

深基坑工程安全评价的尖点突变模型

沈细中^{1,2,3}, 冷元宝¹, 兰 雁¹, 张俊霞¹

(1. 黄河水利委员会 黄河水利科学研究院, 郑州 450003 shenxz@126.com; 2 水利部堤防安全与
病害防治工程技术研究中心, 郑州 450003; 3 中国科学院 武汉岩土力学研究所, 武汉 430072)

摘 要: 为评价深基坑工程失稳的突变特征, 采用突变理论建立了深基坑工程尖点突变安全评价模型. 根据工程安全监控理论, 引入突变理论, 以基坑水平变形为例, 考虑深基坑土体的流变特性, 建立了基于时效影响因子的深基坑工程尖点突变安全评价模型. 实例分析表明, 尖点突变安全评价模型克服了采用常规设置监控值评价时参数选择困难, 并能反映基坑失稳突变性的特点, 可以量化评价基坑安全程度, 正确评价安全状态, 具有适应性强、精度高的优点.

关键词: 深基坑; 安全评价; 尖点突变模型

中图分类号: TU473 **文献标识码:** A **文章编号:** 0367-6234(2009)04-0229-03

A safety evaluation model of deep excavation project based on cusp catastrophe theory

SHEN Xi-zhong^{1,2,3}, LENG Yuan-bao¹, LAN Yan¹, ZHANG Jun-xia¹

(1. Yellow River Institute of Hydraulic Research, Yellow River Conservancy Commission, Zhengzhou, 450003, China, shenxz@126.com; 2. Research Center on Levee Safety and Disaster Prevention Ministry of Water Resources, 450003, China; 3. Institute of Rock and Soil Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Wuhan, 430071, China)

Abstract: In order to evaluate the jumping destruction character of deep excavation, taking the level distortion of pit as example, a safety evaluation model of deep excavation was established based on safety supervision theory and cusp catastrophe theory with the consideration of creep character of soil based on time-effect factor of pit. Analysis of an example shows that the established model can overcome the difficulty in setting the supervising value, and can reflect the outburst destroy character of pit. Moreover, the model can exactly evaluate the safety degree in quantity and the character of safety, with the advantages of adaptability and precision.

Key words: deep excavation; safety evaluation; cusp catastrophe model

深基坑工程常用的安全评价方法是设置监测项目的报警值(监控值)^[1],即根据支护结构计算时的设计(容许)值和周围环境情况,事先人为确定相应监测项目的报警值.因基坑的形状、土质、支护形式、施工方法、地下水位等千差万别,用统一的报警值作为安全评价指标,不符合实际情况,而且难反映基坑的失稳往往是突然发生的实

际情况.突变理论^[2,3]是描述一系列连续性的量变如何演变成跳跃式质变的数学理论,可用于评价深基坑稳定状态容易发生突变的问题.

1 尖点突变模型原理

突变理论最核心的内容是内类定理,认为自然界中的一切突变形式可以根据系统的控制空间和状态空间的维数分类.由于人们所处的时空为四维空间, Thom 提出在控制变量 ≤ 4 情况下,最多可有 7 种突变形式,最常用的为尖点突变.尖点突变模型具有多模态、不可达性、突跳性、发散性和滞后性等特点.用该模型分析岩土问题时一般可采用:

1) 建立系统的势函数表达式.

收稿日期: 2006-01-10.

基金项目: 水利部公益性行业科研专项经费资助项目(200701022); 科技部科研院所社会公益研究专项资助项目(2005DIB3J054); 水利部“948”计划资助项目(200708).

作者简介: 沈细中(1969—),男,博士,工程师.

2)用数学方法将其化为尖点突变的标准形式:

$$V(x) = x^4 + ux^2 + vx. \quad (1)$$

其中: x 为研究对象的状态变量; u, v 为控制变量.

对式(1)求导,可得平衡曲面方程:

$$V'(x) = 4x^3 + 2ux + v = 0. \quad (2)$$

对式(2)再次求导,得系统的奇点值方程:

$$V''(x) = 12x^2 + 2u = 0. \quad (3)$$

将式(2)、式(3)联立消去 x 可得系统突变的分叉集方程:

$$8u^3 + 27v^2 = 0. \quad (4)$$

3)令 $\Delta = 8u^3 + 27v^2$, 评价系统稳定性. 当 $\Delta < 0$ 时, 系统发现突变; 当 $\Delta = 0$ 时, 系统则处于临界状态(显然只有当 $u \leq 0$ 时才有跨越分叉集的可能, 其中 u, v 满足分叉集方程时为系统突变的临界状态); 当 $\Delta > 0$ 时, 系统稳定.

2 深基坑工程尖点突变安全评价模型

以基坑支护结构水平位移为例阐述尖点突变安全评价模型. 基坑支护结构位移的性态变化(失稳)通常在瞬间内完成, 但从整个变化过程中可观察到基坑失稳具有多模态、不可达性、突跳性、发散性和滞后性等五大特点, 故可用尖点型突变模型判别基坑支护结构的稳定状态. 根据突变理论原理, 建立基坑支护结构水平位移尖点突变安全评价模型.

基坑开挖后, 应力场与渗流场发生了很大的变化, 土体的固结是一个较长时间的过程, 且受地下水位及温度变化等因素的影响, 因此基坑支护结构水平位移可表示为

$$\delta = \delta_H + \delta_T + \delta_i. \quad (5)$$

其中: δ 为基坑支护结构水平位移的总效应; δ_H 为位移的水压分量; δ_T 为位移的温度分量; δ_i 为位移的时效分量.

由工程安全监测理论^[4]可知, 水压分量和温度分量反映的是基坑支护结构的弹性变形. 为简化起见, 本例不考虑温度及地下水位变化的影响, 即只考虑时效分量. 时效分量的产生原因较复杂, 它综合反映了土体流变的特性是导致基坑支护结构变形的主要原因. 时效分量的变化反映了基坑的工作状态. 当时效分量突然增大或急剧变化时, 意味着基坑形变发生异常, 可利用支护结构时效分量的特性, 建立尖点突变安全评价模型.

时效分量一般采用:

$$\delta_i = c_1(t - t_0) + c_2(\ln t - \ln t_0). \quad (6)$$

不考虑温度及地下水位变化时, 基坑支护结构水平位移的总效应可表示为

$$\delta = c_1(t - t_0) + c_2(\ln t - \ln t_0) + c_0. \quad (7)$$

其中: c_1, c_2 分别为系数, 由数学模型求得; c_0 为常数项; t_0 为从开始计算时效日起至初始观测日的累计天数除以 100; t 为从开始计算时效日起至观测日的累计天数除以 100.

将 $\ln t$ 展开成 t 的幂级数形式, 当 $0 < t \leq 2$ 时, $\ln t$ 可展开成:

$$\begin{aligned} \ln t &= (t - 1) - \frac{1}{2}(t - 1)^2 + \frac{1}{3}(t - 1)^3 + \dots \\ &+ (-1)^{n+1} \frac{1}{3}(t - 1)^n + \dots. \end{aligned} \quad (8)$$

忽略高次项, 则式(8)可展开成:

$$\delta_i = c_1 t - c_1 t_0 + c_2(\ln t - \ln a) + c_2(\ln a - \ln t_0) = c_1 t - c_1 t_0 + c_2 \ln(t/a) + c_2 \ln(a/t_0). \quad (9)$$

式中: $a = \max\{t\}$, 令 $\eta = t/a$, 则

$$\begin{aligned} \delta_i &= ac_1 \eta - c_1 t_0 + c_2 \ln \eta + c_2 \ln(a/t_0) = \\ &(ac_1 - c_1 t_0 + c_2 \ln \frac{a}{t_0}) + (ac_1 + c_2)(\eta - 1) - \\ &\frac{c_2}{2}(\eta - 1)^2 + \frac{c_2}{3}(\eta - 1)^3 - \frac{c_2}{4}(\eta - 1)^4. \end{aligned} \quad (10)$$

令 $x = \eta - 1, b_0 = ac_1 - c_1 t_0 + c_2 \ln(a/t_0)$, 则

$$\begin{aligned} \delta_i &= b_0 + (ac_1 + c_2)x - \frac{c_2}{2}x^2 + \\ &\frac{c_2}{3}x^3 - \frac{c_2}{4}x^4 = \sum_{i=0}^4 b_i x^i. \end{aligned} \quad (11)$$

式中: $b_1 = ac_1 + c_2, b_2 = -c_2/2, b_3 = c_2/3, b_4 = -c_2/4$.

由 Tschirnhaus 变换, 令

$$x = Y - L, L = b_3/4b_4.$$

代入式(11)得:

$$\delta_i = a_4 Y^4 + a_2 Y^2 + a_1 Y + a_0. \quad (12)$$

式中:

$$\begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -3L^4 & L^2 & -L & 1 \\ L^3 & -2L & 1 & 0 \\ -6L^2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} b_4 \\ b_2 \\ b_1 \\ b_0 \end{Bmatrix}. \quad (13)$$

令式(12)中的 $\delta_i = a_4 V, P = a_2/a_4, Q = a_1/a_4, E = a_0/a_4$.

则尖点突变的标准开折为

$$V = Y^4 + PY^2 + QY + E. \quad (14)$$

式(14)即为所建立的基坑支护结构的稳定模型, 其稳定状态的判别式为

$$\Delta = 8P^3 + 27Q^2. \quad (15)$$

故其评价准则为

$$\begin{cases} \Delta > 0 & \text{稳定状态} \\ \Delta = 0 & \text{临界状态} \\ \Delta < 0 & \text{非稳定状态} \end{cases} \quad (16)$$

3 实例分析

武汉第二长途电信枢纽工程主楼 22 层, 下设一层地下室, 基坑开挖深度为 7.15 m, 面积约 3000 m², 基坑安全等级为 1 级, 如图 1 所示, 图 1 中 S₁ ~ S₂₂ 为支护结构水平位移观测点. 该基坑设计采用喷锚网支护方案(4 ~ 6 排锚杆, 长 4 ~ 12 m 不等), 按照各边的情况, 分别采用花管注浆、微型钢管桩等解决坡脚土的承载力不足问题.

现利用尖点突变安全评价模型对基坑支护结构的稳定性进行判别. 基坑支护结构水平位移监测值引自该基坑监测资料^[5]. 根据 2000 - 10 - 20 ~ 2001 - 04 - 15 基坑支护结构水平位移监测资料, 选取 4 个监测点的水平位移情况, 利用尖点突变安全评价模型对 4 月 7 日、4 月 15 日 4 个测点进行安全评价. 评价方法是由式(7)按最小二乘法计算出各种情况下的 c₁、c₂、c₀ 值, 由式(11) ~

式(15)求得 Δ, 具体评价结果如表 1 所示.

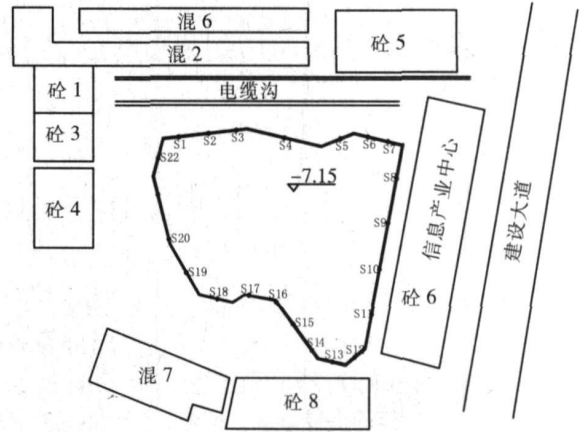


图 1 武汉第二长途电信枢纽深基坑示意图

由表 1 可知, 以支护结构水平位移评价基坑安全状况时, S₉(4 月 7 日)、S₁₁(4 月 15 日) 两观测点附近在该时期均处于危险状态, 这与该基坑后来在 S₉、S₁₁ 点附近发生了事故, 而在 S₂₀、S₂₂ 观测点附近均安全的实际情况相吻合, 说明尖点突变模型评价准确, 与实际情况相符, 可用于评价基坑的安全性态.

表 1 支护结构水平位移情况及尖点突变模型安全评价结论

日期	S ₉ 点实测值/mm	S ₁₁ 点实测值/mm	S ₂₀ 点实测值/mm	S ₂₂ 点实测值/mm
2000 - 10 - 20			2.0	0.0
2000 - 11 - 04	-2.0	3.0	2.0	1.0
2000 - 11 - 20	-3.0	3.0	2.0	3.0
2000 - 12 - 25	0.0	5.0	5.0	5.0
2001 - 01 - 15	0.0	5.0	4.0	5.0
2001 - 02 - 09	-1.0	5.0	5.0	5.0
2001 - 03 - 20	-1.0	3.0	5.0	6.0
2001 - 04 - 01	2.5	4.5	8.8	6.5
2001 - 04 - 04	2.0	2.5	9.0	5.5
2001 - 04 - 05	0.0	3.0	10.0	6.5
2001 - 04 - 07	11.5	3.0	10.0	7.5
2001 - 04 - 15	14.0	9.0	10.5	7.8
基坑实际状态	4 月 7 日后失稳	4 月 15 日后失稳	4 月 7 日后安全	4 月 7 日后安全
4 月 7 日安全评价	Δ = -514, 失稳	Δ = 977, 安全	Δ = 22640, 安全	Δ = 351, 安全
4 月 15 日安全评价	Δ = -159, 失稳	Δ = -444, 失稳	Δ = 22097, 安全	Δ = 790, 安全

4 结 论

1) 以支护结构的时效影响因子为例, 基于尖点突变模型, 建立了深基坑突变理论安全评价模型. 该模型以位移的变化来判别基坑支护结构的工作状态, 取得了较好的效果.

2) 深基坑工程稳定不仅与时效分量有关, 而且与水压分量、温度分量等有关. 如增加地下水位、气温等监测项目, 可揭示更多因素对基坑稳定的影响, 提高安全评价模型的精度.

参考文献:

[1] 陈忠汉. 深基坑工程(第二版)[M]. 北京: 机械工业

出版社, 2002.

[2] CUTBITT J M, SHOW B. The geological implication of steady-state mechanism in catastrophe theory[J]. Math. Geo., 1976, 8(6): 371 - 388.
 [3] 周燕华. 突变理论[M]. 北京: 高等教育出版社, 1990.
 [4] 吴中如. 水工建筑物安全监控理论及其应用[M]. 南京: 河海大学出版社, 1990.
 [5] 戚辉. 武汉第二长途电信枢纽工程深基坑开挖监测实录[C]//城市勘测论文集(第六集), 武汉: 武汉市勘测设计研究院, 2002: 111 - 116.

(编辑 张 红)