

$$q_n |_{\Omega_w} = q_n |_{\Omega_d} = 0 (\Gamma_f = AE \text{ 上}) \tag{8}$$

式中: $\Gamma_f \equiv \{(x, y, z) | \phi = z\}$ 为自由面, 即湿区 Ω_w 与干区 Ω_d 的分界面。

根据上述 PDE 提法, 郑宏等^[9] 建立了一个等价的变分不等式提法。经有限元离散后, 其离散型提法的迭代格式可表述为: 在有限维试探向量空间 Φ_{n1}^h 中求一向量 $\phi^{k+1} \in \Phi_{n1}^h$, 使得对 $\forall \Psi \in \Phi_{n1}^h$, 都有

$$(\Psi - \phi^{k+1})^T \mathbf{K} \phi^{k+1} \geq (\Psi - \phi^{k+1})^T \mathbf{q}^k \tag{9}$$

式中:

$$\mathbf{K} = \sum_e \mathbf{k}^e, \mathbf{k}^e = \iiint_{\Omega_e} \mathbf{B}^T \mathbf{k} \mathbf{B} d\Omega \tag{10}$$

$$\mathbf{q}^k = \sum_e \iiint_{\Omega_e} \mathbf{B}^T v_0^k d\Omega = \mathbf{K}_\epsilon \phi^k, \mathbf{K}_\epsilon = \sum_e \mathbf{k}_\epsilon^e, \mathbf{k}_\epsilon^e = \iiint_{\Omega_e} H_\lambda(\phi^k - z) \mathbf{B}^T \mathbf{k} \mathbf{B} d\Omega \tag{11}$$

$$\Phi_{n1}^h = \{ \phi | \phi \in \mathbf{R}^n; \phi_i = \bar{\phi}_i, \text{ for } i \in \Gamma_\phi; \phi_i \leq z_i, \text{ for } i \in \Gamma_s \} \tag{12}$$

式中: k 为自由面的迭代步, n 为有限元网格结点总数, \mathbf{B} 为有限元模型的几何矩阵, H_λ 是为了消除自由面迭代过程中可能出现的数值不稳定性及网格依赖性而引入的罚 Heaviside 函数, 定义为

$$H_\lambda(\phi - z) = \begin{cases} 1 & \text{if } \phi \leq z - \lambda_1 \\ \frac{z + \lambda_2 - \phi}{\lambda_1 + \lambda_2} & \text{if } z - \lambda_1 < \phi < z + \lambda_2 \\ 0 & \text{if } \phi \geq z + \lambda_2 \end{cases} \tag{13}$$

式中: λ_1 和 λ_2 是与每一单元相关联的两个参数, 其中 λ_1 定义为单元内最低积分点与最低结点的垂直距离, λ_2 则定义为单元内最高积分点与最高结点的垂直距离。

2 排水孔幕数值模拟的子结构方法

2.1 排水系统的边界条件

为了评价排水系统的效果, 必须在数值分析过程中正确反映排水措施的边界条件。排水孔及排水井可能具有的边界条件如图 2 所示。

第一类边界条件是 Signorini 型互补条件, 如坝体中介于两条水平排水廊道之间的垂直排水孔便满足这类边界条件, 排水孔排出的渗流量总能通过下端的排水廊道排走。如图 2(a) 所示, 排水孔 AB 段的边界条件满足 $\phi < z$ 且 $q_n = 0$, 而 BC 段则满足 $\phi = z$ 且 $q_n \leq 0$ 。

第二类边界条件是水头边界条件, 如图 2(b) 所示。坝基排水孔满足这类边界条件, 其水头值一般取决于与之相连的排水廊道的底板高程。

第三类边界条件是由上述第一类和第二类边界条件组成的混合边界条件, 这类边界条件与排水井或失效的排水孔有关, 实际上属于总排水流量 Q 已知的边界条件。如图 2(c) 所示, 渗控结构上的部分边界, 即 AD 段满足 Signorini 型互补条件; 而其余部分, 即 DC 段则满足水头边界条件。在第三类边界条件中, 渗控结构内的水头值(即 D 点的位置)一般事先未知, 但可通过迭代算法由总排水流量 Q 确定。

与排水孔或排水井相比, 排水廊道或排水洞的边界条件较为简单。一般情况下, 排水廊道或排水洞的边界满足 Signorini 型互补条件或相对隔水边界条件。然而, 当排水廊道或排水洞的排水能力受到限制时, 则排水廊道或排水洞可能淹没在水中, 此时部分或全部边界将变为水头边界条件。

2.2 子结构方法

子结构方法的基本思路^[3] 是在有限元网格划分时首先根据排水孔的走向布置尺寸较大的母单元, 然后对排水孔穿越的母单元划分子单元形成子结构, 进而在子结构上凝聚内部自由度及排水孔的边界条件, 从而减小有限元网格划分的难度和方程组求解的计算量。

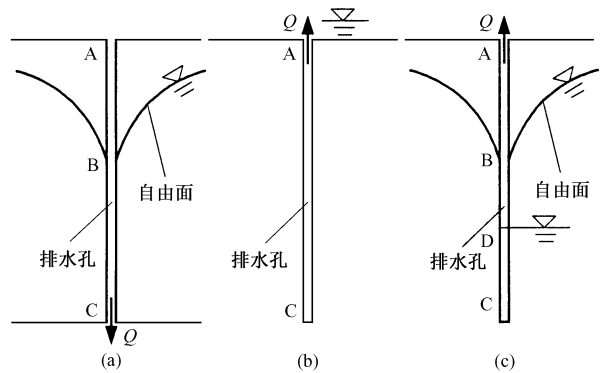


图 2 排水孔及排水井的边界条件
Fig. 2 Boundary conditions of drainage holes

以排水孔穿越一组八结点六面体单元为例,通过采用等周长的正方形截面近似代替排水孔的圆形截面,并在排水孔径向方向上对母单元划分2至3层子单元,即可形成子结构,如图3所示。从母单元表面到排水孔边界,子结构结点集合在径向方向上可划分为3个子集:即出口结点集 o ,中间结点集 m 和边界结点集 i 。出口结点集 o 内的结点由母单元的结点组成,其编号从排水孔的任意一端开始,逐次向另一端顺序编号。边界结点集 i 内的结点位于排水孔边界上,其坐标取决于排水孔的位置。中间结点集 m 内的结点在出口结点集 o 和边界结点集 i 之间进行内插,从母单元表面到排水孔边界采用由疏到密的模式化方式过渡,以保证子单元具有良好的网格形态。当母单元的尺寸较大时,可通过内插2层或更多层的中间结点来构建形态良好的子单元。中间结点集 m 和边界结点集 i 内的结点编号次序与出口结点集 o 一致。

在子结构形成过程中,应考虑如下两种情况:一是对于布设在两条水平排水廊道之间的垂直或倾斜排水孔,如图2(a)所示的情况,若中间结点集 m 内的结点位于廊道边界上,则这些结点的边界条件与边界结点集 i 相同。因此,这些结点应从中间结点集 m 转移到边界结点集 i 内。但如果廊道边界可视为隔水边界,则上述结点不需转移。二是对于布设在坝基内的垂直或倾斜排水孔,如图2(b)和(c)所示的情况,与排水孔下端相连的母单元也应包含在子结构中,但采用过渡单元过渡。也可将排水孔下端延长线穿越的所有母单元均包含到上述子结构中,并采用相同的方式划分子单元。注意这些母单元上的内插结点(排水孔底部边界上的结点除外)均应加入到中间结点集 m 中。为了减小计算量,还可在上述母单元上再构建一个子结构,但两个子结构界面上的结点应从中间结点集 m 转移到出口结点集 o 内。

由前述可知,在 $k+1$ 迭代步,排水子结构边界结点 i 内的结点要么满足水头边界条件,要么满足Signorini型互补条件。而对于出口结点集 o 和中间结点集 m 内的结点,其在 $k+1$ 迭代步的流量平衡方程可表示为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{oo} & \mathbf{K}_{om} \\ \mathbf{K}_{mo} & \mathbf{K}_{mm} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_o^{k+1} \\ \phi_m^{k+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_o^k - \mathbf{K}_a \phi_i^k \\ \mathbf{q}_m^k - \mathbf{K}_{mi} \phi_i^k \end{Bmatrix} \quad (14)$$

式中: \mathbf{K}_s 为结点集 r 和结点集 s 之间的劲度子矩阵($r, s = o, m, i$), ϕ_r 和 \mathbf{q}_r 为结点集 r 中结点的水头向量和右端项向量。通过消除中间结点集 m 上的内部自由度 ϕ_m^{k+1} ,式(14)可改写为

$$\mathbf{K}'_{oo} \phi_o^{k+1} = \mathbf{q}^k_o \quad (15)$$

式中:

$$\mathbf{K}'_{oo} = \mathbf{K}_{oo} - \mathbf{K}_{om} \mathbf{K}_{mm}^{-1} \mathbf{K}_{mo} \quad (16)$$

$$\mathbf{q}^k_o = \mathbf{q}_o^k - \mathbf{K}_{om} \mathbf{K}_{mm}^{-1} (\mathbf{q}_m^k - \mathbf{K}_{mi} \phi_i^k) \quad (17)$$

将式(15)回代入式(14), ϕ_m^{k+1} 可由下式计算

$$\phi_m^{k+1} = \mathbf{K}_{mm}^{-1} (\mathbf{q}_m^k - \mathbf{K}_{mo} \phi_o^{k+1} - \mathbf{K}_{mi} \phi_i^k) \quad (18)$$

式(15)中,凝聚后的出口劲度矩阵 \mathbf{K}'_{oo} 可在子结构形成阶段直接由式(16)计算给出。由于 \mathbf{q}_o^k 和 \mathbf{q}_m^k 可由式(11)在相关联的子单元上计算给出,而 ϕ_i^k 可由第1节给出的计算格式得到,因此凝聚后的出口右端项 \mathbf{q}^k_o 也可由式(17)完全确定。式(15)的计算复杂性主要取决于子矩阵 \mathbf{K}_{mm} 的求逆运算。采用前述的方式对中间结点集 m 内的结点进行顺序编号,则 \mathbf{K}_{mm} 为分块三对角对称矩阵。若子结构仅采用一层中间结点内插,则其分块数为4;而当采用两层中间结点内插时,其分块数为8。因此 \mathbf{K}_{mm} 的求逆运算可通过 LDL^T 分解快速计算得到。此外,在大多数实际工程问题中,排水孔的长度一般不超过15~30m,排水孔穿过的大尺寸母单元的个数不多,因此 \mathbf{K}_{mm} 的阶数不高,其求逆运算的效率很高。

3 自由面迭代的自适应罚 Heaviside 函数

上述排水子结构算法实现如下:首先,对每一根排水孔,找出该排水孔穿越的所有母单元,并通过子单元划分形成排水子结构。采用式(16)计算子结构凝聚后的出口劲度矩阵,并集成到整体劲度矩阵中。其次,根据排水孔的边界条件,将排水孔边界上的结点,即子结构边界结点集 i 内的结点视为定水头结点或满足Signorini型互补条件的结点。对于后者,调用第1节给出的变分不等式算法确定出渗点和自由面的位置。若问题包含排水井或失效的排水孔,则其边界条件属于总排水流量已知、由水头边界条件和Signorini型互补条件组成的混合边界条件。

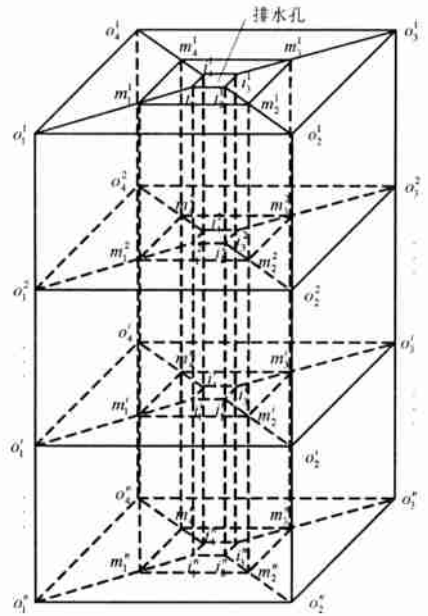


图3 排水子结构示意图

Fig. 3 Illustration of drainage substructure

此时, 需要在自由面迭代算法之外增加一层迭代循环, 以确保排水井的流量平衡条件。

算法的收敛标准定义为

$$\|\phi^{i+1} - \phi^i\|_1 < \epsilon_1 \|\phi^i\|_1 \text{ 且 } \|\phi^{i+1} - \phi^i\|_\infty < \epsilon_2 \|\phi^i\|_\infty. \quad (19)$$

式中: ϵ_1 和 ϵ_2 为指定的容许误差, 本文取 $\epsilon_1 = 10^{-5}$ 和 $\epsilon_2 = 10^{-3}$ 。根据拟调和函数的极值原理可知, ϕ 仅在边界上取得极大值。因此, $\|\phi^i\|_\infty$ 等于上游面边界上的已知水头值。

上述算法类似于应力分析中的常刚度法, 其整体刚度矩阵只需集成和分解一次, 因此具有较高的计算效率。然而, 需要特别指出的是, 当排水系统引起自由面剧烈降落时, 式(13)给出的罚 Heaviside 函数并不能完全消除上述算法的网格依赖性和数值不稳定性, 因而难以得到强收敛标准的解答。引起网格依赖性和数值不稳定性根本原因是, 罚 Heaviside 函数的定义过于严格, 因而在自由面迭代过程中仅有自由面附近极少数的结点获得罚权重, 使潜在出渗面上的出渗点在自由面相邻迭代步中来回跳跃, 造成渗流自由面难以准确定位。为了克服上述问题, 本文采用自适应罚 Heaviside 函数实现渗流自由面的准确定位。其基本思路是在数值计算过程中, 根据问题的收敛条件, 逐步放宽罚 Heaviside 函数的定义, 直至获得问题的解答。自适应罚 Heaviside 函数的定义如下:

$$H_\zeta(\phi - z) = \begin{cases} 1 & \text{if } \phi \leq z - \zeta\lambda_1 \\ \frac{z + \zeta\lambda_2 - \phi}{\zeta(\lambda_1 + \lambda_2)} & \text{if } z - \zeta\lambda_1 < \phi < z + \zeta\lambda_2 \\ 0 & \text{if } \phi \geq z + \zeta\lambda_2 \end{cases} \quad (20)$$

式中: ζ 是为了放大 λ_1 和 λ_2 两个参数的值而引入的计算参数, 而自适应罚 Heaviside 函数的形式以及 λ_1 和 λ_2 的含义均与式(13)完全一致。 ζ 建议在 1 至 10 之间取值。程序开始时, ζ 值取 1; 计算过程中, 当程序经过一定步数的迭代难以收敛时, 根据问题的收敛条件和单元网格尺寸, 以 0.5~1 的增量逐步增大 ζ 值。一般情况下, 问题的非线性越强、单元网格越粗、收敛标准越严, 则 ζ 的取值就需要越大才能保证自由面迭代收敛。从自适应罚 Heaviside 函数的定义不难看出, 在上述取值范围内, ζ 的引入并没有明显改变罚 Heaviside 函数的性质: 即能够随着网格单元的加密而逼近式(3)给出的非连续 Heaviside 函数, 但却使算法获得了良好的数值稳定性。对于第 4 节给出的算例, 采用上述自适应罚 Heaviside 函数可轻易获得稳定的收敛解; 但如果直接使用式(13), 则计算不收敛。

4 数值算例

4.1 含排水廊道矩形坝渗流问题

考虑一均质矩形坝, 坝高 12m, 宽 10m, 上游水位 10m, 下游水位 2m, 底部边界隔水, 内设 5 个 1m×1m 的排水廊道, 如图 4 所示。有限元网格采用 0.2m×0.2m 的四边形单元。其它边界(包括排水廊道边界)均视为潜在出渗边界。

若坝内不设排水廊道, 则渗流自由面的经验解及数值解分别如图 4 所示, 其中经验解为^[7]:

$$z = (100 - 8x)^{1/2} \quad (21)$$

对于渗流溢出点, 经验解为 $z = 4.47\text{m}$, 数值解为 $z = 4.20\text{m}$ 。表明数值解与经验解相当吻合, 但数值解的自由面降落略大于经验解。另一方面, 当坝内布置排水廊道时, 受上游面 3 个排水廊道的影响, 渗流自由面急剧降落, 至 $x = 4\text{m}$ 处趋于平缓, 而下游侧两个排水廊道则不起排水作用, 如图 4 所示。

4.2 含排水系统混凝土重力坝渗流问题

考虑一混凝土重力坝典型坝段, 坝高 170m, 底宽 123m, 顶宽 12m, 坝段长 30m, 坝基从建基面向下取 180m, 从坝踵和坝趾向上下游各取 200m, 如图 5 所示。坝体上游侧设计有一层厚 0.8m 的混凝土防渗层。同时, 在大坝上游面及建基面附近坝体内布置有 7 条水平排水廊道, 廊道截面尺寸为 2m×2m。上游面附近坝体及防渗帷幕下游侧坝基内布设一排垂直排水孔, 这些排水孔与排水廊道相连, 形成排水系统。排水孔的间距为 5m, 孔径为 12.73cm(相应等周

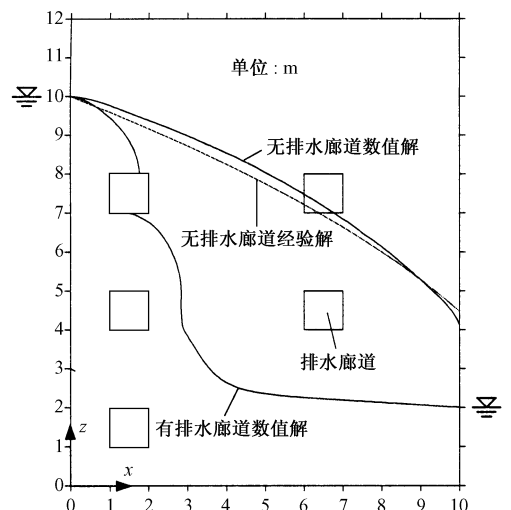


图 4 矩形坝渗流自由面位置

Fig. 4 Locations of the free surfaces in the rectangular dam

长方形截面的边长为 10cm), 坝基排水孔的深度为 40m。防渗帷幕的宽度为 2.5m, 深度为 60m。

在校核洪水水位条件下, 大坝上游水位 168.0m, 下游面水位 28.5m。大坝及坝基的前后两侧边界以及坝基的左右两侧边界和底部边界均设为隔水边界; 坝基排水孔边界视为水头边界, 水头值取与之相连的排水廊道底板高程; 其余边界, 包括坝体垂直排水孔和水平排水廊道的边界均视为潜在出渗边界。假设各材料的渗透特性为各向同性, 渗透系数取: 混凝土防渗层 $k = 1.62 \times 10^{-6} \text{ m/d}$; 坝体混凝土 $k = 4.09 \times 10^{-6} \text{ m/d}$; 防渗帷幕 $k = 7.18 \times 10^{-3} \text{ m/d}$; 坝基岩体 $k = 2.30 \times 10^{-2} \text{ m/d}$ 。有限元网格采用六面体单元剖分, 其中单元 19032 个, 结点 23275 个。排水孔采用在径向方向包含 3 层子结构的子结构模拟。

顺河向穿过排水孔中心线平面的水头等值线如图 6 所示。当坝段没有布置排水孔时, 大坝下游斜边界均有渗流溢出, 因此排水孔幕对渗流场的影响极大, 它使渗流自由面急剧降低, 并导致建基面扬压力急剧降低, 如图 7 所示。计算表明, 尺寸较大但间距较远的排水廊道仅对廊道周围的局部渗流场产生影响, 而尺寸很小但密集排布的排水孔幕却对渗流场的整体分布产生重大影响。因此, 在工程优化设计和安全性评价中, 对排水孔的准确模拟是不可或缺的。

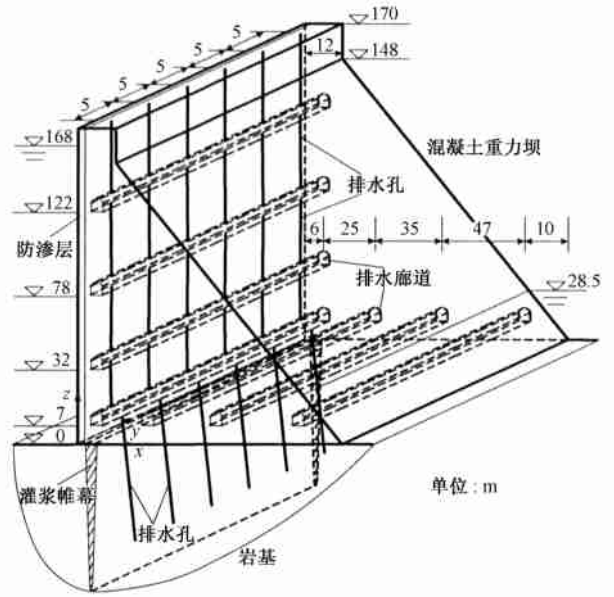


图 5 含排水孔幕和排水廊道的重力坝坝段示意图

Fig. 5 Illustration of a concrete gravity dam section with drainage system

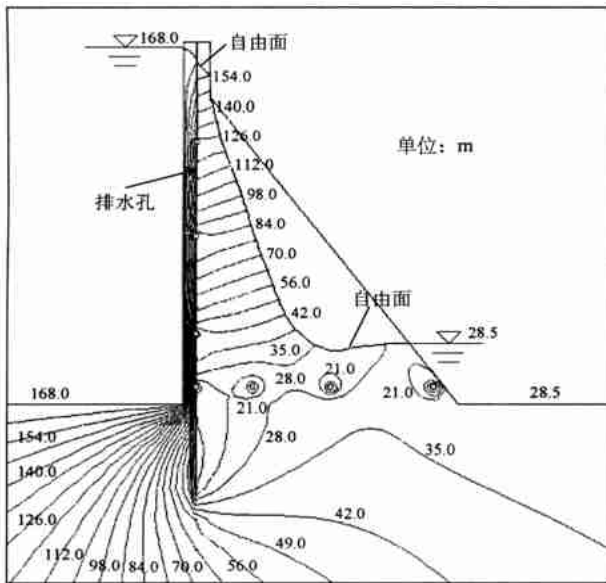


图 6 顺河向穿过排水孔中心线平面的水头等值线

Fig. 6 The water head contours at a cross-section across one set of drainage holes

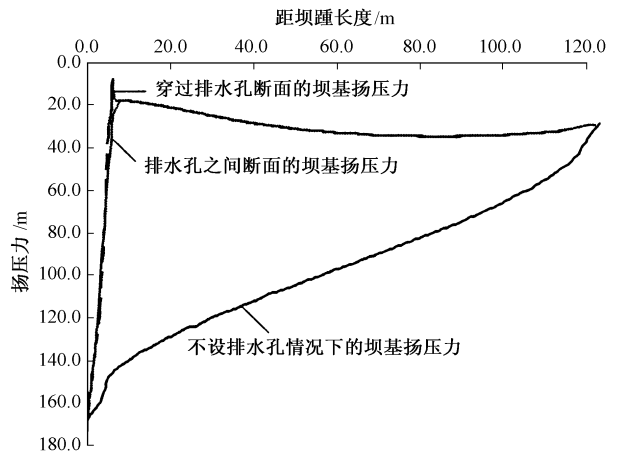


图 7 有或无排水孔幕条件下坝基扬压力对比

Fig. 7 Comparison of uplift pressure on the dam base with and without deployment of drainage holes

为了进一步验证 SVA 方法的有效性, 本文进一步对排水孔幕的布置形式进行敏感性分析。首先保持排水孔的孔径不变(孔径取 12.73cm), 但排水孔间距 s 分别取 2、3、4、5 和 6m。相应情况下, 大坝渗流自由面位置如图 8 所示。当排水孔间距小于 4m 时, 随着排水孔间距的减小, 坝体中渗流自由面的位置显著降低, 渗压得到有效控制; 但当排水孔间距大于 5m 时, 排水孔间距对渗流场的影响则有所减弱。然而, 排水孔间距对单宽渗流量的影响很小, 其原因是: 随着排水孔间距的减小, 排水系统周围渗透压力也随之减小, 从而使排水孔数量增加产生的排水量增加值和渗压减小引起的排水量减小值基本抵消。其次若保持排水孔间距不变(间距取 5m), 但排水孔的孔径 d 分别取 5、10、15、20cm 时, 大坝渗流自由面位置如图 9 所示。随着排水孔孔径的增大, 坝体中渗流自由面的

位置有所降低, 单宽排水量有所增大, 但二者的变幅均不大。因此, 当大坝和坝基的渗透性以及上下游水位差一定时, 大坝排水孔幕间距对坝体渗压及坝基扬压力分布具有决定性的影响, 而孔径的影响则较小, 工程上常用的介于 5~15cm 之间的排水孔孔径是合适的。

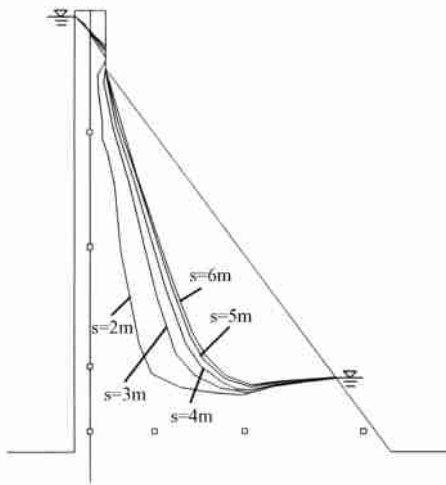


图8 排水孔间距 s 不同时渗流自由面位置

Fig. 8 Locations of free surfaces with different hole spacings

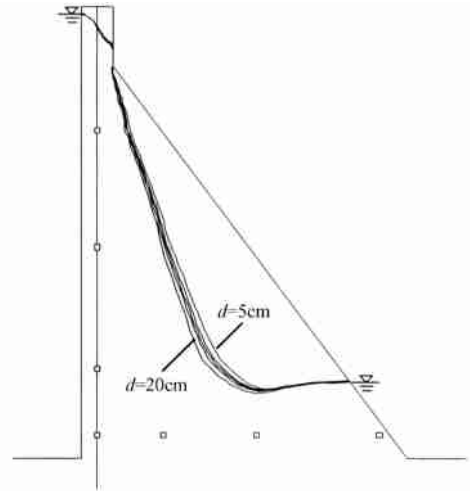


图9 排水孔孔径 d 不同时渗流自由面位置

Fig. 9 Locations of free surfaces with different hole diameters

5 结论

含复杂渗控结构的渗流问题在大坝、坝基、边坡和地下厂房等工程中极为常见, 且往往具有很强的非线性。本文采用子结构、Signorini 型变分不等式和自适应罚 Heaviside 函数相结合的方法(简称 SVA 方法)解决含复杂渗控结构的渗流问题。SVA 方法在一定程度上简化了含排水孔幕渗流问题的有限元建模, 并有效克服了强非线性渗流问题的网格依赖性和数值不稳定性。通过算例验证了 SVA 方法的有效性和鲁棒性。

参考文献:

- [1] 王镭, 刘中, 张有天. 有排水孔幕的渗流场分析[J]. 水利学报, 1992, (4): 15~20.
WANG Lei, LIU Zhong, ZHANG Youtian. Analysis of seepage field near a drainage-holes curtain[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1992, (4): 15~20. (in Chinese)
- [2] 朱岳明, 张燎军. 渗流场求解的改进排水子结构法[J]. 岩土工程学报, 1997, 19(2): 69~76.
ZHU Yueming, ZHANG Liaojun. Solution to seepage field problem with the technique of improved drainage substructure[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1997, 19(2): 69~76. (in Chinese)
- [3] Desai C S, Li G C. A residual flow procedure and application for free surface in porous media[J]. Advances in Water Resources, 1983, 6(1): 27~35.
- [4] 张有天, 陈平, 王镭. 有自由面渗流分析的初流量法[J]. 水利学报, 1988, 8(1): 18~26.
ZHANG Youtian, CHEN Ping, WANG Lei. Initial flow method for seepage analysis with free surface[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1988, 8(1): 18~26. (in Chinese)
- [5] Bathe K J, Khoshgoftaar M R. Finite element free surface seepage analysis without mesh iteration[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1979, 3(1): 13~22.
- [6] Zheng H, Liu D F, Lee C F, Tham L G. A new formulation of Signorini's type for seepage problems with free surfaces[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2005, 64: 1~16.
- [7] 周创兵, 熊文林, 梁业国. 求解无压渗流场的一种新方法[J]. 水动力学研究与进展 A 辑, 1996, 11(5): 528~534.
ZHOU Chuangbing, XIONG Wenlin, LIANG Yeguo. A new method for the solution of unconfined seepage field[J]. Journal of Hydrodynamics, 1996, 11(5): 528~534. (in Chinese)