

岩石介质非均质性对破裂过程的影响研究

柯长仁^{1, 2}, 蒋俊玲², 葛修润^{1, 3}, 肖本林²

(1. 上海交通大学 船舶海洋与建筑工程学院, 上海 200240; 2. 湖北工业大学 土木工程与建筑学院, 湖北 武汉 430068;
3. 中国科学院 武汉岩土力学研究所, 湖北 武汉 430071)

摘要: 在虚内键模型的基础上, 研究岩石介质非均匀性对宏观力学行为的影响。虚内键模型(VIB)认为, 固体材料在微观上是由离散的质量微粒组成的, 微粒之间由一虚内键连接, 虚内键根据一种特定的连接法则, 使得该模型在模拟固体材料破坏时不需要断裂准则, 并根据微粒之间的相互作用推导出了材料的宏观本构方程。引入细观基元的两种状态——实体基元和空气基元, 用来描述细观基元在荷载作用下细观损伤由量变到质变的渐进过程。通过对均质度系数 $m = 1.1, 1.5, 2.0, 3.0, 5.0$ 的不同岩样破裂过程的模拟发现, 均质度系数对岩样应力 - 应变曲线和宏观破坏模式有显著的影响: 随均质度系数提高, 应力 - 应变曲线峰前线性增强, 峰值强度增大, 峰后更为陡峭, 破坏模式呈脆性模式。

关键词: 岩石力学; 非均质性; 虚内键模型; 岩石破裂; 演化函数

中图分类号: TU 45

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2011)增 2 - 4093 - 06

NUMERICAL SIMULATION ON INFLUENCE OF HETEROGENEITY ON MACROSCOPIC FRACTURE PROCESS OF ROCK FAILURE

KE Changren^{1, 2}, JIANG Junling², GE Xiurun^{1, 3}, XIAO Benlin²

(1. School of Naval Architecture, Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China;
2. School of Civil Engineering, Hubei University of Technology, Wuhan, Hubei 430068, China;
3. Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Science, Wuhan, Hubei 430071, China)

Abstract: Based on the virtual internal bond model, the influence of heterogeneity index on macroscopic behavior of rock failure is studied. It is deemed by discrete virtual internal bond model(VIB) that the solid materials are composed of quality materials at micro scale, the particles are connected by a VIB, based on a special cohesive force law, the VIB model could simulate the fracture of solid materials needing no fracture guideline, and the macro constitutive equation is drawn from the interactive of the particles. Two kinds of the elements' state are proposed—the solid element and the air element, to describe the element's condition under the pressure. By simulating the rock fracture process when the heterogeneity index $m = 1.1, 1.5, 2.0, 3.0, 5.0$, it is found that the heterogeneity has immense influence on the stress-strain curve and the fracture modes: with the higher heterogeneity index, the stronger linearity of the pre- stress-strain curve, and the higher peak stress, the deeper post stress-strain curve, and the fracture mode presents markedly brittle behavior.

Key words: rock mechanics; heterogeneity; virtual internal bond model; rock failure; evolvement function

1 引言

在荷载作用下岩石破裂过程是一个裂纹萌生、

扩展并最终贯通的过程。研究岩石的破裂过程对于深入了解岩土工程中的一些重大工程现象, 从而进行预报并采取有效措施具有重大的理论和实际意义。这一课题研究吸引了众多学者的参与, 已经取

收稿日期: 2010 - 03 - 12; **修回日期:** 2011 - 09 - 10

作者简介: 柯长仁(1974 -), 1997 年毕业于湖北工业大学工民建专业, 现为博士研究生、副教授, 主要从事岩石力学试验与数值模拟方面的教学与研究工作。E-mail: longmanke@163.com

得了丰富的成果^[1-3]。从研究中所选用的力学模型来看，成果大致可以分为两大类：第一类为连续介质模型，该模型在缩减自由度方面具有比较大的优势，但在模拟裂纹扩展时却显得不够充分；第二类模型是离散模型，相比连续介质模型，离散模型在模拟裂纹扩展时有独特的优势，但模型内部连接件的力学属性较难确定，且计算工作量偏大。

H. J. Gao 和 P. Klein^[4]及 P. Klein 和 H. J. Gao^[5]在模拟固体材料的裂纹扩展时，提出了虚内键模型(virtual internal bond model, VIB)。该模型认为，固体材料在微观上是由离散的质量微粒组成的，微粒之间由一虚内键连接，虚内键根据一种特定的连接法则，使得该模型在模拟固体材料破坏时不需要断裂准则，并根据微粒之间的相互作用推导出了材料的宏观本构方程。由于 VIB 模型同时兼顾了离散模型和连续介质模型的优点，它在模拟固体材料破坏方面具有较大的优势。后来，Z. N. Zhang 和 X. R. Ge^[6]在 VIB 模型的基础上，提出了 VMIB(virtual multi-dimensional virtual bonds model)模型。该模型认为，微观上质量微粒之间不光有法向键，还有切向键，同样，根据微粒之间的相互作用推导出了宏观本构方程。由于切向键的引入，VMIB 模型能够再现泊松比的多样性，从而该模型能够应用于更广泛的工程材料。然而，通过对岩石破裂的细观电镜扫描可以发现，岩石微观破裂的起裂和扩展均表现为张拉型，宏观上的剪切带是细观上数个基元破坏后的宏观表现；同时，由于切向键的引入，使得模型参数成倍增加，在数值模拟的过程中也难以操控。

相比 VMIB 模型，VIB 模型具有理论成熟、形式简洁等优点，柯长仁和葛修润^[7-9]成功用该模型模拟了岩石材料的全过程曲线，并初步用来探讨岩石破裂过程的围压效应^[9]。在唐春安等^[10]研究的基础上，本文引入基元的两种状态——实体基元和空气基元，用来描述基元在荷载作用下细观损伤由量变到质变的过程。由于岩石材料的一个基本特征是非均质性，本文引入 Weibull 分布函数描述岩石材料的这种特性，探讨非均质系数对岩石破裂模式的影响。数值模拟的结果表明这种方法是可行的。

2 数值模拟方法简述

2.1 虚内键模型简介

虚内键模型如图 1 所示，第一个层次，即有限元网格划分层次上，它采用连续介质力学模型；第二个层次，即微观上将固体材料视为由质量微粒组成，微粒之间通过由虚内键组成的网格结构相互作用。材料宏观本构方程直接由微粒之间的连接法则导出，从而将断裂准则直接嵌入到本构方程中，材料单元的破坏不需要另外的强度准则。根据相关研究结果^[7-9]，材料单元的四阶弹性张量为

$$C_{ijmn} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi k \xi_i \xi_j \xi_m \xi_n D(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi \quad (1)$$

式中： k 为虚内键的刚度系数； $\xi_i, \xi_j, \xi_m, \xi_n$ 为虚内键的方向向量，在球形坐标系 (r, θ, ϕ) 中， $\xi = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)^T$ ； $D(\theta, \phi)$ 为虚内键的分布密度。

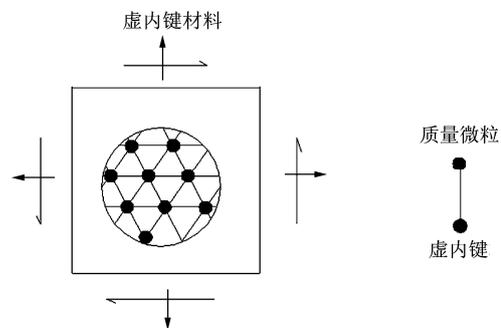


图 1 虚内键模型

Fig.1 Virtual internal bond model

如果代表微元内质点的集合体在宏观上力学性质上等效为相应的连续介质微元，则有

$$k = \frac{15E}{8\pi(1+\mu)} \quad (2)$$

式中： E, μ 分别为材料的杨氏模量和泊松比。

对于平面应力问题，有

$$k = \frac{2E}{(1-\mu)\pi} \quad (3)$$

对于平面应变问题，有

$$k = \frac{2E}{(1-2\mu)(1+\mu)\pi} \quad (4)$$

由式(1)中材料单元的四阶弹性张量表达式可以看出，虚内键的密度函数 $D(\theta, \phi)$ 起着比较关键的作用。岩石作为一种经历并隐含了复杂的应力、变形关系及损伤历史的地质体，其内部存在着大量的微细裂纹等缺陷，这些大小不等的众多裂纹及裂隙等的存在，改变了岩石的力学性质，降低了岩石的变形和强度参数，使岩石表现出明显的非线性特征。由于在岩样的破坏过程中，岩样的整体弱化行

为是虚内键密度随变形演化的结果，根据岩石细观损伤参量和虚内键密度函数的相似性，根据不同受力情况，在单轴压缩情况下，假定演化函数具有如下形式^[8]：

$$D(\theta) = e^{-c_1 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)^{c_2}} \quad (5)$$

式中： ε 为材料的变形量； ε_0 为材料达到峰值强度时的变形量； c_1 ， c_2 为模型参数，用来调节全过程曲线的特征。从而将基元的破坏信息隐含在材料的本构方程中，通过调整参数 c_1 和 c_2 ，能够再现岩样的应力 - 应变全过程曲线^[9]。

2.2 基元的两种状态

通过上面模型的介绍知道，含虚内键密度演化函数的本构方程已经包含了基元的破坏信息，使得该模型不需要另外的破坏准则就能够模拟固体材料的破坏。演化函数之所以采取指数函数形式(见式(5))，是因为基元介质的破坏是一个损伤的不断累积和渐进发展的过程，是一个量变到质变的过程。在前述工作的基础上，为了能动态显示岩样的破坏过程以及方便进行不同均质度下破坏模式的对比，在唐春安等^[10]研究的基础上，本文引入两种特性的基元——实体基元和空气基元。

所谓实体基元，是指基元在模型中的当前功能为实体介质，它的特性可由含虚内键密度演化函数的本构方程来描述。实体基元的力学特性是一个渐进的损伤弱化过程，当基元的变形达到某个阈值时，如基元损伤弱化后，弹性模量降低到原来的 10^{-8} ，即转化为空气基元， 10^{-8} 称为阈值。介质的力学性质发生突变，即实体基元由于损伤的累积导致其承载能力的急剧下降，甚至完全丧失承载能力。此时实体基元转化为空气基元。所谓空气基元，是指基元在模型中的当前功能为虚体特性。在数值模型中用弹性模量极低的基元性质取代原有的实体基元性质，由于新的基元弹性模量极低，可以近似认为实体介质的行为已经不存在，这种处理方法可以大大简化裂纹问题的处理。

至于阈值的具体确定，通过演化函数已经内含于本构方程中了。

2.3 非均质性的描述

岩石材料的一个基本特性就是非均质性。岩石的非均质特性可以通过 Weibull 分布来给细观单元的力学参数以及强度随机赋值的方法来实现，本模型中如何描述这种地质材料显得比较关键。需要指出的是，虽然这里假设用 Weibull 分布表示材料的非均质性，但也可以采用正态分布等其他分布来表

示材料的非均质性。本文采用 Weibull 分布来表示材料的非均质性，主要是在前人研究的基础上考虑到 Weibull 分布中的形状参数 m 可以方便地表示材料的非均质性。至于不同种类的分布对岩石破裂过程的影响，这是一个复杂的问题，本文暂时不做进一步研究。但是，不管是采用何种分布来表示材料的非均质性，必须使所形成的非均质性尽量与真实情况相符合。Weibull 分布函数如图 2 所示，图中， F 为岩石基元体力学性质的统计分布密度。由图可以看出，随着均质度系数 m 值的增大，基元间的力学性质差别越来越小，也即材料越来越均匀。

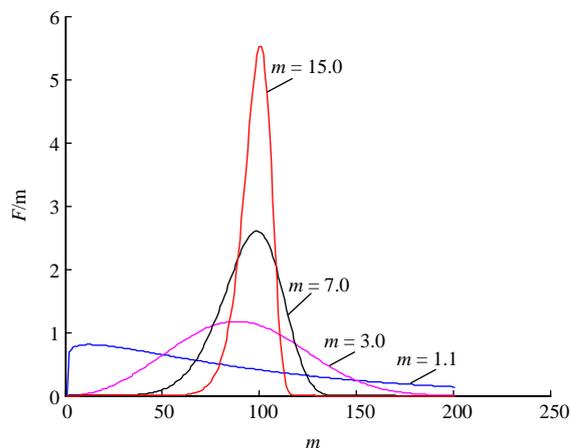


图 2 Weibull 函数分布图

Fig.2 Distribution of Weibull with different homogeneity indexes

3 模型的数值验证

为了验证本模型对岩石材料的适用性，现用前述的思路模拟岩样的破坏过程。本模型中，试样尺寸为 $50 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$ ，采用平面应变三角形单元，单元数为 900，节点数为 486。整个加载过程中采取位移控制的加载方式，每步加载位移量 $\Delta s = 0.002 \text{ mm}$ ，加载总步数为 600 步。由于材料的宏观力学行为取决于微观虚内键的演化，本文假定虚内键的密度演化方程^[9]为

$$k = k_0 \exp \left[-c_1 \frac{l}{\varepsilon_b \left(1 + 5 \frac{\sigma_2}{\sigma_b} \right) \left(1 + 2.0 \frac{\sigma_2}{\sigma_b} \right)} \right] c_2 \quad (6)$$

式中： k_0 为虚内键初始刚度，根据式(2)，(3)或(4)确定； l 为虚内键的变形量，且 $l = |\xi_i \varepsilon_j^d \xi_j|$ ； σ_b 为材料单轴抗压强度； ε_j^d 为偏应变张量； ε_b 为材料单轴抗压应变强度，由岩石试样压缩试验确定； σ_1 ，

σ_2 为微元的主应力, 且 $\sigma_1 \geq \sigma_2$; c_1, c_2 为模型参数, 它们分别决定着材料的不同宏观响应特征。

岩石材料的参数和模型参数如表 1 所列。

表 1 岩石材料参数和模型参数
Table 1 Rock material parameters and model parameters

岩石材料参数				模型参数	
E/GPa	μ	σ_b/MPa	$\varepsilon_b/10^{-3}$	c_1	c_2
27.351	0.322	86.032	8.623	8.0	1.0

3.1 模型参数对应力 - 应变曲线的影响

在虚内键密度演化函数方程式(6)中, 共有 2 个参数需要确定, 即 c_1 和 c_2 , 这两个参数决定着岩样应力 - 应变曲线的特征, 它们所起的作用不同, 如图 3 所示。由图中可以看出, c_1 决定着岩石试样的峰值强度, c_1 越大, 相应的峰值强度越低; c_2 决定着岩样的峰后力学特征, c_2 值越大, 峰后越为陡峭; c_2 值越小, 峰后则较为平坦。了解到这些特征之后, 可以在模型中选择合适的参数, 达到能够再现岩样应力 - 应变全过程曲线的目的。

3.2 破坏过程图

本例中, Weibull 分布(见图 2)的形状参数 $m=1.1$, 将岩石视为非均质材料情况下模型的数值模拟裂纹产生、扩展的动态过程(围压为 5 MPa), 如图 4 所示。由图可以看出, 压缩荷载作用下的加载过程大致可分为 3 个阶段: (1) 微破裂随机发展阶段。由于岩石试样的细观非均质性, 加载初期, 每个基元应力水平的高低主要取决于自身弹性模量的大小。随着荷载的增加, 每个基元所承受的应力水平也随之提高, 虽然所有基元都按照同样的密度演化函数进行衰减, 但一些低相变阈值的基元率先发生相变, 相变后的基元力学性质发生改变, 其承载能力大大降低, 原先所承担的荷载随即转移给周围基元。加载初期相变基元数量少, 呈无序随机分布, 彼此之间没有显著的影响。(2) 微破裂非均匀发展阶段。随着荷载的增加, 相变基元数量不断上升, 相变基元无序、随机状态开始转向由于某些相变基元的贯通或邻近而相互影响, 并逐渐集中于某几个局部区域发展。(3) 微破裂局部化发展阶段。应力场的演

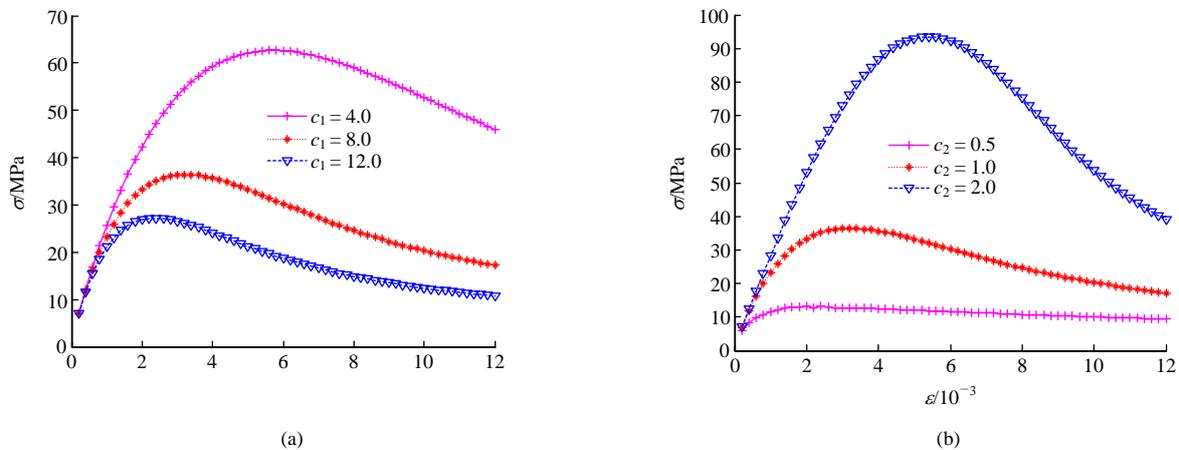
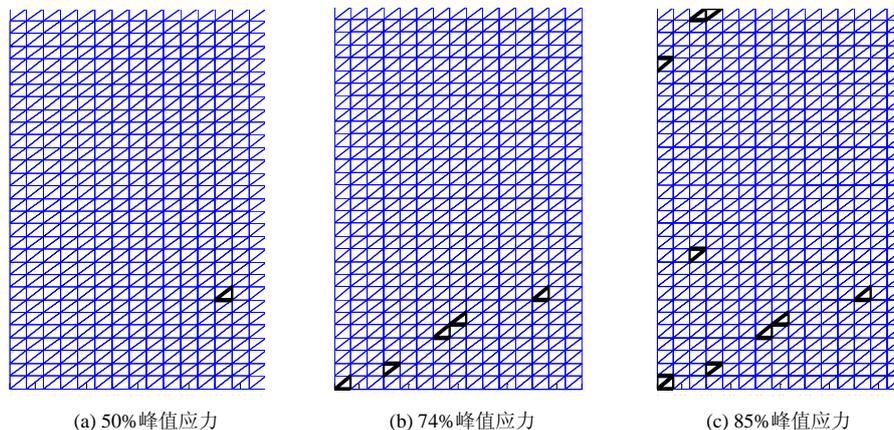


图 3 模型参数对应力 - 应变全过程曲线的影响

Fig.3 Influences of the model parameters on stress-strain curves



(a) 50% 峰值应力

(b) 74% 峰值应力

(c) 85% 峰值应力

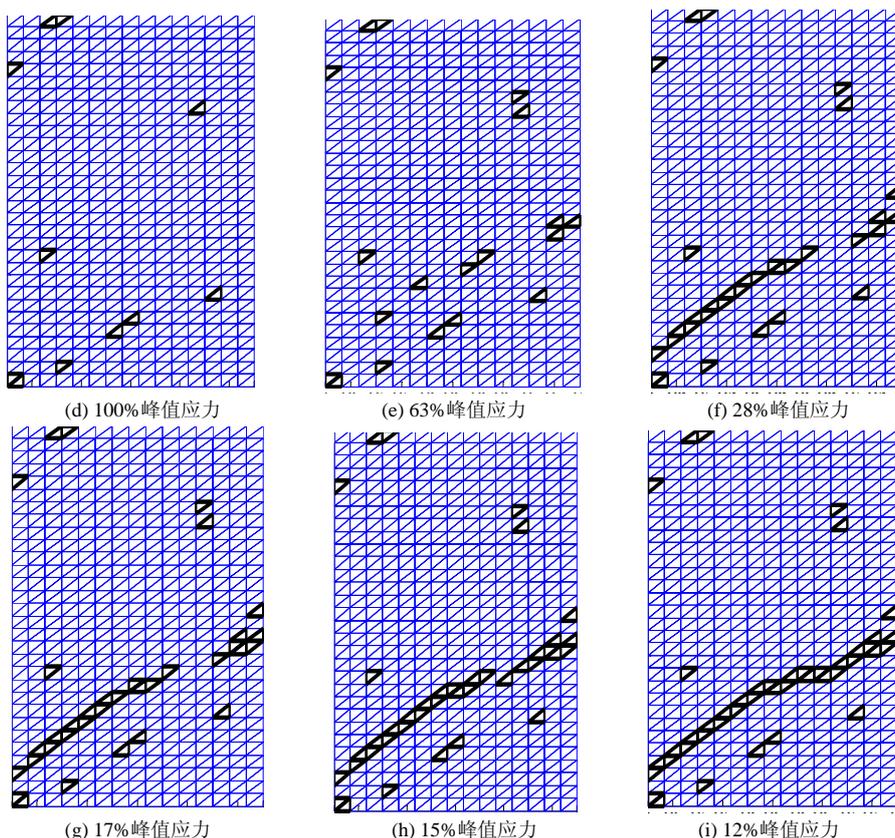


图 4 岩石试件的压缩破裂过程图($m = 1.1$, 围压为 5 MPa)

Fig.4 The fracture process of rock sample under confining pressure ($m = 1.1$, confining pressure equals to 5 MPa)

化规律局部化加剧，局部基元相变速度加快，宏观裂纹形成。其他相变少或没有的区域，应力场强度迅速降低。这些数值模拟的结果与 RFPA 的结果非常吻合。

3.3 均质度对破坏模式的影响

不同均质度系数情况下的应力 - 应变曲线如图 5 所示。由图可以看出，随着均质度系数 m 的增大，岩样的峰值强度增加，并且峰后曲线越发陡峭；当均质度系数较小时，岩样的峰值强度较低，峰后

曲线较为平缓，说明当材料越均匀时，材料的宏观强度越大。这种现象的细观原因是：当均质度系数较大时，细观单元强度比较均匀，所有单元共同分担外部荷载，承载力较大；一旦局部单元失效而发生相变，相邻单元很快也达到承载能力极限而发生相变，这个过程比较快，所以峰后曲线比较陡峭。

不同均质度系数时岩样的破坏模式如图 6 所示。从图中可以看出，当均质度系数 m 较小时，微裂纹在多处萌生，呈比较分散的形式，当均质度系数较大时，微裂纹的萌生则比较集中，并能够在附近发展，最终汇集成一条主裂纹而导致岩样破裂。

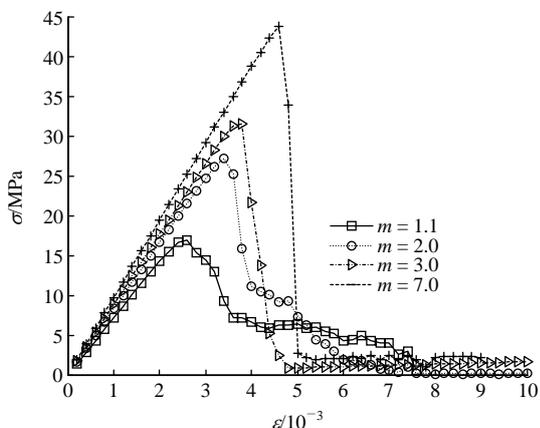
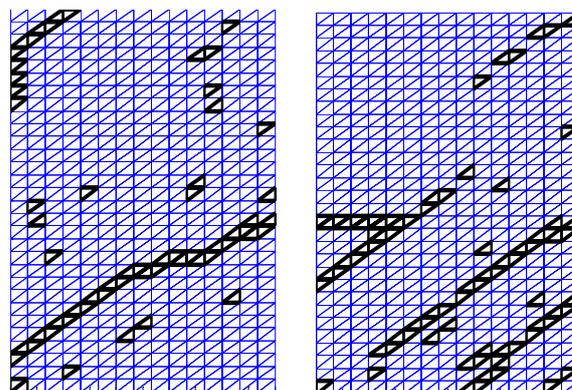


图 5 不同均质度时岩样应力 - 应变全过程曲线

Fig.5 Stress-strain curves of rock sample with different heterogeneity indices



(a) $m = 1.1$

(b) $m = 1.5$

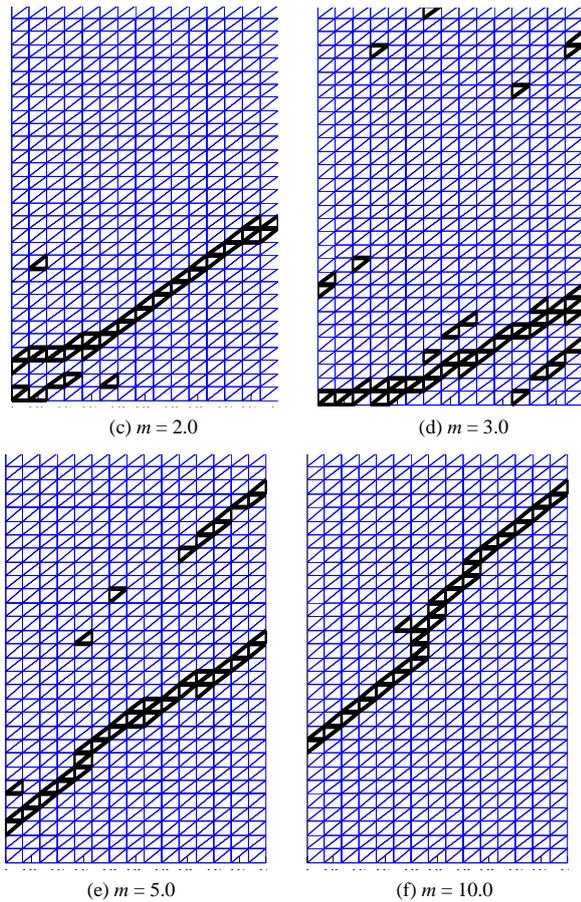


图6 不同均质度时的破坏模式图

Fig.6 The fracture models of rock samples with different heterogeneity indices

4 结 论

(1) 基于细观损伤的虚内键模型能够模拟岩石材料的破裂过程。由于细观损伤参量和演化函数的相似性，将演化函数采取细观损伤参量形式的函数描述，体现了岩样在荷载作用下的损伤弱化过程，并将破坏信息通过演化函数内置于本构方程中，使得该模型不需要破坏准则就能模拟材料的破坏。

(2) 通过引入基元的两种状态，即实体基元和空气基元，既简化了裂纹问题的处理，又能直观地再现岩样破坏的动态过程。

(3) 均质性对岩样的破裂过程和破坏模式有比较大的影响。均质度系数较低时，应力-应变曲线的非线性增强，峰值强度降低。岩样破坏时，初始裂纹的产生比较分散。相反，当岩样比较均匀时，应力-应变曲线比较陡峭，峰值强度较高，岩样的破裂过程中，从微破裂的产生到扩展比较集中，并很快形成一条主裂缝导致岩样最终破坏。

(4) 岩样的破裂并不对应峰值应力，而在峰值应力后的某一点处，这与试验观察结果也比较吻合。

参考文献(References):

- [1] LEE P K K, TSUI Y, THAM L G, et al. Numerical studies of the influence of microstructure on rock failure in uniaxial compression—part I: effect of heterogeneity[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2000, 37(4): 555 - 569.
- [2] 傅宇方, 梁正召, 唐春安. 岩石介质细观非均匀性对宏观破裂过程的影响[J]. 岩土工程学报, 2000, 22(6): 705 - 710.(FU Yufang, LING Zhengzhao, TANG Chun'an. Numerical simulation on influence of mesoscopic heterogeneity on macroscopic behavior of rock failure[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2000, 22(6): 705 - 710.(in Chinese))
- [3] 邢纪波, 俞良群, 王泳嘉. 三维梁-颗粒模型与岩石材料细观力学行为模拟[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, 18(6): 627 - 630.(XING Jibo, YU Liangqun, WANG Yongjia. 3D beam-particle model for simulating meso-mechanical behavior of rock material[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1999, 18(6): 627 - 630.(in Chinese))
- [4] GAO H J, KLEIN P. Numerical simulation of crack growth in an isotropic solid with randomized internal cohesive bond[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1998, 46(2): 187 - 218.
- [5] KLEIN P, GAO H. Crack nucleation and growth as strain localization in a virtual-bond continuum[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1998, 61: 21 - 48.
- [6] ZHANG Z N, GE X R. A new quasi-continuum constitutive model for crack growth in an isotropic solid[J]. European Journal of Mechanics A/Solids, 2005, 24: 243 - 252.
- [7] 柯长仁, 葛修润. 基于虚内键模型的岩石单轴压缩全过程曲线模拟[J]. 岩土力学, 2009, 30(5): 1 509 - 1 514.(KE Changren, GE Xiurun. Complete curve simulation of rock under uniaxial compression based on virtual internal bond model[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(5): 1 509 - 1 514.(in Chinese))
- [8] KE C R, GE X R. Numerical simulation of rock fracturing under uniaxial compression using virtual internal bond model[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University(Science), 2009, 14(4): 423 - 428.
- [9] 柯长仁, 葛修润. 不同围压下岩石破坏全过程数值模拟[J]. 上海交通大学学报, 2011, 45(增 1): 7 - 10.(KE Changren, GE Xiurun. Fracturing simulation of rock under various confining pressures[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2011, 45(Supp.1): 7 - 10.(in Chinese))
- [10] 唐春安, 王述红, 傅宇方. 岩石破裂过程数值试验[M]. 北京: 科学出版社, 2003.(TANG Chun'an, WANG Shuhong, FU Yufang. Numerical test of rock failure[M]. Beijing: Science Press, 2003.(in Chinese))