

文章编号: 1000-7598-(2008)08-2177-06

双参数黏弹性地基上连续配筋混凝土路面振动参数分析

卢 正¹, 姚海林¹, 罗海宁², 杨 洋¹, 杨明亮¹

(1. 中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 武汉 430071; 2. 中国长航集团工程总公司, 武汉 430014)

摘 要: 以连续配筋混凝土路面 (CRCP) 近年来应用比较广泛的路面结构形式为研究对象, 采用考虑地基压缩系数和水平剪切系数的双参数地基模型, 建立了考虑地基土体滞回阻尼的黏弹性地基上 CRCP 的振动微分方程, 运用三角级数和 Fourier 变换得到了简谐、矩形均布荷载作用下路面竖向位移的解答, 并利用 Fourier 逆变换得到了数值结果, 较为全面的分析了荷载速度、频率、路面配筋率、板厚以及地基参数对板的动力响应的影响。研究结果可为路面动力响应分析及连续配筋混凝土路面的质量评价提供参考。

关 键 词: 连续配筋混凝土路面; 双参数地基; Fourier 变换; 参数分析

中图分类号: O 319.56

文献标识码: A

Parameter analysis of continuously reinforced concrete pavement resting on two-parameter foundation

LU Zheng¹, YAO Hai-lin¹, LUO Hai-ning², YANG Yang¹, YANG Ming-liang¹

(1. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China; 2. Chinese Changhang Group Inc., Wuhan 430014, China)

Abstract: The dynamic displacement response of continuously reinforced concrete pavement (CRCP), which has horizontal resistance at its bottom, resting on a viscoelastic foundation has been investigated when the system is subjected to a harmonic moving load. The vertical displacement expressions of CRCP are obtained by using the trigonometric series and the Fourier transform when hysteretic damping is considered. Numerical results are derived through the inverse fast Fourier transform method (IFFT) and used to analyze the influence of various parameters such as the load velocity, frequency, reinforced ratio, strip thickness and foundation parameters on the dynamic displacement responses. The results can be for reference in analysis of dynamic response and pavement evaluation of CRCP.

Key words: continuously reinforced concrete pavement; two-parameter foundation; Fourier transform; parameter analysis

1 引 言

弹性地基上的薄板理论来计算路面的应力和变形目前已经得到了广泛的应用, 工程中常用该理论结合静荷载条件作为路面设计的依据^[1], 然而, 车辆荷载是一种施加在路面上的运动荷载, 可近似模拟成矩形运动荷载, 因此研究弹 (黏弹) 性地基上由矩形运动荷载引起的动力响应问题对路面设计及

质量评价均具有重要意义。近年来, 国内外许多学者对该问题进行了研究, 文献[2]研究了无限长梁在运动点荷载作用下的动力响应; 文献[3]给出了简谐荷载作用下非线性黏弹性地基上梁的动力响应解; 文献[4]用有限条分法分析了移动荷载作用下弹性地基上矩形板的动力学问题, 认为路面结构可以近似用无限长板来代替; 文献[5]研究了弹性半空间上高速移动荷载作用下的动力响应问题; 文献[6]考虑

收稿日期: 2007-09-20

基金项目: 西部交通建设科技项目资助 (No.200531849305); 湖北省自然科学基金资助 (No.2007ABA033)。

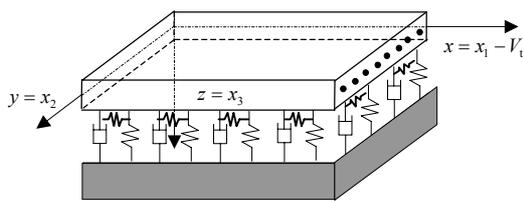
作者简介: 卢正, 男, 1982 年生, 博士研究生, 主要从事路基工程及动力响应方面的研究。E-mail: lzwhrsm@163.com

了弹性介质的黏滞阻尼，研究了运动均布荷载作用下层状弹性质的动力响应；文献[7]对变幅值条件下 Winkler 黏弹性地基上无限大板的动力响应进行了研究；文献[8]采用三维有限元方法对 CRCP 荷载应力进行了静力条件下的计算分析；文献[9]给出了 CRCP 在局部荷载作用下的静力解，并进一步分析了 Winkler 弹性地基上路面的动力响应。上述研究都只考虑了地基的压缩系数而忽略了地基水平剪切系数的影响，因此采用同时考虑压缩系数和水平剪切系数的双参数地基模型能更好地符合实际情况。

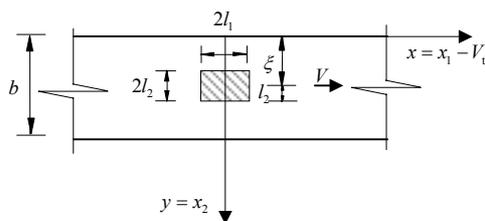
本文以连续配筋混凝土路面（CRCP）结构形式为研究对象，采用考虑压缩系数和水平剪切系数的双参数地基模型，建立了考虑地基土体滞回阻尼的黏弹性地基上 CRCP 的振动微分方程，运用三角级数和 Fourier 变换得到了简谐、矩形均布荷载作用下路面竖向位移的解答，并通过数值计算较为全面的分析了荷载速度、频率、路面配筋率、板厚以及地基参数对板的动力响应的影响。

2 基本控制方程

由于考虑配筋的作用，为了模拟连续配筋混凝土路面在运动荷载下的动力响应，本文将路面简化为置于黏弹性地基上宽度为 b 的无限长正交各向异性弹性薄板，地基假设为双参数黏弹性地基，问题的模型如图1所示。在运动荷载条件下，考虑简谐、矩形均布荷载作用于板表面，荷载大小为 $q_0 e^{i\omega t}$ ，长 $2l_1$ ，宽 $2l_2$ ，以速度 V 沿 x 方向运动。



(a) 地基和路面计算模型



(b) 运动荷载模式

图 1 计算模型和运动荷载模式

Fig.1 Subgrade and pavement model and geometry of moving load

根据小挠度弹性薄板理论^[10]以及双参数黏弹性地基假设^[11]，正交各向异性板的运动方程为

$$D_{11} \frac{\partial^4 W}{\partial x_1^4} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 W}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + D_{22} \frac{\partial^4 W}{\partial x_2^4} + \rho_c h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + c \frac{\partial W}{\partial t} + K_v W(x_1, x_2, t) - \frac{K_h h^2}{4} \nabla^2 W(x_1, x_2, t) = q(x_1, x_2, t) \quad (1)$$

式中： K_v 和 K_h 分别为地基的压缩系数和水平剪切系数； c 为黏弹性地基的阻尼常数； ρ_c 为路面板的密度； h 为板厚； $q(x_1, x_2, t)$ 为运动荷载； $W(x_1, x_2, t)$ 为板的竖向位移； $D_{ij} (i, j=1, 2, 6)$ 为正交各向异性板的刚度系数，具体表达式为

$$D_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} C_{ij} z^2 dz, \quad (i, j=1, 2, 6) \quad (2)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} C_{11} &= \frac{E_1}{1-\mu_1\mu_2}; \quad C_{22} = \frac{E_2}{1-\mu_2\mu_1}; \quad C_{12} = \frac{E_1\mu_2}{1-\mu_1\mu_2}; \\ C_{66} &= G_{12}; \quad E_1\mu_2 = E_2\mu_1; \quad E_1 = E_f V_f + E_m(1-V_f); \\ E_2 &= \frac{E_f E_m}{E_m V_f + E_f(1-V_f)}; \quad \mu_1 = \mu_f V_f + \mu_m(1-V_f); \\ G_{12} &= \frac{G_f G_m}{G_m V_f + G_f(1-V_f)}; \quad G_f = \frac{E_f}{2(1+\mu_f)}; \\ G_m &= \frac{E_m}{2(1+\mu_m)} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

E_1 、 E_2 及 μ_1 、 μ_2 分别为正交各向异性板的模量参数； E_f 、 μ_f 和 E_m 、 μ_m 分别为钢筋和混凝土杨氏模量和泊松比； V_f 配筋率。

为便于分析荷载附近由于运动荷载引起的动力响应，令 $x = x_1 - Vt$ ， $y = x_2$ ， $z = x_3$ ，则可引入移动坐标系 (x, y, z, t) 。在移动坐标系中，式 (1) 可以写为

$$D_{11} \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22} \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} + \rho_c h \left(\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} - 2V \frac{\partial^2 W}{\partial t \partial x} + V^2 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) + c \left(\frac{\partial W}{\partial t} - V \frac{\partial W}{\partial x} \right) + K_v W - \frac{K_h h^2}{4} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) = q(x, y, t) \quad (4)$$

假设路面板为边缘简支，则在 $y = 0, b$ 处有

$$\left. \begin{aligned} W(x, y, t)|_{y=0, b} &= 0; \\ \left(D_{12} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + D_{22} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) |_{y=0, b} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

为模拟交通荷载，采用矩形简谐荷载，则荷载表达式可写成为

$$q(x, y, t) = \frac{q_0 e^{i\omega t}}{4l_1 l_2} \{ H[y - (\xi l_2)] - H[y - (\xi + l_2)] \} \cdot [H(x + l_1) - H(x - l_1)] \quad (6)$$

式中： H 为 Heaviside 单位阶跃函数； ω 为圆频率，rad/s； q_0 为荷载大小； ξ 为荷载中心到板边缘的距离。将位移函数 $W(x, y, t)$ 展开为正弦级数，同时满足路面简支条件，则有

$$W(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} W_m(x, t) \sin(\alpha_m y) \quad (7)$$

同样，荷载 $q(x, y, t)$ 也可以展开为

$$q(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} q_m(x, t) \sin(\alpha_m y) [H(x + l_1) - H(x - l_1)] \quad (8)$$

式中： $q_m(x, t) = \frac{q_0 e^{i\omega t}}{b \alpha_m l_1 l_2} \sin(\alpha_m \xi) \sin(\alpha_m l_2)$ ； $\alpha_m = \frac{m\pi}{b}$ ； b 为路面的宽度。

将式 (7) 和式 (8) 代入式 (4)，同时考虑位移函数的稳态形式，则有

$$\begin{aligned} D_{11} \frac{\partial^4 W_m}{\partial x^4} - \left[2\alpha_m^2 (D_{12} + 2D_{66}) + \frac{K_h h^2}{4} \right] \frac{\partial^2 W_m}{\partial x^2} + \\ \left(\alpha_m^4 D_{22} + \frac{\alpha_m^2 K_h h^2}{4} + K_v \right) W_m + \rho_c h \left(\frac{\partial^2 W_m}{\partial t^2} - \right. \\ \left. 2V \frac{\partial^2 W_m}{\partial t \partial x} + V^2 \frac{\partial^2 W_m}{\partial x^2} \right) + c \left(\frac{\partial W_m}{\partial t} - V \frac{\partial W_m}{\partial x} \right) = \\ q_m(x, t) [H(x + l_1) - H(x - l_1)] \end{aligned} \quad (9)$$

本文引入对 x 的 Fourier 变换及其逆变换为

$$\left. \begin{aligned} \bar{W}_m(\beta, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} W_m(x, t) e^{-i\beta x} dx; \\ W_m(x, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{W}_m(\beta, t) e^{i\beta x} d\beta \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中： $i = \sqrt{-1}$ ； $\bar{W}_m(\beta, t)$ 为 $W_m(x, t)$ 的 Fourier 变换， β 为 Fourier 变换参数。

结合式 (9) 和式 (10) 容易得到

$$\bar{W}_m(\beta, t) = \frac{\bar{q}_m(\beta, t)}{\bar{\varphi}_m} \quad (11)$$

式中

$$\begin{aligned} \bar{\varphi}_m &= D_{11} \beta^4 + \left[2\alpha_m^2 (D_{12} + 2D_{66}) \frac{K_h h^2}{4} \right] \beta^2 + D_{22} \alpha_m^4 + \\ &\frac{K_h h^2 \alpha_m^2}{4} + K_v - \rho_c h (\omega - V \beta)^2 + c(i\omega - i\beta V); \\ \bar{q}_m(\beta, t) &= \frac{2q_0}{b \alpha_m \beta l_1 l_2} \sin(\alpha_m \xi) \sin(\alpha_m l_2) \sin(\beta l_1) e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (12)$$

一般认为，路基土体中绝大部分能量的耗散是由于土颗粒之间的相互摩擦（滞回阻尼）造成的^[11, 12]，因此考虑土体滞回阻尼更加符合实际情况。本文将在分析过程中考虑土体滞回阻尼的影响，则式 (11) 中的 $\bar{\varphi}_m$ 的表达式变为

$$\begin{aligned} \bar{\varphi}'_m &= D_{11} \beta^4 + \left[2\alpha_m^2 (D_{12} + 2D_{66}) \frac{K_h h^2}{4} \right] \beta^2 + D_{22} \alpha_m^4 + \\ &\frac{K_h h^2 \alpha_m^2}{4} + K_v (1 + i\eta) - \rho_c h (\omega - V \beta)^2 + c(i\omega - i\beta V) \end{aligned} \quad (13)$$

式中： η 为土体滞回阻尼因子。

对式 (12) 进行 Fourier 逆变换，并代入式 (7)，即可得到双参数黏弹性地基上 CRCP 在矩形简谐运动荷载作用下的竖向位移表达式：

$$W(x, y, t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{q_m(\beta, t)}{\bar{\varphi}'_m} e^{i\beta x} \sin(\alpha_m y) d\beta \quad (14)$$

本文中，如果取极限 $l_1 \rightarrow 0$ 、 $l_2 \rightarrow 0$ ，并注意到 $\lim_{l_1 \rightarrow 0} \frac{\sin(\beta l_1)}{\beta l_1} = 1$ ， $\lim_{l_2 \rightarrow 0} \frac{\sin(\alpha_m l_2)}{\alpha_m l_2} = 1$ ，则可分别得到移动集中荷载和移动线源荷载作用下的相应解。如果令 $c = 0$ ，则可以得到弹性地基的相应解答。

3 数值计算及分析

在得到运动荷载作用下 CRCP 的竖向位移表达式后，采用离散快速 Fourier 变换 (IFFT) 来计算 Fourier 逆变换。定义位移幅值 $f(x) = \sqrt{\{\text{Re}[f(x)]\}^2 + \{\text{Im}[f(x)]\}^2}$ ，取荷载及路面系统的计算参数见表 1。

图 2 为运动常值荷载作用下 ($f = 0$) 荷载速度为 20 m/s 时荷载附近竖向位移沿 X 方向的变化曲线。从图中可以看出，弹性地基情况下的位移幅值大于黏弹性地基的情况，而且位移幅值随黏弹性地基阻尼的增加而减小。不考虑地基黏性时，位移峰值出现在荷载中心，位移曲线沿 $X = 0$ 完全对称；考虑地基黏性时，位移峰值出现的位置滞后于荷载中心，且位移曲线也不再对称。

表1 计算参数

Table 1 Computational parameters

参数	数值	参数	数值
混凝土杨氏模量 E_f / 10^5 MPa	2.0	土体滞回阻尼因子 η	0.1
钢筋杨氏模量 E_m / 10^4 MPa	3.0	板厚 h /m	0.2
钢筋泊松比 μ_f	0.28	板宽 b /m	10
混凝土泊松比 μ_m	0.167	板密度 ρ_c / 10^3 kg/m ³	2.3
配筋率 V_f /%	0.75	荷载大小 q_0 /kN	100
地基压缩系数 K_v /MPa	20	荷载长 l_1 /m	0.15
地基水平剪切系数 K_h /MPa	250	荷载宽 l_2 /m	0.15

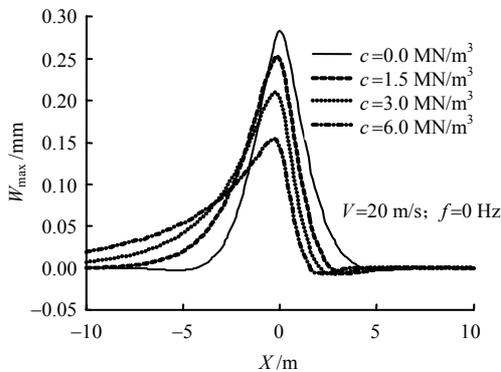


图2 不同地基阻尼系数下位移沿 X 轴变化曲线
Fig.2 Effect of foundation damping on vertical displacement

图3和图4分别为运动常值荷载($f=0$)和运动简谐荷载($f=24$ Hz)作用下位移幅值随速度的变化曲线。从图3可以看出,运动常值荷载作用下地基为弹性时,位移幅值随荷载速度的增加而缓慢增大;地基为黏弹性时,位移幅值随荷载速度的增大而减小,阻尼越大,位移幅值在速度较小时衰减越快。从图4可以看出,当其他条件不变荷载频率从0增大到24 Hz后,曲线发生很大变化。地基为弹性时,位移幅值随着荷载速度的增加先增大后减小,在 $V=150$ m/s附近出现峰值,此时的速度称为关键速度^[11];当地基为黏弹性时荷载速度的变化对位移幅值的影响很小。

图5为荷载速度为20 m/s时位移幅值随荷载频率的变化曲线。从图中可以看出,地基为弹性时位移幅值随着荷载频率的增大而震荡。频率较低时,位移幅值随频率增大迅速增大。随着频率的增加,在30~160 Hz范围内出现若干个关键频率^[11]。考虑地基黏性时位移幅值随着荷载频率的增大而减小,最终趋于稳定。

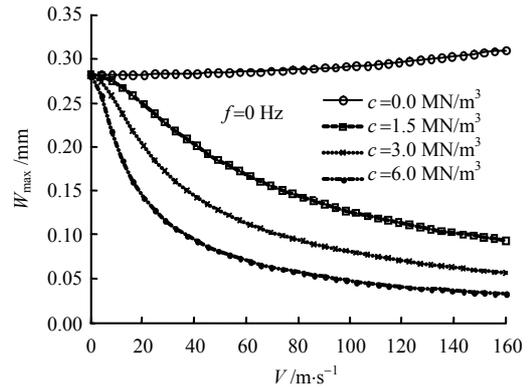


图3 常值荷载下位移幅值随速度变化曲线
Fig.3 Effect of velocity on maximum displacement under constant amplitude load

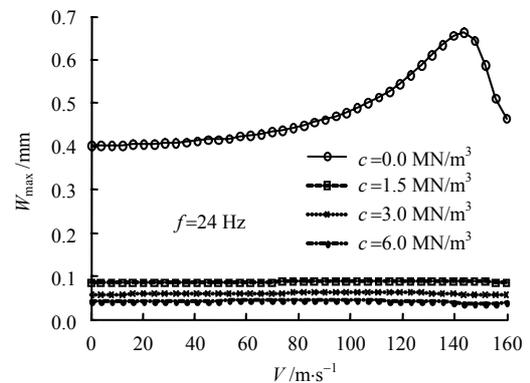


图4 简谐荷载下位移幅值随速度变化曲线
Fig.4 Effect of velocity on maximum displacement under harmonic amplitude load

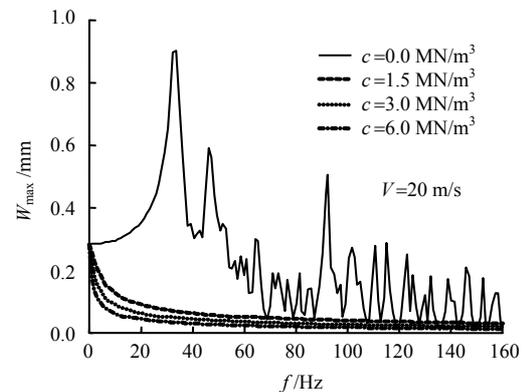


图5 位移幅值随荷载频率变化曲线
Fig.5 Effect of frequency on maximum displacement

图6~8反映出地基参数对位移幅值的影响。从图6可知,运动简谐荷载作用下不考虑地基黏性时,关键速度(指使位移幅值达到最大值的速度)随着地基水平剪切系数的增大而增大,位移幅值随着地基水平剪切系数的增大而减小。从图7可以看出,随地基压缩系数的增大,板的位移幅值减小,而剪切系数的改变对位移幅值的影响较小。从图8

可知，地基为弹性时位移幅值随着地基压缩系数的增大而减小；地基为黏弹性时，压缩系数对位移幅值的影响很小。

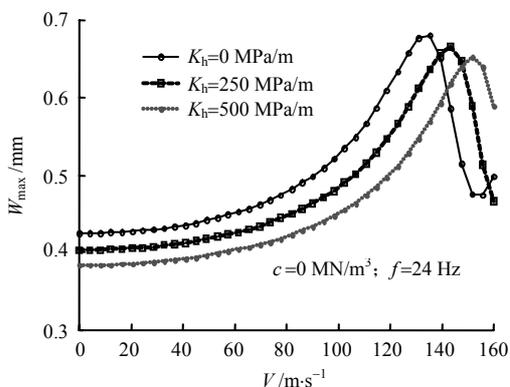


图 6 剪切系数不同时位移幅值随荷载速度变化曲线
Fig.6 Effect of velocity on maximum displacement under various horizontal resistance

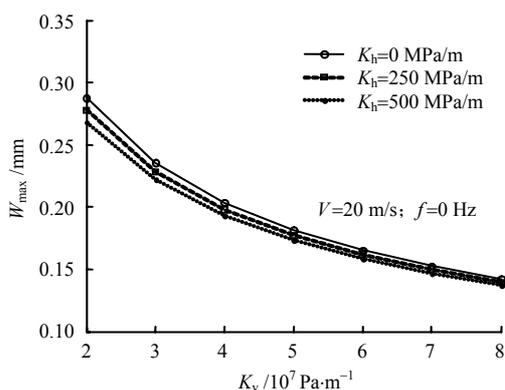


图 7 剪切系数不同时位移幅值随压缩系数变化曲线
Fig.7 Effect of compression modulus on maximum displacement under various horizontal resistance

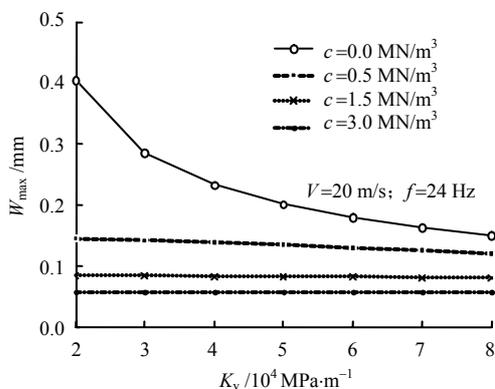


图 8 阻尼不同时位移幅值随压缩系数变化曲线
Fig.8 Effect of compression modulus on maximum displacement under various damping

图 9 为了配筋率对位移幅值的影响曲线。可以

看出，无论是弹性地基，还是黏弹性地基，配筋率从 0.75 %增大到 4.5 %时，位移幅值的变化都很小。从图 10 可知，板厚对位移幅值的影响很大。随着板厚的增加，这种影响愈小，因此选取适当的板厚对减小板的变形有重要作用。

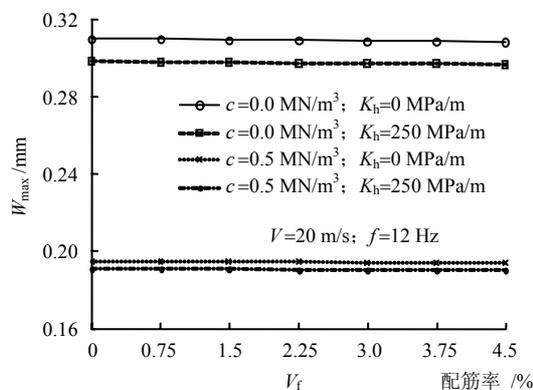


图 9 位移幅值随配筋率变化曲线
Fig.9 Effect of reinforced ratio on maximum displacement

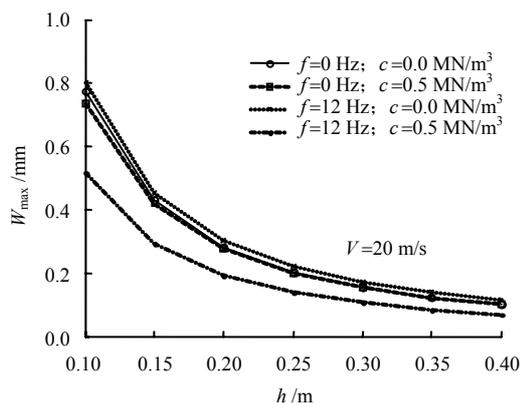


图 10 位移幅值随板厚变化曲线
Fig.10 Effect of plate thickness on maximum displacement

4 结 论

运用三角级数和 Fourier 变换的方法本文得到了简谐、矩形均布荷载作用下双参数地基上连续配筋混凝土路面的竖向位移的解答，通过数值计算较为全面的分析了荷载速度、频率，路面配筋率，板厚以及地基参数对板的竖向位移的影响。同时，分别比较了地基为弹性和黏弹性的情况，荷载为运动常值荷载 ($f = 0$) 和运动简谐荷载的情况，分析结论如下：

(1) 弹性地基板和黏弹性地基板的动力响应有很大差别，弹性地基板的位移峰值出现在荷载中心，位移曲线沿 $X = 0$ 完全对称；黏弹性地基板的位移峰值出现的位置滞后于荷载中心，且位移曲线

也不对称。采用不同地基模型时,其他参数对板竖向位移响应的影响也有很大不同。弹性地基时,板的位移幅值随频率增大而振荡,出现若干个关键频率,随地基压缩系数的增大而显著减小;黏弹性地基板的位移幅值随频率的增大而减小,随地基压缩系数的增大基本保持不变。

(2) 运动常值荷载($f=0$)和运动简谐荷载下板的动力响应有很大差别。当荷载为运动常值荷载时,弹性地基板的位移幅值随荷载速度增大而增大,黏弹性地基板的位移幅值随荷载速度增大而减小;当荷载为简谐荷载时,弹性地基板的位移幅值随荷载速度先增大后减小,在 $V=150\text{ m/s}$ 左右出现一个关键速度,而黏弹性地基板的位移幅值随荷载速度增大变化很小。由于路面的几何不平顺以及车辆本身原因会使车辆在运行时产生一定频率的振动,在进行路面计算时一定要精确地测定车辆的振动频率。

(3) 地基参数对板的位移响应有一定影响。运动简谐荷载作用下,不考虑地基黏性时关键速度随着地基水平剪切系数的增大而增大,位移幅值随地基水平剪切系数的增大而减小。随地基压缩系数的增大,板的位移幅值减小,而剪切系数的改变对位移幅值的影响较小。弹性地基位移幅值随着地基压缩系数的增大而减小,黏弹性地基,压缩系数对位移幅值的影响很小。无论是弹性地基,还是黏弹性地基,配筋率的大小对位移响应的影响都不显著。板厚度对位移幅值的影响很大。因此,在工程设计时板的厚度应当要精确测量,以减小计算误差。

参 考 文 献

- [1] 邓学钧,孙璐. 车辆-地面结构系统动力学[M]. 北京: 人民交通出版社, 2000.
- [2] KNOWLES J K. On the dynamic response of a beam to a randomly moving load[J]. *Journal of Applied Mechanics*, Transactions of the ASME, 1968, 35: 1-6.
- [3] KARGARNOVIN M H, YOUNESIAN D, THOMPSON D J, JONES C J C. Response of beams on nonlinear viscoelastic foundations to harmonic moving loads[J]. *Computers and Structures*, 2005, 83: 1 865-1 877.
- [4] HUANG M H, THAMBIRATNAM D P. Dynamic response of plates on elastic foundation to moving loads[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2002, 128(9): 1 016-1 022.
- [5] JIN Bo. Dynamic response of a poroelastic half space generated by high speed load[J]. *Chinese Quarterly of Mechanics*, 2004, 25: 168-174.
- [6] GUNARATNE M, SANDERS O. Response of a layered elastic medium to a moving strip load[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1996, 20: 191-208.
- [7] KIM S M, FRANK B, MCCULLOUGH. Dynamic response of plate on viscous winkler foundation to moving loads of varying amplitude[J]. *Engineering Structure*, 2003, 25: 1 179-1 188.
- [8] 唐益明,黄晓明,邓学均. 连续配筋水泥混凝土路面荷载应力分析[J]. 岩土工程学报, 1996, 18(6): 84-91. TANG Yi-ming, HUANG Xiao-ming, DENG Xue-jun. Stresses in continuously reinforced concrete pavement due to wheel loads[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1996, 18(6): 84-91.
- [9] 王虎,胡长顺,王秉刚. 连续配筋混凝土路面动荷响应分析[J]. 工程力学, 2001, 18(5): 119-126. WANG Hu, HU Chang-shun, WANG Bing-gang. Responses of continuously reinforced concrete pavement under transient load[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2001, 18(5): 119-126.
- [10] 胡海昌. 弹性力学的变分原理及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1981: 207-212.
- [11] KIM S M. Influence of horizontal resistance at plate bottom on vibration of plates on elastic foundation under moving loads[J]. *Engineering Structure*, 2004, 26: 519-529.
- [12] FOINQUINOS R, ROESSET J M. Dynamic non-destructive testing of pavements[R]. [S. l.]: Geotechnical Engineering Center, The University of Texas at Austin, 1995.