

非线性回归法求解爆破振动速度衰减公式参数

吕 涛¹, 石永强², 黄 诚¹, 李海波¹, 夏 祥¹, 周青春¹, 李俊如¹

(1.中国科学院 武汉岩土力学研究所, 湖北 武汉 430071; 2.中广核工程有限公司, 深圳 518124)

摘要: 准确分析场地爆破振动衰减规律是爆破工程设计的基本依据。通过考察爆破振动速度衰减公式中参数的线性回归方法和非线性回归方法, 提出了线性残差平方和与非线性(亦即标准残差平方和)的概念, 给出了求解衰减公式参数的非线性回归法, 并详述了该方法的实现过程。结合工程实例, 以标准残差平方和作为爆破振动实测数据与衰减公式拟合值偏差大小的判断依据, 分析了线性和非线性回归分析方法得到的萨道夫斯基公式和其修正公式的标准残差平方和。分析结果表明, 非线性回归分析方法的准确度明显高于线性回归分析方法; 分别采用线性回归和非线性回归方法得到的萨道夫斯基公式和其修正公式的标准残差平方和非常接近, 因此, 采用两种形式的公式拟合爆破振动衰减规律都是可行的。

关键词: 爆破; 衰减参数; 非线性回归法; 残差平方和

中图分类号: O382

文献标识码: A

Study on attenuation parameters of blasting vibration by nonlinear regression analysis

LÜ Tao¹, SHI Yong-qiang², HUANG Cheng¹, LI Hai-bo¹, XIA Xiang¹, ZHOU Qing-chun¹, LI Jun-ru¹

(1. Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China;

2. China Guangdong Nuclear Power Station Engineering Co. Ltd., Shenzhen 518124, China)

Abstract: Determination of the blasting attenuation characteristics is of most importance for blasting design. The linear and nonlinear regression analysis methods to evaluate the parameters in the S formula and revised S formula are investigated. Based on the investigation, the concept for the residual sum of squares and nonlinear residual sum of squares (standard residual sum of squares) are proposed. The algorithm of nonlinear residual sum of squares is also introduced in detail. In accordance with the engineering case, the standard residual sum of squares is used to evaluate the deviation of vibration velocity acquired by the site monitoring and the regression analysis results by S and revised formula. It is shown that the accuracy of the nonlinear regression analysis method is significantly better than the linear regression analysis method. It is also reported the residual sum of squares and the standard residual sum of squares obtain by S formulas and revised S formula are almost similar; for this case, the two blasting attenuation formulas are available.

Key words: blasting; attenuation parameters; nonlinear regression analysis; residual sum of squares

1 引 言

场地爆破振动衰减规律是爆破设计的理论依据, 是爆破工程中必须解决的关键问题。然而, 由于爆破荷载作用下介质中质点振动特性受爆破参数、地质地形条件、岩土体介质动力学特性等因素影响, 无论是理论上还是实际工程应用中准确分析爆破振动衰减规律都具有相当大的难度。

目前, 有关爆破振动衰减规律的研究方法可大致分为 4 种: 波动法、数值法、数据拟合法和萨道

夫斯基法。

(1) 波动法: 基于波动理论研究爆破地震波在介质中的传播过程, 进而推导出爆破振动速度衰减公式。卢文波等^[1]采用波动法推导得到岩石中爆破振动速度幅值衰减公式。但波动法假定介质为均质连续线弹性材料, 这使公式在工程应用方面仍有一定局限性。

(2) 数值法: 以运动学方程及能量守恒定律为理论基础, 通过建立数值模型计算得到爆破荷载作用下介质的实时应力场、位移场等, 实现对真实

收稿日期: 2006-07-21

修改稿收到日期: 2007-05-26

基金项目: 国家自然科学基金重点项目 (No. 50439030); 和国家重点基础发展规划项目 (No. 2002CB412705) 资助课题。

作者简介: 吕 涛, 男, 1980 年生, 博士研究生, 主要从事地下结构及围岩动力响应方面的研究。E-mail: gem_lt@163.com

物理过程的模拟。常用的数值法有离散元法、有限元法、有限差分法、边界元法及耦合法等。杨伟林等^[2]采用波动有限元分析法研究了复杂场地条件下爆破地震动特征及衰减规律。夏祥等^[3]运用离散元法分析了节理岩体中质点振动速度幅值随爆源距离变化的衰减规律。数值法可以真实再现物理过程,揭示爆破振动衰减规律的影响因素;然而由于难以准确描述爆破初始荷载、岩体结构特征等,数值分析结果难以直接应用于工程爆破设计中。

(3) 数据拟合法:在爆破实测数据的基础上,采用遗传算法^[4]或人工神经网络^[5-10]等算法,使算法预测值对实测值具有很高的拟合度。然而,这种方法抛开了物理量之间的相互关系及变化规律,缺乏明确的物理意义,有“黑箱”之嫌,在实际工程中应用也具有一定的局限性。

(4) 萨道夫斯基法:以传统的爆破振动速度衰减公式萨道夫斯基公式为基础,给出爆破振动速度随炸药量、爆心距等因素的定量关系^[11-21]。这种方法具有明确的物理意义,应用方便快捷,可为爆破设计提供理论依据,至今仍是爆破工程中最普遍采用的方法。

萨道夫斯基法有两个关键问题需要解决,即萨道夫斯基公式形式及公式中参数的确定。本文提出了求解萨道夫斯基一元回归公式及萨道夫斯基二元回归公式中参数的非线性回归法,旨在现有实测数据的基础上更好地拟合萨道夫斯基衰减公式,从而促进爆破振动衰减规律的研究,使之更好地服务于爆破设计工作,指导爆破施工。

2 萨道夫斯基公式参数

在爆破工程中,爆破振动衰减规律主要通过介质质点振动速度幅值与装药量和爆心距的变化关系来反映。一般而言,振动速度幅值随炸药量增加而增加,随爆心距增加而减小。这一规律可通过工程中常用的萨道夫斯基公式定量描述:

$$V = K(Q^{\frac{1}{3}}/R)^{\alpha} = K\rho^{\alpha} \quad (1)$$

式中: V 为介质质点振动速度幅值 (cm/s); Q 为炸药量 (kg), 齐发爆破时为总药量, 延时爆破时为最大一段药量; R 为爆心距 (m), 指爆破点到介质质点的距离; K, α 为与爆破点至介质质点间的地形、地质条件有关的系数和衰减指数; $\rho = Q^{\frac{1}{3}}/R$ 称为比例药量。

利用式 (1) 进行爆破安全设计时, 炸药量与爆心距容易确定, 问题的关键是确定 K, α 值。《爆

破安全规程》(GB6722-2003)^[22] (以下简称《规程》) 给出了爆区不同岩性的 K, α 值范围, 同时指出 K, α 值也可以通过现场试验确定。

事实上, 爆破条件及地形地质条件等诸多因素都会影响介质质点振动速度幅值。爆区岩性仅是诸多因素中的一个。因此, 仅通过考虑岩性一个因素来确定 K, α 值是不完全妥当的; 而且《规程》中给定的 K, α 值范围也较大, 使得取值具有一定的随意性。

在条件允许的情况下, 通常采用现场试验确定 K, α 值, 即通过现场爆破试验得到若干组介质质点振动速度幅值及相应炸药量、爆心距的实测数据, 而后利用最小二乘法求解出 K, α 值。

2.1 线性回归法

最小二乘法求解 K, α 值步骤如下:

将式 (1) 等号两边取对数, 使之线性化:

$$\ln V = \ln K + \alpha \ln \rho \quad (2)$$

设 $y = \ln V, a = \alpha, x = \ln \rho, b = \ln K$, 则式 (1) 可表示为

$$y = ax + b \quad (3)$$

根据最小二乘法原理, 待定参数 a, b 应使现场爆破试验实测值 $y_i = \ln V_i$ 与式 (3) 拟合值 $\hat{y}_i = ax_i + b = a \ln \rho_i + b$ 的偏差最小。因此, 问题转换为求解使残差平方和取得最小值时的 a, b 值:

$$Q_e^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b)^2 \quad (4)$$

式中: n 为现场爆破试验次数。

根据二元函数的极值定理, Q_e^2 取最小值的必要条件为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial Q_e^2}{\partial a} &= 0 \\ \frac{\partial Q_e^2}{\partial b} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

即

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n x_i (y_i - ax_i - b) &= 0 \\ \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

整理得:

$$\left. \begin{aligned} (\sum_{i=1}^n x_i^2)a + (\sum_{i=1}^n x_i)b &= \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ (\sum_{i=1}^n x_i)a + nb &= \sum_{i=1}^n y_i \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{若系数行列式} \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & n \end{vmatrix} \neq 0, \text{ 则由线性方程} \\ \left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n V_i \rho_i^\alpha &= K \sum_{i=1}^n \rho_i^{2\alpha} \\ \sum_{i=1}^n V_i \rho_i^\alpha \ln \rho_i &= K \sum_{i=1}^n \rho_i^{2\alpha} \ln \rho_i \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

组式 (7) 可以求得待定参数 a, b 的唯一解, 再由变量代换关系, 可求得 $K = e^b, \alpha = a$ 。

上述方法即为利用实测数据确定 K, α 值的最小二乘法。

从求解步骤可以看出, 这种方法只能保证求得的 a, b 值, 使残差平方和 $Q_e^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b)^2$ 取得最小值, 亦即只能使 $\sum_{i=1}^n (\ln V_i - a \ln \rho_i - b)^2$ 取最小值。

然而, 评价爆破振动速度衰减公式拟合值与实测值偏差程度却是通过残差平方和的大小来反映:

$$M^2 = \sum_{i=1}^n (V_i - K \rho_i^\alpha)^2 \quad (8)$$

显然, 一般而言, $Q_e^2 \neq M^2$, 前者是对萨道夫斯基公式及相应数据线性化后求得的残差平方和, 后者则是真正意义上实测值与萨道夫斯基公式拟合值的残差平方和。因此, 满足 Q_e^2 取最小值时的 K, α 值并不一定使 M^2 取得最小值。

由于残差平方和 Q_e^2 是对式 (1) 线性化后按照式 (4) 定义的, 而 M^2 保留了式 (1) 的非线性形式。照式 (8) 定义, 可将前者称为线性残差平方和, 将后者称为非线性残差平方和。由于 M^2 也是评价实测值与公式拟合值偏差程度大小的标准, 因此, 也可称之为标准残差平方和。

2.2 非线性回归法

基于上述讨论, 以使非线性残差平方和 M^2 最小为拟合准则, 直接对萨道夫斯基公式进行回归分析。根据二元函数的极值定理, 使 M^2 最小的必要条件为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial M^2}{\partial K} &= 0 \\ \frac{\partial M^2}{\partial \alpha} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n (V_i - K \rho_i^\alpha) \rho_i^\alpha &= 0 \\ \sum_{i=1}^n (V_i - K \rho_i^\alpha) \rho_i^\alpha \ln \rho_i &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

整理得

式 (11) 为非线性方程组, 直接求得解析解比较困难, 可以利用数值方法求解。

观察式 (11), 构造方程为

$$\begin{aligned} f(\alpha) &= (\sum_{i=1}^n V_i \rho_i^\alpha) (\sum_{i=1}^n \rho_i^{2\alpha} \ln \rho_i) - \\ &(\sum_{i=1}^n V_i \rho_i^\alpha \ln \rho_i) (\sum_{i=1}^n \rho_i^{2\alpha}) = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

式 (12) 为非线性方程, 可利用牛顿迭代法求解其根。该法需要用到函数 $f(\alpha)$ 的导数。

函数 $f(\alpha)$ 对 α 求导数得

$$\begin{aligned} f'(\alpha) &= 2(\sum_{i=1}^n V_i \rho_i^\alpha) [\sum_{i=1}^n \rho_i^{2\alpha} (\ln \rho_i)^2] - \\ &(\sum_{i=1}^n V_i \rho_i^\alpha \ln \rho_i) (\sum_{i=1}^n \rho_i^{2\alpha} \ln \rho_i) - \\ &(\sum_{i=1}^n V_i \rho_i^\alpha \ln \rho_i) (\sum_{i=1}^n \rho_i^{2\alpha} \ln \rho_i) \end{aligned} \quad (13)$$

牛顿迭代法算法如下:

(1) 选取初始值 $\alpha^{(0)}$ 。牛顿迭代法特点是收敛速度快, 但为局部收敛, 因此, 对初始值选取有较严格的限制, 即只有在初始值比较接近方程根时, 牛顿迭代法才能迅速收敛至真解。《规程》中给出了爆区不同岩性的 K, α 推荐值, 根据参数的推荐值可以确定 α 的大致取值范围为 1.3~2.0。因此, 可令 $\alpha^{(0)} = 2.0$ 。同时, 选定精度水平 $\varepsilon = 10^{-6}$ 及最大迭代次数 $N = 10^6$ 。

(2) 对于 $k=0, 1, 2, \dots, N$ 执行下述步骤:

① 计算 $A^{(k)}, B^{(k)}, C^{(k)}, D^{(k)}, E^{(k)}, F^{(k)}$, 其中:

$$\begin{aligned} A^{(k)} &= \sum_{i=1}^n V_i \rho_i^{\alpha^{(k)}} , \quad B^{(k)} = \sum_{i=1}^n V_i \rho_i^{\alpha^{(k)}} \ln \rho_i , \quad C^{(k)} = \\ &\sum_{i=1}^n V_i \rho_i^{\alpha^{(k)}} (\ln \rho_i)^2 , \quad D^{(k)} = \sum_{i=1}^n \rho_i^{2\alpha^{(k)}} , \quad E^{(k)} = \sum_{i=1}^n \rho_i^{2\alpha^{(k)}} \ln \rho_i \\ F^{(k)} &= \sum_{i=1}^n \rho_i^{2\alpha^{(k)}} (\ln \rho_i)^2 . \end{aligned}$$

上标 (k) 表示第 k 次循环计算。

② 计算 $\alpha^{(k+1)}$:

$$\alpha^{(k+1)} = \alpha^{(k)} - \frac{A^{(k)} E^{(k)} - B^{(k)} D^{(k)}}{2A^{(k)} F^{(k)} - B^{(k)} E^{(k)} - C^{(k)} D^{(k)}} \quad (14)$$

③ 若 $\left| \frac{\alpha^{(k+1)} - \alpha^{(k)}}{\alpha^{(k)}} \right| < \varepsilon$, 则认为方程的根近似

等于 $\alpha^{(k+1)}$, 停止计算。否则, 若 $k < N$, 转 ① 循环计算; 若 $k > N$, 输出迭代不成功信息, 并停止计算。

得到 α 值之后, 再由式 (11) 求出:

$$K = \frac{\sum_{i=1}^n V_i^\alpha \rho_i^\alpha}{\sum_{i=1}^n \rho_i^{2\alpha}} \quad (15)$$

根据二元函数极值定理可知，与工程中常用的线性回归法确定的萨道夫斯基公式拟合值相比，非线性回归法确定的公式拟合值与实测值的残差平方和更小，后述的工程实例清楚地反映了这一点。

3 萨道夫斯基修正公式参数

许多研究者^[19-21]认为：人为规定萨道夫斯基公式中炸药量 Q 与爆心距 R 的指数比例为 $1/3$ 是不合理的；在某些地质条件及爆破条件下，采用指数比例为 $1/2$ 或其他指数比例所得的公式拟合值与实测值更为接近，因而提出爆破振动速度衰减修正公式如下：

$$V = KQ^a R^b \quad (16)$$

式中： K ， a ， b 均为与地形、地质条件有关的系数，可根据实测数据进行回归分析确定，该公式称为萨道夫斯基修正公式。

3.1 线性回归法

通常采用线性回归法确定参数，将式 (15) 等号左右两式取对数，使之线性化：

$$\ln V = \ln K + a \ln Q + b \ln R \quad (17)$$

设 $z = \ln V$ ， $x = \ln Q$ ， $y = \ln R$ ， $c = \ln K$ ，则式 (17) 可表示为

$$z = ax + by + c \quad (18)$$

根据最小二乘法原理，待定参数 a ， b ， c 应使现场爆破试验实测值 $z_i = \ln V_i$ 与式 (18) 拟合值 $\hat{z}_i = ax_i + by_i + c = a \ln Q_i + b \ln R_i + c$ 的偏差最小。因此，问题转换为求解使残差平方和取得最小值时的 a ， b 值：

$$Q_c^2 = \sum_{i=1}^n (z_i - ax_i - by_i - c)^2 \quad (19)$$

根据二元函数的极值定理， Q_c^2 取最小值的必要条件为

$$\frac{\partial Q_c^2}{\partial a} = 0, \frac{\partial Q_c^2}{\partial b} = 0, \frac{\partial Q_c^2}{\partial c} = 0 \quad (20)$$

即

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n x_i (z_i - ax_i - by_i - c) &= 0 \\ \sum_{i=1}^n y_i (z_i - ax_i - by_i - c) &= 0 \\ \sum_{i=1}^n (z_i - ax_i - by_i - c) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

整理得

$$\left. \begin{aligned} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) a + \left(\sum_{i=1}^n x_i y_i \right) b + \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) c &= \sum_{i=1}^n x_i z_i \\ \left(\sum_{i=1}^n x_i y_i \right) a + \left(\sum_{i=1}^n y_i^2 \right) b + \left(\sum_{i=1}^n y_i \right) c &= \sum_{i=1}^n y_i z_i \\ \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) a + \left(\sum_{i=1}^n y_i \right) b + nc &= \sum_{i=1}^n z_i \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

若系数行列式为

$$\begin{vmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i y_i & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i y_i & \sum_{i=1}^n y_i^2 & \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n y_i & n \end{vmatrix} \neq 0 \quad (23)$$

则线性方程组 (21) 可以求得待定参数 a ， b ， c 的唯一解；之后可确定 $K = e^c$ 。

事实上，采用线性回归方法确定式 (16) 的待定参数 K ， a ， b ，只能保证式 (19) 中的线性残差平方和 $Q_c^2 = \sum_{i=1}^n (z_i - ax_i - by_i - c)^2$ ，即 $Q_c^2 = \sum_{i=1}^n (\ln V_i - a \ln Q_i - b \ln R_i - \ln K)^2$ 取得最小值。而在评价式 (16) 拟合值与实测值偏差程度时，使用的却是非线性残差平方和：

$$M^2 = \sum_{i=1}^n (V_i - KQ_i^a R_i^b)^2 \quad (24)$$

显然，一般而言， $Q_c^2 \neq M^2$ ，因此，满足使 Q_c^2 取最小值时的 K ， a ， b 值并不一定使 M^2 取得最小值。因此，为使萨道夫斯基修正公式拟合值与实测值偏差程度大小的衡量标准与求解过程统一起来，达到最好的拟合精度，采用非线性回归法求解萨道夫斯基修正公式中的参数是解决问题的途径。

3.2 非线性回归法

基于上述分析，以使非线性残差平方和 M^2 最小为拟合准则，直接对萨道夫斯基修正公式进行回归分析，求解待定参数 K ， a ， b 。

根据多元函数的极值定理，使非线性残差平方和 M^2 最小的必要条件为

$$\frac{\partial M^2}{\partial K} = 0, \frac{\partial M^2}{\partial a} = 0, \frac{\partial M^2}{\partial b} = 0 \quad (25)$$

即

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n (V_i - KQ_i^a R_i^b) Q_i^a R_i^b &= 0 \\ \sum_{i=1}^n (V_i - KQ_i^a R_i^b) Q_i^a R_i^b \ln Q_i &= 0 \\ \sum_{i=1}^n (V_i - KQ_i^a R_i^b) Q_i^a R_i^b \ln R_i &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

整理得

$$\left. \begin{aligned} f_1(K,a,b) &= \sum_{i=1}^n Q_i^a R_i^b V_i - K \sum_{i=1}^n Q_i^{2a} R_i^{2b} = 0 \\ f_2(K,a,b) &= \sum_{i=1}^n Q_i^a R_i^b V_i \ln Q_i - K \sum_{i=1}^n Q_i^{2a} R_i^{2b} \ln Q_i = 0 \\ f_3(K,a,b) &= \sum_{i=1}^n Q_i^a R_i^b V_i \ln R_i - K \sum_{i=1}^n Q_i^{2a} R_i^{2b} \ln R_i = 0 \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

由于式 (27) 为非线性方程组，无法直接得到解析解，可以采用牛顿迭代法求解方程组的解 K ， a ， b 。该法需要用到函数 f_1 ， f_2 ， f_3 对 K ， a ， b 的偏导数。

由式 (27) 可得

$$\frac{\partial f_1}{\partial K} = -\sum_{i=1}^n Q_i^{2a} R_i^{2b} \quad (28)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial a} = \sum_{i=1}^n Q_i^a R_i^b V_i \ln Q_i - 2K \sum_{i=1}^n Q_i^{2a} R_i^{2b} \ln Q_i \quad (29)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial b} = \sum_{i=1}^n Q_i^a R_i^b V_i \ln R_i - 2K \sum_{i=1}^n Q_i^{2a} R_i^{2b} \ln R_i \quad (30)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial K} = -\sum_{i=1}^n Q_i^{2a} R_i^{2b} \ln Q_i \quad (31)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial a} = \sum_{i=1}^n Q_i^a R_i^b V_i (\ln Q_i)^2 - 2K \sum_{i=1}^n Q_i^{2a} R_i^{2b} (\ln Q_i)^2 \quad (32)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial b} = \sum_{i=1}^n Q_i^a R_i^b V_i \ln Q_i \ln R_i - 2K \sum_{i=1}^n Q_i^{2a} R_i^{2b} \ln Q_i \ln R_i \quad (33)$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial K} = -\sum_{i=1}^n Q_i^{2a} R_i^{2b} \ln R_i \quad (34)$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial a} = \sum_{i=1}^n Q_i^a R_i^b V_i \ln Q_i \ln R_i - 2K \sum_{i=1}^n Q_i^{2a} R_i^{2b} \ln Q_i \ln R_i \quad (35)$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial b} = \sum_{i=1}^n Q_i^a R_i^b V_i (\ln R_i)^2 - 2K \sum_{i=1}^n Q_i^{2a} R_i^{2b} (\ln R_i)^2 \quad (36)$$

牛顿迭代法算法如下：

(1) 选取初始值 $K^{(0)}$ ， $a^{(0)}$ ， $b^{(0)}$ 。萨道夫基公式是萨道夫斯基修正公式的特殊形式。当两公式吻合时，则有： $a = \alpha/3$ ， $b = -\alpha$ 。根据《规程》中 K ， α 的推荐值可知： $K \in (50, 350)$ ， $\alpha \in (1.3, 2.0)$ 。由此可以确定 K ， a ， b 的大致取值范围分别为 $50 \sim 350$ ， $0.4 \sim 0.7$ ， $-2.0 \sim -1.3$ 。故可令 $K^{(0)} = 300$ ， $a^{(0)} = 0.5$ ， $b^{(0)} = -2.0$ ，同时选定精度水平 $\varepsilon = 10^{-6}$ 及最大迭代次数 $N = 10^6$ 。由于牛顿迭代法为局部收敛，应尽量使初始值接近真值，使迭代过程迅速收

敛。

(2) 对于 $k = 0, 1, 2, \dots, N$ 执行下述步骤：

① 计算 $A^{(k)}$ ， $B^{(k)}$ ， $C^{(k)}$ ， $D^{(k)}$ ， $E^{(k)}$ ， $F^{(k)}$ ， $G^{(k)}$ ， $H^{(k)}$ ， $O^{(k)}$ ， $S^{(k)}$ ， $T^{(k)}$ ， $U^{(k)}$ ，其中：

$$A^{(k)} = \sum_{i=1}^n Q_i^{a^{(k)}} R_i^{b^{(k)}} V_i \quad (37)$$

$$B^{(k)} = \sum_{i=1}^n Q_i^{a^{(k)}} R_i^{b^{(k)}} V_i \ln Q_i \quad (38)$$

$$C^{(k)} = \sum_{i=1}^n Q_i^{a^{(k)}} R_i^{b^{(k)}} V_i \ln R_i \quad (39)$$

$$D^{(k)} = \sum_{i=1}^n Q_i^{a^{(k)}} R_i^{b^{(k)}} V_i (\ln Q_i)^2 \quad (40)$$

$$E^{(k)} = \sum_{i=1}^n Q_i^{a^{(k)}} R_i^{b^{(k)}} V_i (\ln R_i)^2 \quad (41)$$

$$F^{(k)} = \sum_{i=1}^n Q_i^{a^{(k)}} R_i^{b^{(k)}} V_i \ln Q_i \ln R_i \quad (42)$$

$$G^{(k)} = \sum_{i=1}^n Q_i^{2a^{(k)}} R_i^{2b^{(k)}} \quad (43)$$

$$H^{(k)} = \sum_{i=1}^n Q_i^{2a^{(k)}} R_i^{2b^{(k)}} \ln Q_i \quad (44)$$

$$O^{(k)} = \sum_{i=1}^n Q_i^{2a^{(k)}} R_i^{2b^{(k)}} \ln R_i \quad (45)$$

$$S^{(k)} = \sum_{i=1}^n Q_i^{2a^{(k)}} R_i^{2b^{(k)}} (\ln Q_i)^2 \quad (46)$$

$$T^{(k)} = \sum_{i=1}^n Q_i^{2a^{(k)}} R_i^{2b^{(k)}} (\ln R_i)^2 \quad (47)$$

$$U^{(k)} = \sum_{i=1}^n Q_i^{2a^{(k)}} R_i^{2b^{(k)}} \ln Q_i \ln R_i \quad (48)$$

② 求解关于 $\Delta x^{(k)} = (\Delta K^{(k)} \ \Delta a^{(k)} \ \Delta b^{(k)})^T$ 的线性方程组 $F^{(k)} \Delta x^{(k)} = -f^{(k)}$ ，得到 $\Delta x^{(k)} = -(F^{(k)})^{-1} f^{(k)}$ 式中：

$$F^{(k)} = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -G^{(k)} & B^{(k)} - 2K^{(k)}H^{(k)} & C^{(k)} - 2K^{(k)}O^{(k)} \\ -H^{(k)} & D^{(k)} - 2K^{(k)}S^{(k)} & F^{(k)} - 2K^{(k)}U^{(k)} \\ -O^{(k)} & F^{(k)} - 2K^{(k)}U^{(k)} & E^{(k)} - 2K^{(k)}T^{(k)} \end{bmatrix} \quad (49)$$

$$f^{(k)} = \begin{bmatrix} f_1(K^{(k)}, a^{(k)}, b^{(k)}) \\ f_2(K^{(k)}, a^{(k)}, b^{(k)}) \\ f_3(K^{(k)}, a^{(k)}, b^{(k)}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^{(k)} - K^{(k)}G^{(k)} \\ B^{(k)} - K^{(k)}H^{(k)} \\ C^{(k)} - K^{(k)}O^{(k)} \end{bmatrix} \quad (50)$$

③ 计算 $\varepsilon_0 = \frac{\|\Delta x^{(k)}\|_\infty}{\|x^{(k)}\|_\infty}$ ， $\|\cdot\|_\infty$ 表示向量的范数

对于向量 x ，有 $\|x\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} |x_i|$ 。

④ 若 $\varepsilon_0 < \varepsilon$ ，则认为方程组的解近似等于 $x^{(k)} = (K^{(k)} \ a^{(k)} \ b^{(k)})^T$ ，并停止计算；否则转下一步。

⑤ 计算 $x^{(k+1)} = x^{(k)} + \Delta x^{(k)}$ 。

⑥ 若 $K < N$ ，则转 ① 循环计算；否则，输出 N 次迭代不成功的信息，并停止计算。

4 工程实例

4.1 工程概况

广东岭澳核电站厂址位于广东省深圳市东南 45 km 处，大亚湾核电站东北方向 1~2 km 的沿海地带。工程分两期进行，其中一期 1[#]、2[#]两台机组已完成场平开挖、基础负开挖、土建工程施工及设备安装等工作，并先后投入使用，即将营建的二期工程 3[#]、4[#]两台机组，将布置在一期 1[#]、2[#]机组以东约 340 m 处。根据设计要求，需对核岛、20 m 平台以及挡土

墙等基础采用爆破方式进行开挖。其中，4[#]核岛负挖基坑边缘距离已建成的 1[#]核岛最近处约 320 m，距离开关站控制室最近处约 180 m。20 m 平台挡土墙爆破拆除部位距离 1[#]核岛最近处约 240 m，距离主开关站最近处约 90 m。

为了保证一期工程的安全运营以及二期工程基础的完整和施工进度，在进行正常爆破施工前，在二期工程场区进行了爆破试验，以确定工程场地爆破振动衰减规律，为爆破设计提供参考。

4.2 实测数据、振动速度拟合结果及分析

将爆破振动监测结果列于表 1。表中 Q 为最大一段药量(kg)； R 为爆心距(m)； V 为水平径向振动速度幅值(cm/s)。

根据表 1 数据，采用线性与非线性回归法拟合萨道夫斯基公式及萨道夫斯基修正公式。将拟合结果及实测值与拟合值的非线性残差平方和列于表 2。

表 1 爆破振动速度监测结果

Table 1 Monitoring results of vibration velocity of blasting

| 监测号 | | | | | | | | | | | | | | | |
|------------|-----------|----------------------------|------------|-----------|----------------------------|------------|-----------|----------------------------|------------|-----------|----------------------------|------------|-----------|----------------------------|--|
| 1 | | | 2 | | | 3 | | | 4 | | | 5 | | | |
| Q /kg | R /m | V /cm·s ⁻¹ | Q /kg | R /m | V /cm·s ⁻¹ | Q /kg | R /m | V /cm·s ⁻¹ | Q /kg | R /m | V /cm·s ⁻¹ | Q /kg | R /m | V /cm·s ⁻¹ | |
| 20 | 289 | 0.084 | 30 | 264 | 0.094 | 40 | 338 | 0.103 | 20 | 336 | 0.069 | 30 | 329 | 0.065 | |
| 20 | 213 | 0.213 | 30 | 196 | 0.109 | 40 | 202 | 0.542 | 20 | 200 | 0.281 | 30 | 195 | 0.159 | |
| 20 | 121 | 0.503 | 30 | 77 | 0.51 | 40 | 109 | 2.12 | 20 | 104 | 2.28 | 30 | 39 | .0867 | |
| 20 | 274 | 0.054 | 30 | 315 | 0.092 | 40 | 315 | 0.07 | 20 | 313 | 0.055 | 30 | 305 | 0.07 | |
| 20 | 206 | 0.113 | 30 | 198 | 0.369 | 40 | 194 | 0.287 | 20 | 194 | 0.235 | 30 | 197 | 0.133 | |
| 20 | 87 | 0.443 | 30 | 81 | 2.03 | 40 | 83 | 2.07 | 20 | 72 | 1.67 | 30 | 21 | 9.07 | |

表 2 拟合结果及非线性残差平方和
Table 2 Fitted results and standard residual sum of squares

| 参数 | 萨道夫斯基公式 | | 萨道夫斯基修正公式 | |
|----------|---------|---------|-----------|--------|
| | 线性回归法 | 非线性回归法 | 线性回归法 | 非线性回归法 |
| K | 663.385 | 120.995 | 768.605 | 33.996 |
| α | 1.929 | 1.354 | / | / |
| a | / | / | 0.603 | 0.816 |
| b | / | / | -1.932 | -1.344 |
| M^2 | 65.559 | 5.886 | 65.975 | 5.765 |

从表 2 可以看出，不论对萨道夫斯基公式还是萨道夫斯基修正公式，非线性回归法得到的非线性残差平方和明显小于线性回归法，因此，非线性回归法确定的拟合公式精度明显高于线性回归法确定的拟合公式精度，更好地拟合了实测数据。图 1 为比例药量与水平径向爆破振动速度关系图。图中离散点表示爆破监测实测值，实线表示线性回归分析法得到的萨道夫斯基公式拟合曲线，虚线表示非线

性回归分析法得到的萨道夫斯基公式拟合曲线。从图中可以看出，非线性回归分析法拟合精度更高，尤其是在振动幅值较大的情况，其优越性更为明显。

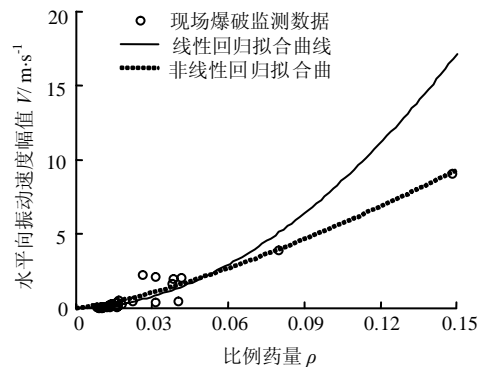


图 1 $V-\rho$ 关系图

Fig.1 Relationship between V and ρ

值得注意的是，萨道夫斯基修正公式剔除了炸药量与爆心距指数比例 1/3 的影响，其目的是使修

正公式拟合值精度高于萨道夫斯基公式拟合值精度。然而,由表2可以看出,分别采用线性和非线性回归得到的两种形式的衰减公式拟合得到的标准残差平方和非常相近。因此,对于本文列举的工程实例,采用两种形式的公式拟合爆破振动衰减规律从精确度上面讲没有明显的区别。

笔者对工程中垂直向爆破振动速度监测数据及其他一些文献(如文献[15],[20])中提供的爆破振动数据也进行了上述分析,得到与本例相同的结论,由此可证明本文结论是具有普遍意义的。

5 结 语

本文以非线性残差平方和作为爆破振动实测值与振动速度衰减公式拟合值偏差大小的判断依据,给出了求解萨道夫斯基公式及萨道夫斯基修正公式中参数的非线性回归分析方法,并详述了实现该方法的计算步骤,从理论角度及工程实例两方面说明了非线性回归分析方法较之工程中常用的线性回归分析方法的优越性。前者可以使非线性残差平方和取得最小值,后者则不行。另外,本文的分析结果还表明,分别采用线性回归和非线性回归方法得到的萨道夫斯基公式和萨道夫斯基修正公式的标准残差平方和非常接近,因此,采用两种形式的公式拟合爆破振动衰减规律都是可行的。

非线性回归法的缺点是无法得到参数的解析解,必须通过编制相应程序采用数值方法求解,因此,使得求解过程稍显复杂。然而在计算机计算水平已达到相当水平的今天,非线性回归法已具备了良好的应用前景,可以更好地服务于爆破工程,指导爆破设计与施工。

参 考 文 献

- [1] 卢文波, Hustrulid W. 质点峰值振动速度衰减公式的改进[J]. 工程爆破, 2002, 8(3): 1—4.
LU Wen-bo, Hustrulid W. An improvement to the equation for the attenuation of the peak particle velocity[J]. **Engineering Blasting**, 2002, 8(3): 1—4.
- [2] 杨伟林, 杨柏坡. 爆破地震动效应的数值模拟分析[J]. 地震工程与工程振动, 2005, 25(1): 8—13.
YANG Wei-lin, YANG Bai-bo. Numerical analysis of explosion seismic effect [J]. **Earthquake Engineering and Engineering Vibration**, 2005, 25(1): 8—13.
- [3] 夏祥, 李俊如, 李海波, 等. 爆破荷载作用下岩体振动特征的数值模拟[J]. 岩土力学, 2005, 26(1): 50—56.
XIA Xiang, LI Jun-ru, LI Hai-bo, et al. Udec modeling of vibration characteristics of jointed rock mass under explosion[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(1): 50—56.
- [4] 文建华, 李新平, 张文成, 等. 复合遗传算法在爆破震动测试参数确定中的研究 [J]. 岩土力学, 2005, 26(1): 160—162.
WEN Jian-hua, LI Xin-ping, ZHANG Wen-cheng, et al. A study of parameter inversion of blasting vibration based on compositely genetic algorithm [J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(1): 160—162.
- [5] 徐全军, 张庆明, 恽寿榕. 爆破地震峰值的神经网络预报模型[J]. 北京理工大学学报, 1998, 18(4): 472—475.
XU Quan-jun, ZHANG Qing-ming, YUN Shou-rong. Neural network model for forecasting peak acceleration of blasting vibration [J]. **Journal of Beijing Institute of Technology**, 1998, 18(4): 472—475.
- [6] 徐全军, 刘强, 聂渝军, 等. 爆破地震峰值预报神经网络研究 [J]. 爆炸与冲击, 1999, 19(2): 134—138.
XU Quan-jun, LIU Qiang, NIE Yu-jun, et al. Study of neural network prediction on peak particle amplitude of blasting ground vibration [J]. **Explosion and Shock Waves**, 1999, 19(2): 134—138.
- [7] 王国立, 申英锋, 郭冰若. 人工神经网络预测爆破效果[J]. 矿冶, 2002, 11(2): 12—15.
WANG Guo-li, SHEN Ying-feng, GUO Bing-ruo. Blasting effects predicted by artificial neural net system [J]. **Mining & Metallurgy**, 2002, 11(2): 12—15.
- [8] 周志华, 张金山. 基于人工神经网络的爆破震动速度峰值的预报[J]. 西部探矿工程, 2003, 10: 101—102.
ZHOU Zhi-hua, ZHANG Jin-shan. Prediction of blasting vibration velocity based on artificial neural network [J]. **West-China Exploration Engineering**, 2003, (10): 101—102.
- [9] 夏梦会, 董香山, 张力民, 等. 神经网络模型在爆破震动强度预测中的应用研究 [J]. 有色金属(矿山部分), 2004, 56(3): 25—27.
XIA Meng-hui, DONG Xiang-shan, ZHANG Li-min, et al. Study on the prediction of peak velocity of explosive

- loading with neural network model [J]. **Non-ferrous Metal(Mine)**, 2004, 56(3): 25—27.
- [10] 姚金阶, 朱以文. 岩体爆破参数设计的神经网络模型 [J]. **爆破**, 2005, 22(2): 34—40.
- YAO Jin-jie, ZHU Yi-wen. The neural network model of rock blasting parameters design [J]. **Blasting**, 2005, 22(2): 34—40.
- [11] 叶洲元, 马建军, 蔡路军, 等. 利用振动监测数据优化预测爆破质点振动速度 [J]. **矿业研究与开发**, 2003, 23(4): 48—51.
- YE Zhou-yuan, MA Jian-ju, CAI Lu-jun, et al. An optimized calculation of particle vibration velocity by means of the vibration data form blasting monitoring [J]. **Mining Research and Development**, 2003, 23(4): 48—51.
- [12] 叶洲元, 周志华. 爆破震动安全距离的优化计算 [J]. **中国安全科学学报**, 2005, 15(3): 57—60.
- YE Zhou-yuan, ZHOU Zhi-hua. Optimized calculation for safe distance of blasting vibration [J]. **China Safety Science Journal**, 2005, 15(3): 57—60.
- [13] 陈钧潘. 爆破振动公式中 K 值上下限的探讨 [J]. **爆破**, 1996, 13(2): 12—15.
- CHEN Jun-pan, Determination of lower and upper limits of K in equation of blasting vibration [J]. **Blasting**, 1996, 13(2): 12—15.
- [14] 张继春, 彭琼芳. 岩体爆破地震波衰减规律的现场试验与分析 [J]. **辽宁工程技术大学学报(自然科学版)**, 2001, 20(4): 399—401.
- ZHANG Ji-chun, PENG Qiong-fang. Field experiment and its analyses of attenuation law for seismic waves resulting from rock blasting [J]. **Journal of Liaoning Technical University (Natural Science)**, 2001, 20(4): 399—401.
- [15] 高善堂. 爆破振动速度计算系数的合理确定 [J]. **矿业研究与开发**, 1995, 15(3): 51—53.
- GAO Shan-tang. Rational determination of calculation factors of blasting vibration velocity [J]. **Mining Research and Development**, 1995, 15(3): 51—53.
- [16] 王民寿, 郭庆海. 爆破质点振动速度回归计算优选系统 [J]. **云南水力发电**, 2005, (4): 41—45.
- WANG Min-shou, GUO Qing-hai. Regression calculation priority system of blasting particle vibration velocity [J]. **Yunnan Water Power**, 2005, (4): 41—45.
- [17] 王民寿, 郭庆海. 用双随机变量回归改进爆破振速回归分析 [J]. **爆炸与冲击**, 1998, 18(3): 283—288.
- WANG Min-shou, GUO Qing-hai. Regression analysis of blasting vibrational velocity by the double random [J]. **Explosion and Shock Waves**, 1998, 18(3): 283—288.
- [18] 李洪涛, 舒大强. 爆破震动衰减规律的影响因素 [J]. **武汉大学学报(工学版)**, 2005, 38(1): 79—82.
- LI Hong-tao, SHU Da-qiang. Influential factors analysis of blasting vibration attenuation law [J]. **Engineering Journal of Wuhan University**, 2005, 38(1): 79—82.
- [19] 臧秀平, 汪宏. 爆破震动速度衰减方程形式初探 [J]. **金属矿山**, 2002, (4): 36—37.
- ZANG Xiu-ping, WANG Hong. Preliminary exploration of the velocity attenuation equation form of blast vibration [J]. **Metal Mine**, 2002, (4): 36—37.
- [20] 蔡德所, 张继春, 刘浩吾, 等. 三峡工程坝基岩体爆破地震效应的现场试验研究 [J]. **人民长江**, 1996, 27(5): 6—9.
- CAI De-suo, ZHANG Ji-chun, LIU Hao wu, et al. In-situ seismic effect testing during foundation rock blasting [J]. **Yangtze River**, 1996, 27(5): 6—9.
- [21] 臧秀平, 刘升宽, 董涛. 露天爆破振动参数衰减模型研究 [J]. **有色金属(矿山部分)**, 2005, 57(5): 31—33.
- ZANG Xiu-ping, LIU Sheng-kuan, DONG Tao. Study on the attenuation model of the vibration parameter induced by explosives [J]. **Non-ferrous Metal(Mine)**, 2005, 57(5): 31—33.
- [22] GB6722—2003, 爆破安全规程 [S].