

文章编号: 1000 - 7598 (2012) 05 - 1549 - 08

# 基于 FLAC<sup>3D</sup> 含 SMP 强度准则 黏弹塑性模型的二次开发

何利军<sup>1</sup>, 吴文军<sup>2</sup>, 孔令伟<sup>1</sup>

(1.中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 武汉 430071; 2.广西工学院 汽车工程系, 广西 柳州 545006)

**摘 要:** 在分析岩土工程时通常会用到强度准则, 在众多强度准则中, SMP 准则的物理意义最为明确, 其屈服函数表达式是非线性形式, 对其进行二次开发研究具有较为重要的意义。利用 FLAC<sup>3D</sup> 的二次开发平台, 使用 VC++ 环境在 FLAC<sup>3D</sup> 软件中实现了含 SMP 强度准则的黏弹塑性模型的开发, 其中的 SMP 强度准则推广到了黏性土, 通过一个简单的算例验证了程序编制的正确性和可靠性, 所采用的相关二次开发的思路可以为其他强度准则及流变本构模型的二次开发提供参考。

**关 键 词:** 蠕变; Kelvin 模型; 二次开发; SMP 强度准则

**中图分类号:** TU 443

**文献标识码:** A

## Secondary development of viscoelasto-plastic model with SMP strength criterion in FLAC<sup>3D</sup>

HE Li-jun<sup>1</sup>, WU Wen-jun<sup>2</sup>, KONG Ling-wei<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China; 2. Department of Automotive Engineering, Guangxi University of Technology, Liuzhou, Guangxi 545006, China)

**Abstract:** The strength criterion is used to analyse geotechnical engineering. The physical significance of SMP criterion is most explicit than other strength criteria, its expression is nonlinear, and its Secondary development has important meaning. The viscoelasto-plastic rheological constitutive model with SMP strength criterion is developed according to the further developing platform in FLAC<sup>3D</sup> with VC++; and the SMP criterion is deduced to adapt to cohesive soil. At last, its accuracy and reliability are confirmed by a simple engineering calculation. The proposed mode can bring forward references for the secondary development of other rheological models and strength criteria.

**Key words:** creep; Kelvin model; secondary development; SMP strength criterion

## 1 引 言

广义 Kelvin 模型被广泛用于描述岩土材料的流变特性, 其优点是概念直观、简单、物理意义明确, 是在岩土工程领域经常使用的模型, 譬如: 吴波等<sup>[1]</sup>认为, 五元件线性黏弹性模型能较好地描述北京地区软黏土的蠕变特性; 王常明等<sup>[2]</sup>认为, 五元件线性黏弹性模型能较好地描述辽宁营口地区软土的蠕变特性。

FLAC<sup>3D</sup> 中有 8 种蠕变模型, 对应于描述岩土材料的蠕变模型主要有 Maxwell 和 Burger 等模型, 由于这两种模型都串联有一个黏壶, 它们的蠕变曲

线难以描述变形随时间发展趋于稳定的现象, 而广义 Kelvin 模型能够描述变形随时间发展趋于稳定的现象, 对于广义 Kelvin 模型的二次开发, 黄耀英等<sup>[3]</sup>基于 MSC Marc 软件主要对含 2 个 Kelvin 体的线性黏弹性模型进行了开发。由于软件相关子程序较多, 保证子程序良好运行常常是棘手的事情<sup>[4]</sup>。徐平等<sup>[5]</sup>利用 FISH 语言编程在 FLAC<sup>3D</sup> 中实现了含 1 个 Kelvin 体的线性黏弹性模型的二次开发, 但 FISH 语言在 FLAC<sup>3D</sup> 中常常运行缓慢。相比而言, 利用 VC++ 环境能方便地在 FLAC<sup>3D</sup> 中开发广义 Kelvin 模型, 与软件自带的本构模型的执行效率处在同一水平<sup>[6]</sup>。近两年来在 FLAC<sup>3D</sup> 软件中的模型二次开发方面,

收稿日期: 2010-11-17

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 51179186)

第一作者简介: 何利军, 男, 1977 年生, 博士, 讲师, 主要从事土的本构理论和岩土工程的数值计算等方面的研究工作。E-mail: hlj818@yahoo.com.cn

代表性的研究成果有：对改进 Burger 模型<sup>[7]</sup>的二次开发、基于 Zienkiewicz-Pande 屈服准则的弹塑性本构模型<sup>[8]</sup>的二次开发。

由于在土体蠕变过程中会伴随荷载的增加，土体材料出现屈服和破坏现象，故有必要在模型中结合强度准则。在众多的强度准则中，SMP 准则的物理意义最为明确，Nakai 等对这个准则做了一些修改，将其推广到有黏性的摩擦材料<sup>[9]</sup>，本文对该修正后的 SMP 准则进行二次开发，并将其与广义 Kelvin 模型相结合所形成的黏弹塑性模型进行二次开发，以便于结合已有试验数据验证二次开发的效果。修正 SMP 准则有着明确的物理意义和理论基础，相比于如果通过应力变换的方式将 SMP 准则进行二次开发而言，本文的二次开发更简单易行，由于广义 Kelvin 模型在数值计算中可以退化为 Maxwell 模型和 Burger 模型，本文研究对于丰富模型二次开发的研究，具有一定的意义。

## 2 广义 Kelvin 模型及其差分格式

### 2.1 广义 Kelvin 模型

通常所用的广义 Kelvin 模型由一个 Hooke 体和 2 个 Kelvin 体串联而成（如图 1 所示），其总应变为一个 Hooke 体和 2 个 Kelvin 体应变之和。在常应力作用下，含有 2 个 Kelvin 体的广义 Kelvin 模型的蠕变方程为<sup>[8]</sup>

$$\varepsilon = \sigma \left\{ \frac{1}{E_H} + \sum_{i=1}^2 \frac{1}{E_i} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{E_i}{\eta_i} t\right) \right] \right\} \quad (1)$$

式中： $E_H$ 、 $E_i$  ( $i = 1, 2$ ) 分别为 Hooke 体和 Kelvin 体弹性模量； $\eta_i$  ( $i = 1, 2$ ) 为黏滞系数。

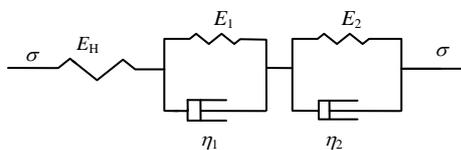


图 1 广义 Kelvin 模型  
Fig.1 Generalized Kelvin model

式 (1) 是广义 Kelvin 模型的一维蠕变形式，它的三维蠕变形式如下：

$$\varepsilon_1(t) = \frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{9K} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3G_0} + \sum_{i=1}^2 \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3G_i} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{G_i}{H_i} t\right) \right] \quad (2)$$

式中： $K$  为体积模量； $G_0$  为剪切模量； $G_i$ 、 $H_i$  ( $i = 1, 2$ ) 分别为三维剪切模量和三维黏滞系数。

一维参数和三维参数之间可以相互转化，详见文献<sup>[10]</sup>。

含 SMP 强度准则的黏弹塑性模型如图 2 所示。

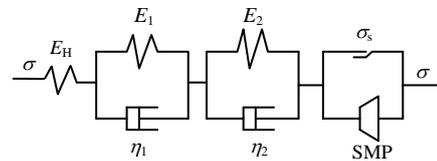


图 2 含 SMP 强度准则的黏弹塑性模型  
Fig.2 Viscoelasto-plastic model with SMP strength criterion

当  $\sigma < \sigma_s$  时，为 Kelvin 模型，其蠕变本构关系如式 (1)。

当  $\sigma > \sigma_s$  时，要考虑其塑性变形，总的应变  $\varepsilon_{ij}$  由虎克体的应变  $\varepsilon_{ij}^e$ 、黏弹性体的应变  $\varepsilon_{ij}^{ve}$  和塑性体的应变  $\varepsilon_{ij}^{vp}$  三部分组成。

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^{ve} + \varepsilon_{ij}^{vp} \quad (3)$$

### 2.2 差分格式

含 SMP 强度准则的黏弹塑性模型考虑材料的黏弹塑性应力偏量特征与弹塑性体积变化特性。假定黏弹性应变速度分量和塑性应变速度分量通过串连方式共同作用，黏弹性部分用广义 Kelvin 模型描述，塑性部分用修正 SMP 准则描述。

将式 (3) 写成应变偏量速率的形式：

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^{ve} + \dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} \quad (4)$$

式中： $\dot{\varepsilon}_{ij}$ 、 $\dot{\varepsilon}_{ij}^e$ 、 $\dot{\varepsilon}_{ij}^{ve}$ 、 $\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp}$  分别为总偏应变的速率、虎克体的偏应变速率、黏弹性体的偏应变速率、塑性体的偏应变速率。

对于虎克体，显然有

$$s_{ij} = 2G^e e_{ij}^e \quad (5)$$

式中： $s_{ij}$  为总的偏应力； $G^e$  为虎克体的体积模量。Kelvin 体的偏应力由弹簧和黏壶两部分组成：

$$s_{ij} = 2\eta^{ve} \dot{e}_{ij}^{ve} + 2G^{ve} e_{ij}^{ve} \quad (6)$$

式中： $G^{ve}$  为 Kelvin 体弹簧的剪切模量。

在塑性力学中一般假定球应力不产生塑性变形，因而整个黏弹塑性模型的球应力速率可写为

$$\dot{\sigma}_m = K(\dot{e}_{vol} - \dot{e}_{vol}^p) \quad (7)$$

式中： $\dot{\sigma}_m$  为黏弹塑性模型的球应力速率； $\dot{e}_{vol}$  为球应变速率； $\dot{e}_{vol}^p$  为塑性球应变速率。

式 (4) 的增量形式为

$$\Delta e_{ij} = \Delta e_{ij}^e + \Delta e_{ij}^{ve} + \Delta e_{ij}^{vp} \quad (8)$$

若采用中心差分，则式 (6) 变为

$$\bar{s}_{ij} \Delta t = 2\eta^{ve} \Delta e_{ij}^{ve} + 2G^{ve} \bar{e}_{ij}^{ve} \Delta t \quad (9)$$

式中： $\bar{s}_{ij}$  和  $\bar{e}_{ij}^{ve}$  分别为一个时间增量步内 Kelvin 体的平均偏应力和平均偏应变。

式 (5) 的增量形式为

$$\bar{s}_{ij} \Delta t = 2G^e \bar{e}_{ij}^e \Delta t \quad (10)$$

$$\bar{s}_{ij} = \frac{s_{ij}^N + s_{ij}^O}{2} \quad (11)$$

$$\bar{e}_{ij} = \frac{e_{ij}^N + e_{ij}^O}{2} \quad (12)$$

式中：字母上标大写的 N 和 O 分别表示一个时间增量步内新的量值和老的量值。

将式 (11) \ (12) 代入式 (9)，可得

$$e_{ij}^{ve,N} = \frac{1}{A} \left[ B e_{ij}^{ve,O} + \frac{\Delta t}{4\eta^{ve}} (s_{ij}^N + s_{ij}^O) \right] \quad (13)$$

其中：

$$A = 1 + \frac{G^{ve} \Delta t}{2\eta^{ve}}, B = 1 - \frac{G^{ve} \Delta t}{2\eta^{ve}} \quad (14)$$

将式 (10) \ (13) 代入式 (8)，可得

$$s_{ij}^N = \frac{1}{a} \left[ \Delta e_{ij} - \Delta e_{ij}^{vp} + b s_{ij}^{vp,O} - \left( \frac{B}{A} - 1 \right) \Delta e_{ij}^{ve,O} \right] \quad (15)$$

其中：

$$a = \frac{1}{2G^e} + \frac{\Delta t}{4A\eta^{ve}}, b = \frac{1}{2G^e} - \frac{\Delta t}{4A\eta^{ve}} \quad (16)$$

根据式 (7)，将球应力写成差分的形式：

$$\sigma_m^N = \sigma_m^O + K(\Delta e_{vol} - \Delta e_{vol}^p) \quad (17)$$

三元件广义 Kelvin 模型的应力-应变关系采用式 (15) 和式 (17) 的增量形式表达，多元件广义 Kelvin 模型差分格式也可相应推导出来，对于常用的五元件广义 Kelvin 模型，式 (15) 变为

$$s_{ij}^N = \frac{1}{a} \left[ \Delta e_{ij} - \Delta e_{ij}^{vp} + b s_{ij}^{vp,O} - \sum_{l=1}^2 \left( \frac{B_l}{A_l} - 1 \right) e_{ij}^{ve(l),O} \right] \quad (18)$$

其中：

$$a = \left( \frac{1}{2G^H} + \sum_{l=1}^2 \frac{\Delta t}{4A_l \eta^{K(l)}} \right), b = \left( \frac{1}{2G^H} - \sum_{l=1}^2 \frac{\Delta t}{4A_l \eta^{K(l)}} \right) \quad (19)$$

$$A_l = 1 + \frac{G^{K(l)} \Delta t}{2\eta^{K(l)}}, B_l = 1 - \frac{G^{K(l)} \Delta t}{2\eta^{K(l)}} \quad (20)$$

### 3 SMP 破坏准则的二次开发

MASUOKA 等<sup>[11]</sup>于 1974 年提出了 SMP 破坏准则，其表达式如下：

$$f = \frac{I_1 I_2}{I_3} - k_f = 0 \quad (21)$$

由各种应力不变量之间的关系可以推导出<sup>[12]</sup>

$$\left( \frac{I_1}{\sqrt{J_2}} \right)^3 - \frac{9(k_f - 3)}{k_f - 9} \frac{I_1}{\sqrt{J_2}} - \frac{18k_f \sin(3\theta_\sigma)}{\sqrt{3}(k_f - 9)} = 0, k_f > 9 \quad (22)$$

各种应力不变量的定义如下： $I_1 = \sigma_{ii}, I_2 = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \cdot$

$$\sigma_{ij}, I_3 = \frac{1}{3} \sigma_{ij} \sigma_{jm} \sigma_{mi}, J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij}, J_3 = \frac{1}{3} s_{ij} s_{jm} s_{mi},$$

相应的洛德角  $\theta_\sigma$  被表示为

$$\theta_\sigma = \frac{1}{3} \sin^{-1} \left( -\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{(\sqrt{J_2})^3} \right), -\frac{\pi}{6} \leq \theta_\sigma \leq \frac{\pi}{6} \quad (23)$$

应力不变量之间满足下列表达式：

$$I_2 = \frac{1}{3} I_1^2 - J_2 \quad (24)$$

$$I_3 = J_3 + \frac{1}{3} I_2 I_1 - \frac{2}{27} I_1^3 \quad (25)$$

将  $I_1 / \sqrt{J_2} = r \sin \beta$  代入式 (22)，于是式 (22)

进一步转化为

$$\sin^3 \beta - \frac{9(k_f - 3)}{r^2(k_f - 9)} \sin \beta - \frac{18k_f \sin(3\theta_\sigma)}{\sqrt{3}r^3(k_f - 9)} = 0, k_f > 9 \quad (26)$$

$$\sin^3 \beta - \frac{3}{4} \sin \beta + \frac{1}{4} \sin(3\beta) = 0 \quad (27)$$

结合式 (26) \ (27)，可将  $r$  和  $\sin(3\beta)$  表达为

$$r = 2 \sqrt{\frac{3(k_f - 3)}{k_f - 9}} \quad (28)$$

$$\sin(3\beta) = -\sqrt{\frac{k_f^2(k_f - 9)}{(k_f - 3)^3}} \sin(3\theta_\sigma) \quad (29)$$

令  $A = \sqrt{k_f^2(k_f - 9)/(k_f - 3)^3}$ ，于是式 (22) 中

$I_1 / \sqrt{J_2}$  的 3 个根为

$$\frac{I_1}{\sqrt{J_2}} = \begin{cases} r \sin\left(\beta + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{2\sqrt{3}k_f}{(k_f - 3)A} \\ \sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{1}{3}\sin^{-1}(A \sin(3\theta_\sigma))\right) \\ r \sin \beta = -\frac{2\sqrt{3}k_f}{(k_f - 3)A} \sin\left(\frac{1}{3}\sin^{-1}(A \sin(3\theta_\sigma))\right) \\ r \sin\left(\beta - \frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{2\sqrt{3}k_f}{(k_f - 3)A} \\ \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3}\sin^{-1}(A \sin(3\theta_\sigma))\right) \end{cases} \quad (30)$$

式 (30) 中, 在  $-\pi/6 \leq \theta_\sigma \leq \pi/6$  范围内, 第 1 个根始终满足  $I_1/\sqrt{J_2} \geq 0$ ; 在  $-\pi/6 \leq \theta_\sigma \leq 0$  范围内, 第 2 个根满足  $I_1/\sqrt{J_2} \geq 0$ ; 在  $0 \leq \theta_\sigma \leq \pi/6$  范围内, 第 2 个根满足  $I_1/\sqrt{J_2} \leq 0$ ; 在  $-\pi/6 \leq \theta_\sigma \leq \pi/6$  范围内, 第 3 个根始终满足  $I_1/\sqrt{J_2} \leq 0$ 。FLAC<sup>3D</sup> 规定应力符号: 受压为负, 受拉为正。对于无黏性土, 有  $I_1/\sqrt{J_2} \leq 0$ , 可见第 3 个根以及在范围  $0 \leq \theta_\sigma \leq \pi/6$  内的第 2 个根均满足  $I_1/\sqrt{J_2} \leq 0$ , 但如果将第 2 个根考虑在内, 如图 3 所示, 两个曲面是分离的, 这将造成屈服面不连续, 从而违背工程实际, 故选择第 3 个根表达式作为正确的解。

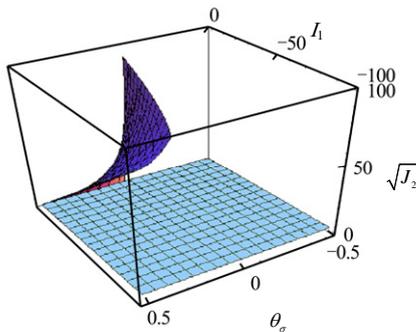


图 3  $\theta_\sigma - I_1 - \sqrt{J_2}$  曲面图

Fig.3 Surface plots of  $\theta_\sigma - I_1 - \sqrt{J_2}$

于是式 (21) \ (22) 的合理解表达为

$$\sqrt{J_2} = \frac{A(k_f - 3)I_1}{-2\sqrt{3}k_f} g(\theta_\sigma) \quad (31)$$

其中:

$$g(\theta_\sigma) = \frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3}\sin^{-1}(A \sin(3\theta_\sigma))\right)}, \quad -\frac{\pi}{6} \leq \theta_\sigma \leq \frac{\pi}{6} \quad (32)$$

若将式 (31) 推广用于有黏性的摩擦材料, 具

体做法是用  $\bar{\sigma}_i = \sigma_i - c \cot \varphi$  代替  $\sigma_i$ , 式 (23) 变为

$$\sqrt{J_2}' = \frac{A(k_f - 3)I_1'}{-2\sqrt{3}k_f} g(\theta_\sigma) \quad (33)$$

式中:  $\sqrt{J_2}' = \sqrt{J_2}$ ,  $I_1' = I_1 - 3c \cot \varphi$ 。

令  $\eta = \frac{A(k_f - 3)g(\theta_\sigma)}{-2\sqrt{3}k_f}$ , 则有

$$f^s = \sqrt{J_2}' - \eta I_1' = \sqrt{J_2} - \eta(I_1 - 3c \cot \varphi) = \sqrt{J_2} - \eta I_1 + 3\eta c \cot \varphi \quad (34)$$

上式可变形为

$$f^s = \sqrt{J_2} - 3\eta\sigma + 3\eta c \cot \varphi \quad (35)$$

式中:  $\sigma = \frac{1}{3}I_1$ 。

式 (35) 与广义 Mises 强度准则颇为相似, 不同点在于参数  $\eta$  是一个与洛德角相关的参数, 在 FLAC<sup>3D</sup> 中, 随单元体受力情况的变化而变化。

由式 (18) 得

$$s_i^N = \hat{s}_i^N - \frac{1}{a} \Delta e_i^p \quad (36)$$

由式 (17) 得

$$\sigma_0^N = \hat{\sigma}_i^N - K \Delta e_{vol}^p \quad (37)$$

联立式 (36) \ (37), 可得

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1^N &= \hat{\sigma}_1^N - [\alpha_1 \Delta \varepsilon_1^p + \alpha_2 (\Delta \varepsilon_2^p + \Delta \varepsilon_3^p)] \\ \sigma_2^N &= \hat{\sigma}_2^N - [\alpha_1 \Delta \varepsilon_2^p + \alpha_2 (\Delta \varepsilon_1^p + \Delta \varepsilon_3^p)] \\ \sigma_3^N &= \hat{\sigma}_3^N - [\alpha_1 \Delta \varepsilon_3^p + \alpha_2 (\Delta \varepsilon_1^p + \Delta \varepsilon_2^p)] \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

其中:

$$\alpha_1 = K + \frac{2}{3a} \quad (39)$$

$$\alpha_2 = K - \frac{1}{3a} \quad (40)$$

剪切势函数  $g^s$  对应于相关联的流动法则, 其表达式如下:

$$g^s = \sqrt{J_2} - 3\eta\sigma \quad (41)$$

则有:

$$\left. \begin{aligned} \Delta \varepsilon_1^p &= \lambda^s \frac{\partial g}{\partial \sigma_1} = \lambda^s \left( -\eta + \frac{(2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3)}{6\sqrt{J_2}} \right) \\ \Delta \varepsilon_2^p &= \lambda^s \frac{\partial g}{\partial \sigma_2} = \lambda^s \left( -\eta + \frac{(2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3)}{6\sqrt{J_2}} \right) \\ \Delta \varepsilon_3^p &= \lambda^s \frac{\partial g}{\partial \sigma_3} = \lambda^s \left( -\eta + \frac{(2\sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2)}{6\sqrt{J_2}} \right) \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

将式 (42) 代入式 (38), 有

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1^N &= \bar{\sigma}_1^N - \left[ \alpha_1 \lambda^s \left( -\eta + \frac{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}{6\sqrt{J_2}} \right) + \alpha_2 \lambda^s \left( -2\eta + \frac{\sigma_2 + \sigma_3 - 2\sigma_1}{6\sqrt{J_2}} \right) \right] \\ \sigma_2^N &= \bar{\sigma}_2^N - \left[ \alpha_1 \lambda^s \left( -\eta + \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{6\sqrt{J_2}} \right) + \alpha_2 \lambda^s \left( -2\eta + \frac{\sigma_1 + \sigma_3 - 2\sigma_2}{6\sqrt{J_2}} \right) \right] \\ \sigma_3^N &= \bar{\sigma}_3^N - \left[ \alpha_1 \lambda^s \left( \eta + \frac{2\sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2}{6\sqrt{J_2}} \right) + \alpha_2 \lambda^s \left( -2\eta + \frac{\sigma_1 + \sigma_2 - 2\sigma_3}{6\sqrt{J_2}} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

则有

$$\sigma^N = \bar{\sigma}^N + 3\lambda^s \eta K \quad (44)$$

$$\sqrt{J_2}^N = \sqrt{J_2}^N - \frac{\lambda^s}{2a} \quad (45)$$

将式 (44) 及 (45) 代入 (35), 可得

$$f^s = \sqrt{J_2} - 3\eta\sigma + 3\eta c \cot \varphi = 0 \quad (46)$$

由此可得

$$\lambda^s = \frac{\sqrt{J_2}^N - 3\eta\bar{\sigma}^N + 3\eta c \cot \varphi}{\frac{1}{2a} + 9K\eta^2} \quad (47)$$

同 Drucker-Prager 准则一样, 拉应力屈服函数为

$$f^t = \sigma - \sigma^t \quad (48)$$

拉应力强度不能超过  $\sigma_{\max}^t$  的值:

$$\sigma_{\max}^t = c \cot \varphi \quad (49)$$

拉应力破坏对应于相关联的流动法则, 其势函数表达式为

$$g^t = \sigma \quad (50)$$

$f^s = 0$  和  $f^t = 0$  所代表曲线的对角线的表达式为

$$h = \sqrt{J_2} - (-3\eta c \cot \varphi + 3\eta\sigma^t) - (\sqrt{1+9\eta^2} + 3\eta)(\sigma - \sigma^t) \quad (51)$$

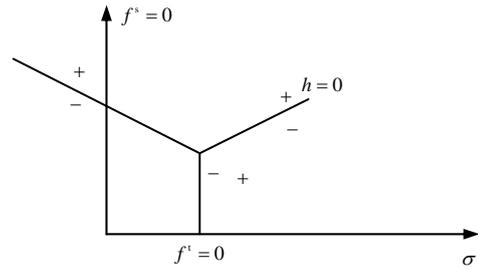


图 4 SMP 模型用于定义流动法则的区域  
Fig.4 SMP model-domains used in definition of flow rule

由图 4 可以看出: 如果  $f^s > 0$  且  $h > 0$ , 说明是剪切破坏; 如果  $f^t > 0$ , 且  $h < 0$ , 说明是拉应力破坏。

对于拉应力破坏的塑性修正, 有

$$\left. \begin{aligned} \Delta \varepsilon_1^p &= \lambda^t \frac{\partial g}{\partial \sigma_1} = \frac{1}{3} \lambda^t \\ \Delta \varepsilon_2^p &= \lambda^t \frac{\partial g}{\partial \sigma_2} = \frac{1}{3} \lambda^t \\ \Delta \varepsilon_3^p &= \lambda^t \frac{\partial g}{\partial \sigma_3} = \frac{1}{3} \lambda^t \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

则有

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1^N &= \bar{\sigma}_1^N - \frac{1}{3}(\alpha_1 \lambda^t + 2\alpha_2 \lambda^t) \\ \sigma_2^N &= \bar{\sigma}_2^N - \frac{1}{3}(\alpha_1 \lambda^t + 2\alpha_2 \lambda^t) \\ \sigma_3^N &= \bar{\sigma}_3^N - \frac{1}{3}(\alpha_1 \lambda^t + 2\alpha_2 \lambda^t) \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

其中:

$$\lambda^t = \frac{\bar{\sigma}^N - \sigma^t}{K} \quad (54)$$

#### 4 模型的二次开发流程及其注意事项

在 FLAC<sup>3D</sup> 中的本构模型通过动态链接库文件形式来被调用, 用户只需要修改 FLAC<sup>3D</sup> 的自带本构模型的源代码就能自定义新的本构模型。由于 C++ 语言提供了面向对象的编程平台, 通常用 Visual Stido 2005 或高版本的 C++ 语言来编译生成动态链接库文件, 无论是自带模型还是自定义模型, 模型的主体都是为了实现对给定的应变增量得到新应力, 通常自定义模型在 Run 函数中编写应变增量与新应力的关系式, 其他函数对应修改变量信息。掌握 C++ 编写 FLAC<sup>3D</sup> 自定义本构模型的要点有: C++

面向对象的编程机制，类的继承与派生、基类的构造和成员函数的概念，模型状态指示器的作用与构成，详见文献[13]。

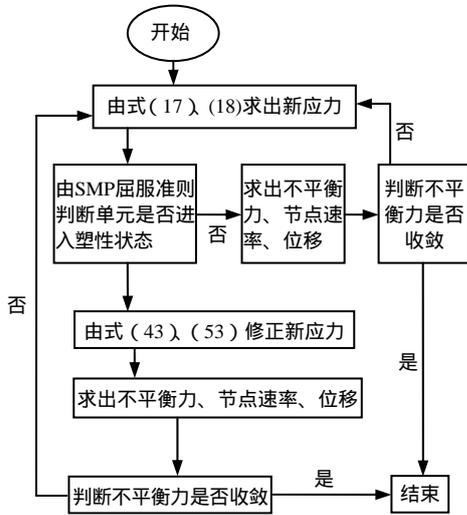


图5 含SMP强度准则的黏弹塑性模型的开发流程图

Fig.5 Program flow diagram of viscoelasto-plastic model with SMP strength criterion

图5给出了带强度准则的线性黏弹性模型二次开发的程序流程图。程序主体是重载模型中的 Initialize()和 Run()两个成员函数，FLAC<sup>3D</sup>的本构模型开发工作主要是修改头文件(.H 文件)和程序文件(.CPP 文件)。在头文件中进行新的本构模型派生类的声明，修改模型的 ID、名称和版本，修改派生类的私有成员，包括模型的基本参数及程序执行过程中主要的中间变量。

参数  $\eta$  与洛德角的关系式以及洛德角与偏应力不变量的关系式可在 Initialize()和 Run()两个成员函数中进行相应编写，保证参数  $\eta$  是随单元体受力情况的变化而变化。

### 5 算例验证

对文中模型的验证是通过图6的计算模型来进行的，该模型高为2 m，长和宽都是1 m，先承受50 kPa 围压和重力后，位移归零，再在上顶面施加竖直方向压力，黏聚力取为38 kPa，摩擦角取为16°，若要文中模型不进入塑性状态，可通过人为调高黏聚力和抗拉强度来实现，若将黏聚力和抗拉强度取值为10<sup>20</sup> kPa，将广义 Kelvin 模型中的 G<sub>2</sub> 不取值，此时广义 Kelvin 模型和 FLAC<sup>3D</sup> 自带的 Burger 模型的计算结果完全一致，如图7所示，即广义 Kelvin 模型退化为 Burger 模型，从而也说明所编写的广义 Kelvin 模型差分格式的正确性。

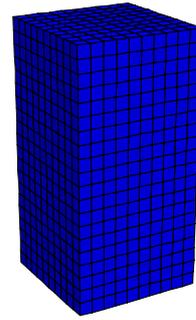


图6 计算模型示意图

Fig.6 Illustration of calculation model

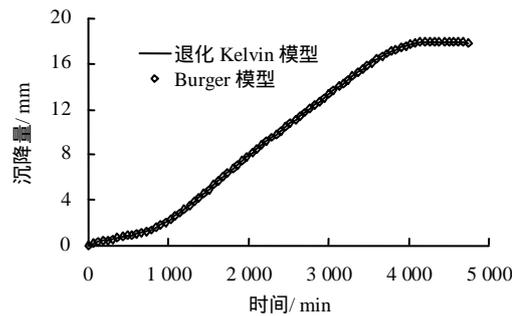


图7 退化广义 Kelvin 模型与 Burger 模型对比

Fig.7 Comparison between degradation model of generalized Kelvin and Burger

为了验证含 SMP 屈服准则的广义 Kelvin 模型的正确性，先将广义 Kelvin 模型部分退化为 Burger 模型，此时的黏弹塑性模型与 FLAC<sup>3D</sup> 自带的 Cvisc 模型结构相同，差别在于 Cvisc 模型含 Mohr-Coulomb 屈服准则，文中模型含 SMP 屈服准则，在三轴压缩条件下，在  $\pi$  平面上 SMP 线与 Mohr-Coulomb 线重合时， $k_f = 8 \tan^2 \varphi + 9$ ， $\varphi$  为内摩擦角。如图8~10所示，分别计算了不同竖直方向压力、摩擦角、黏聚力的情况，发现文中模型和 FLAC<sup>3D</sup> 自带的 Cvisc 模型，计算结果略有差别，Cvisc 模型计算的沉降量略高于文中模型，这与两种屈服准则在  $\pi$  平面上的曲线位置关系一致，从而也验证了含 SMP 屈服准则的黏弹塑性模型二次开发的可靠性。图11是文中模型对围压100 kPa、轴向偏应力为295 kPa时的轴向应变量的计算曲线和实际试验曲线的对比，强度参数与上面一致，可以看出，虽然非线性蠕变非常复杂，但文中模型还是能较好地对其进行描述，说明文中模型能在具体工况模拟中正确地发挥屈服准则的作用。

限于篇幅，本文不再给出体现 SMP 准则及其良好应用效果的工况算例，本文以及文中所涉及到的对 SMP 屈服准则的二次开发部分，对于各种流变本构模型和诸如 Lade-Duncan 等强度准则的二次

开发，具有一定的参考价值。

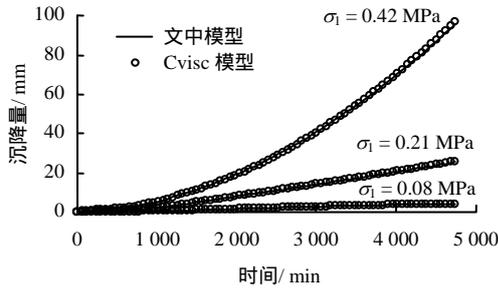


图 8 不同竖向应力下的蠕变曲线对比  
Fig.8 Comparison of creep curves under different vertical stresses

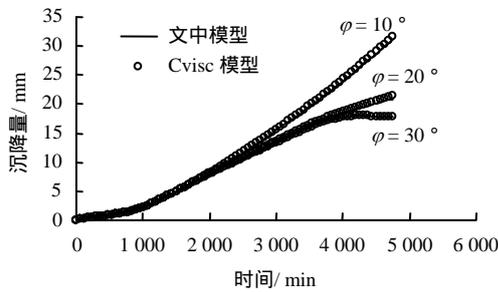


图 9 不同摩擦角下的蠕变曲线对比  
Fig.9 Comparison of creep curves under different friction angles

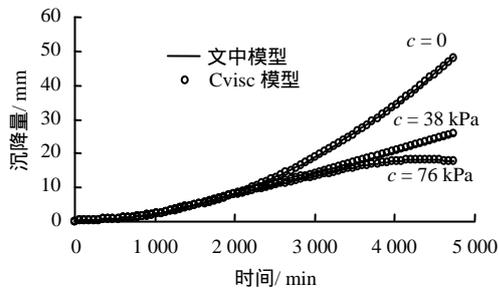


图 10 不同黏聚力下的蠕变曲线对比  
Fig.10 Comparison of creep curves under different cohesions

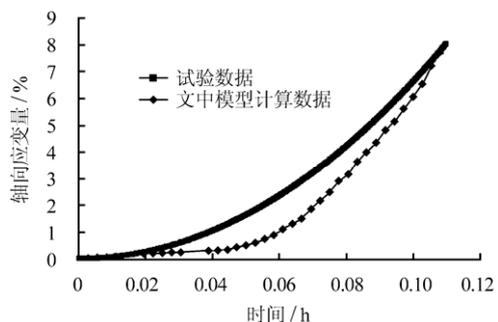


图 11 模型计算效果  
Fig.11 Calculation results of model

## 6 结 语

对于不同的岩土材料，由于其力学性能差别很大，用 FLAC<sup>3D</sup> 进行分析时，所提供的本构模型在工程中的分析结果往往并不准确。本文依 FLAC<sup>3D</sup> 所提供的自定义本构模型的方法，对含 SMP 屈服准则的黏弹塑性模型进行了二次开发，给出了文中模型二次开发的差分格式，程序框架和代码编写中应注意的几个关键技术，文中涉及到的 SMP 准则的二次开发，文中所提供的差分格式的推导思路，对于一些非线性函数形式的强度准则的开发以及其他各种流变模型的二次开发，具有一定的参考价值。

## 参 考 文 献

[1] 吴波, 汪东林, 程桦, 等. 软土流变特性试验研究[J]. 安徽建筑工业学院学报(自然科学版), 2008, 16(5): 1 - 4.  
WU Bo, WANG Dong-lin, CHENG Hua. Tests on rheological behavior of soft soil[J]. *Journal of Anhui Institute of Architecture (Natural Science)*, 2008, 16(5): 1 - 4.

[2] 王常明, 黄超, 张杰, 等. 营口软土的固结不排水剪切蠕变特性[J]. 吉林大学学报(地球科学版), 2009, 39(4): 728 - 733.  
WANG Chang-ming, HUANG Chao, ZHANG Jie, et al. Creep characteristics for consolidated-undrained triaxial compression of Yingkou soft soil[J]. *Journal of Jilin University (Earth Science Edition)*, 2009, 39(4): 728 - 733.

[3] 黄耀英, 沈振中, 吴中如. 基于 MSC. Marc 二次开发进行黏弹性问题分析[J]. 长江科学院院报, 2006, 23(6): 95 - 98.  
HUANG Yao-ying, SHEN Zhen-zhong, WU Zhong-ru. Viscoelastic analysis based on MSC. Marc's development[J]. *Journal of Yangtze River Scientific Research Institute*, 2006, 23(6): 95 - 98.

[4] 褚卫江, 徐卫亚, 杨圣奇, 等. 基于 FLAC<sup>3D</sup> 岩石黏弹塑性流变模型的二次开发研究[J]. 岩土力学, 2006, 27(11): 2005 - 2010.  
CHU Wei-jiang, XU Wei-ya, YANG Sheng-qi, et al. Secondary development of a viscoelasto-plastic rheological constitutive model of rock based on FLAC<sup>3D</sup>[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2006, 27(11): 2005 - 2010.

[5] 徐平, 李云鹏, 丁秀丽, 等. FLAC<sup>3D</sup> 黏弹性模型的二次开发及其应用[J]. 长江科学院院报, 2004, 21(2): 10 -

13.  
XU Ping, LI Yun-peng, DING Xiu-li, et al. Secondary development and application of visco-elastic constitutive model in FLAC<sup>3D</sup> software[J]. **Journal of Yangtze River Scientific Research Institute**, 2004, 21(2): 10 - 13.
- [6] 陈育民, 刘汉龙. 邓肯-张本构模型在 FLAC<sup>3D</sup> 中的开发与实现[J]. 岩土力学, 2007, 28(10): 2123 - 2126.  
CHEN Yu-min, LIU Han-long. Development and implementation of Duncan-Chang constitutive model in FLAC<sup>3D</sup>[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2007, 28(10): 2123 - 2126.
- [7] 杨文东, 张强勇, 张建国, 等. 基于 FLAC<sup>3D</sup> 的改进 Burgers 蠕变损伤模型的二次开发研究[J]. 岩土力学, 2010, 31(6): 1956 - 1964.  
YANG Wen-dong, ZHANG Qiang-yong, ZHANG Jian-guo, et al. Second development of improved Burgers creep damage constitutive model of rock based on FLAC<sup>3D</sup>[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(6): 1956 - 1964.
- [8] 左双英, 肖明, 陈俊涛. 基于 Zienkiewicz-Pande 屈服准则的弹塑性本构模型在 FLAC<sup>3D</sup> 中的二次开发及应用[J]. 岩土力学, 2011, 32(11): 3515 - 3520.  
ZUO Shuang-ying, XIAO Ming, CHEN Jun-tao. Secondary development and application of an elastoplastic constitutive model based on Zienkiewicz-Pande yield criterion in FLAC<sup>3D</sup>[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2011, 32(11): 3515 - 3520.
- [9] 薛守义. 高等土力学[M]. 北京: 中国建材工业出版社, 2007.
- [10] 孙钧. 岩土材料流变及其工程应用[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1999.
- [11] MASUOKA H, NAKAI T. Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principal stresses[C]//Proceedings of the Japan Society of Civil Engineers. [S. l.]: [s. n.], 1974.
- [12] 杨雪强, 朱志政, 何世秀, 等. 对 Lade-Duncan, Matsuoka-Nakai 和 Ottosen 等破坏准则的认识[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(3): 337 - 342.  
YANG Xue-qiang, ZHU Zhi-zheng, HE Shi-xiu, et al. Researches on failure criteria of Lade-Duncan, Matsuoka-Nakai and Ottosen[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2006, 28(3): 337 - 342.
- [13] 陈育民, 徐鼎平. FLAC/FLAC<sup>3D</sup> 基础与工程实例[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2009.

#### 上接第 1548 页

- YI Yao-lin, LIU Song-yu, LI Tao. Numerical simulation of bearing capacity and load transfer behavior of single T-shaped deep mixing column[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(6): 1843 - 1849.
- [4] 陈建峰, 韩杰. 夯扩碎石桩单桩荷载试验数值模拟[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(9): 1367 - 1370.  
CHEN Jian-feng, HAN Jie. Numerical modeling of loading tests on a rammed aggregate pier[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2009, 31(9): 1367 - 1370.
- [5] 李雪峰, 王建国. 土钉桩抗拔承载性能试验与仿真分析研究[J]. 安徽建筑工业学院学报(自然科学版), 2008, 16(5): 22 - 26.  
LI Xue-feng, WANG Jian-guo. Research on uplift bearing capacity of the pile-nail with field-testing and numerical simulation[J]. **Journal of Anhui Institute of Architecture & Industry (Natural Science)**, 2008, 16(5): 22 - 26.
- [6] 文松霖, 徐文强. GRF 基础承载机制试验研究[J]. 岩土力学, 2010, 31(增刊 1): 35 - 40.  
WEN Song-lin, XU Wen-qiang. Experimental research on bearing mechanism of geo-reinforcement foundations[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(Supp.1): 35 - 40.
- [7] 桩基工程手册编写委员会. 桩基工程手册[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1997.
- [8] 吴鹏, 龚伟明, 梁书亭. 用三维有限元法对超长单桩桩端承载力的研究[J]. 岩土力学, 2006, 27(10): 1795 - 1799.  
WU Peng, GONG Wei-ming, LIANG Shu-ting. Study of base bearing capacity of overlength single pile using 3D FEM[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2006, 27(10): 1795 - 1799.
- [9] 刘波, 韩彦辉. FLAC 原理、实例与应用指南[M]. 北京: 人民交通出版社, 2005.
- [10] Itasca Consulting Group, Inc. Fast Lagrangian analysis of continua in 3 dimensions, version 3.0, and user's manual[R]. Minneapolis: Itasca Consulting Group, Inc., 2005.
- [11] 徐文强. 铅直荷载作用下 GRF 基础承载机制研究[D]. 武汉: 长江科学院, 2010.
- [12] 松霖, 徐文强, 任佳丽. GRF 桩基承载力增强技术及应用展望[C]//第九届全国桩基工程学术会议论文集. 兰州: 中国建筑工业出版社, 2009: 468 - 471.