

文章编号: 1000-7598 (2011)增刊 1-0198-07

# 考虑毛细滞回效应的非饱和多孔 介质渗流与变形耦合本构模型

马田田, 韦昌富, 李 幻, 陈 盼, 魏厚振

(中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 武汉 430071)

**摘 要:** 在 Wheeler 本构模型框架的基础上, 提出了一个水力与力学耦合的本构模型。该模型中的土-水特征曲线采用毛细滞回内变量模型, 能够更好地描述水力历史变化下毛细滞回现象对非饱和多孔介质变形的影响, 同时也可描述非饱和多孔介质变形对渗流的影响。非饱和土的强度不仅与吸力有关, 而且受到饱和度的影响。相同的吸力下, 土样经过吸湿和脱湿路径的饱和度不同, 因此, 非饱和土的强度也不同。此模型以体积含水率的塑性变化和体变的塑性变化为硬化参数, 不仅能描述基质吸力对非饱和土的强化作用, 而且考虑了饱和度对强度及变形的影响。试验结果与模型预测基本吻合, 证明该模型能够模拟非饱和土的主要特性。为了简化, 此模型是在各向同性荷载下推得的, 有待于推广到一般的应力状态。

**关 键 词:** 非饱和多孔介质; 本构模型; 毛细循环; 渗流与变形耦合

**中图分类号:** TU 46

**文献标识码:** A

## Hydro-mechanical coupling model of unsaturated porous media considering effect of capillary hysteresis

MA Tian-tian, WEI Chang-fu, LI Huan, CHEN Pan, WEI Hou-zhen

(State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics,  
Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China)

**Abstract:** Based on the Wheeler model, a hydro-mechanical coupling model of unsaturated porous media is presented. The formulation of capillary hysteresis with internal state variables is adopted as the soil-water characteristic curve in this model. The effect of capillary hysteresis in the hydraulic history on the deformation of unsaturated porous media and the effect of deformation of unsaturated porous media on the flow processes can be simulated by this new model. The strength of unsaturated soil is related to suction and the saturation degree. Although the soil experienced drying and wetting have the same suction value, the saturation degrees are different. So the strengths of unsaturated soils are different too. The irrecoverable change in volume fraction of water and the plastic volume deformation are used to be hardening parameters. The new model can be used to describe the effect of the saturation degree on strength and deformation, in addition to the hardening effect of matric suction on the unsaturated soils. The comparisons between the model predictions and test results confirm that the model can simulate the main features of unsaturated soil behavior. The theoretical framework is developed for the isotropic loading condition; so its generalization to a more general stress space is needed in the future.

**Key words:** unsaturated porous media; constitutive model; capillary hysteresis; coupling of hydraulic and mechanic

## 1 引 言

在广大的干旱、半干旱地区, 非饱和土分布十分广泛。近年来, 由于降雨、地下水位升降变化等自然地质现象引发的非饱和土灾害问题频发, 造成

的损失越来越大。从机制上分析探讨这类地质灾害的诱因, 并为防治地质灾害提供理论基础和技术支持, 已成为刻不容缓、急需解决的关键问题。

在分析非饱和土问题时, 通常将水力学性质和力学性质分开考虑。然而大量试验表明, 土体含水

收稿日期: 2010-11-04

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 10872211); 中国科学院百人计划择优项目; 中国科学院岩土力学与工程国家重点实验室开放基金—土质边坡稳定与防护 (No. Q110601)。

第一作者简介: 马田田, 女, 1986 年生, 博士, 主要从事非饱和土方面的研究工作。E-mail: matiantian050@sina.com

率循环变化和土骨架变形与强度之间存在着复杂的耦合作用<sup>[1]</sup>。渗流过程影响土体的强度与变形, 例如反复的脱湿吸湿循环会使非饱和土的强度降低<sup>[2]</sup>。反之, 土体的变形又会改变非饱和土的土-水特征, 从而影响孔隙水的渗流过程<sup>[3]</sup>。因此, 有效地模拟任意含水率变化路径下非饱和土的渗流、变形及强度变化之间的耦合作用是要解决的关键问题。要解决该关键问题需要建立两个本构方程, 即应力-应变关系和土-水特征关系。

在描述非饱和土的本构行为时, Alonso 等<sup>[4]</sup>在修正的剑桥模型基础上, 提出 BBM (barcelona basic model)<sup>[5]</sup>模型。该模型在双应力变量的基础上推得, 引入 LC (loading-collapse) 屈服面概念, 能够模拟非饱和土吸水湿陷现象。为了反映土体塑性变形中的非饱和效应, LC 曲线(加载-崩塌)已成为许多传统非饱和土本构模型的核心组成部分<sup>[6]</sup>。Wheeler<sup>[7]</sup>、Nuth<sup>[8]</sup>、孙德安<sup>[9]</sup>、缪林昌<sup>[10]</sup>、盛岱超<sup>[11]</sup>等在 BBM 模型基础上, 采用有效应力代替净应力作为应力状态变量, 也用 LC 屈服面描述非饱和土在不同应力下的吸水湿陷现象。此类模型能够描述含水率单调变化下的力学行为, 不能描述毛细滞回对非饱和土变形及其强度的影响。

Jommi<sup>[12]</sup>、盛岱超<sup>[11]</sup>等将饱和度与吸力的乘积直接附加在 BBM 模型的 LC 屈服面上, 来描述有效应力空间中的 LC 屈服轨迹, 但是都未给出合理的证明。

Wheeler<sup>[13]</sup>等人通过试验发现, 饱和度对非饱和土的应力-应变关系有很大的影响, 建议在非饱和土弹塑性本构模型中引入循环土-水特征曲线, 来描述含水率循环变化对非饱和土变形的影响。把饱和度分解为可逆和不可逆部分, 将毛细循环现象视为类似于塑性变形的不可逆过程, 以经典的弹塑性理论为基础, 基于有效应力建立了一个能统一描述非饱和土塑性变形和毛细循环耦合的本构模型, 能够定性地描述许多传统本构模型所不能模拟的非饱和土力学特性。但是, Wheeler 模型<sup>[7]</sup>将循环土-水特征关系视为一种分段线性关系的组合, 即在两条边界线之间吸力随含水率的变化是线性可逆的, 而循环的边界用两条直线来表示。并且在有效应力和吸力平面内 LC 曲线为一直线, 由此得出非饱和土屈服时的平均净应力随吸力增大而减小, 这都与试验结果不符。

孙德安<sup>[9]</sup>通过引入土-水特征曲线也提出了一个渗流与变形耦合的非饱和土三维弹塑性本构模型, 此模型对循环土-水特征曲线的处理方法与 Wheeler

等的模型相似, 与后者不同的是孙德安根据试验结果建立饱和度与孔隙率的线性函数。在此水力耦合模型中, 认为饱和度的弹性变化是由于孔隙比变化引起的, 塑性变化则是由于吸力变化引起的。

Nuth 和 Laloui<sup>[14]</sup>采用与 Wheeler 等的模型类似的土-水特征曲线模型, 假定通过改变进气值使土-水特征曲线移动, 提出进气值与孔隙比之间的关系。韦昌富等<sup>[15]</sup>通过考虑塑性体变对土-水特征曲线的影响, 建立非饱和土的弹塑性本构模型。

Sheng 等<sup>[11]</sup>建议利用独立的势函数建立不可逆含水率的演化方程, 并通过 LC 曲线来考虑毛细循环过程与塑性变形的耦合作用。该模型虽然能定性描述非饱和土的主要行为特征, 但是没有给出具体实用的土-水特征关系。

从非饱和土的 CT 扫描图上可以看出, 在吸力相同的条件下, 分别通过吸湿和脱湿之后的土样含水率是不同的, 而且经历吸湿过程的土样比经历脱湿过程的含水率分布更加均匀<sup>[16-17]</sup>。通过测量两种试样的压缩波传播时发现, 前者的压缩波速明显比后者小<sup>[18-19]</sup>。因此, 在吸力相同时, 两种土样具有不同的力学性质。

Houlsby<sup>[20]</sup>证明与应变分量功共轭的应力变量都可以用来描述非饱和土的问题, 通过考虑非饱和土的外部功输入情况, 确立了非饱和土的广义应力-应变对偶关系。在 Houlsby 的工作基础上, Sheng 等<sup>[11]</sup>和 Li<sup>[21-22]</sup>有机地将应力-应变关系与循环土-水特征关系有机地结合在一起, 建立了非饱和土本构关系的热动力学模型。尽管这些模型具有一定的理论完备性, 但都没有考虑质量平衡法则, 因此, 包含了不合理的假设。

综上所述, 许多环境地质灾害问题主要是非饱和土中孔隙流体流动、含水率循环变化、土骨架变形、土的强度变化等过程相互作用的结果; 在分析这些问题时, 传统的方法没有考虑毛细循环效应以及前期含水率变化历史的影响, 也没有考虑毛细循环过程与土骨架变形的耦合作用。另外, 目前尚未完全建立起能够有效地描述毛细循环过程与土骨架变形耦合效应的非饱和土本构关系模型, 而这种模型正是解决各种环境地质灾害问题的关键基础。

## 2 理论框架

为了简化, 本文的讨论基于各向同性加载的情况。

### 2.1 应力状态变量

为了模拟非饱和土的水力学与力学耦合效应,

应力状态变量采用土体平均骨架应力和基质吸力，分别由下式定义：

$$\sigma'_{ij} = (\sigma_{ij} - u_a \delta_{ij}) + S_r (u_a - u_w) \delta_{ij} \quad (1)$$

$$S = u_a - u_w \quad (2)$$

式中： $S_r$  为饱和度； $S$  为基质吸力； $\sigma_{ij}$  为应力张量； $\sigma'_{ij}$  为有效应力张量； $u_a$ 、 $u_w$  分别为气压力和孔隙水压力； $\delta_{ij}$  为单位张量。式 (1) 是将 Bishop 有效应力<sup>[23]</sup>中的参数  $\chi$  取为饱和度  $S_r$ <sup>[24]</sup>。为了使该模型遵循热力学基本定律，采用与应力状态变量 ( $\sigma'_{ij}, S$ ) 对偶 (功共轭) 的应变 ( $\epsilon_{ij}, \theta$ )， $\theta$  为体积含水率。

### 2.2 毛细滞回内变量模型

Wei 和 Dewoolkar<sup>[25]</sup>分析了与含水率循环变化有关的微观不可逆过程，发现在某个基质吸力变化区域内含水率变化是可逆的，而在该区域外则是不可逆的；基于多相多孔介质理论，将毛细循环现象视为一个非饱和土的能量耗散过程，并建立一个简单实用的循环土-水特征关系内变量模型。在循环边界曲线给定的情况下，该模型只需一个参数就能确定任意含水率变化路径下非饱和土的土-水特征关系。与前人工作不同的是，Wei 和 Dewoolkar 建立的模型是严格地以内变量热力学和多孔介质多相多场耦合理论为基础，从而使其比较容易推广到土骨架变形的情况中。

在此模型中，土-水特征曲线的边界线取为主脱湿线和主吸湿线，采用 Feng 和 Fredlund<sup>[26]</sup>提出的方程来描述，

$$\theta = \frac{\theta_{sat} + \theta_{irr} (S/b)^d}{1 + (S/b)^d} \quad (3)$$

式中： $b$ 、 $d$  为材料参数，在脱湿和吸湿时取不同的值； $\theta_{sat}$  为饱和时的体积含水率； $\theta_{irr}$  为残余体积含水率。

体积含水率与基质吸力的关系由下式给出：

$$d\theta = -\frac{dS}{K_p} \quad (4)$$

式中： $K_p$  为土-水特征曲线的斜率值，是吸力、体积含水率、湿度变化方向的函数。

与 1986 年 Dafalias 提出的边界面模型<sup>[27]</sup>类似，得到扫描线的斜率为

$$K_p(S, \theta) = \bar{K}_p(\theta) + \frac{c |S - \bar{S}(\theta)|}{\kappa_{DR}(\theta) - \kappa_{WT}(\theta) - |S - \bar{S}(\theta)|} \quad (5)$$

式中： $\bar{S}(\theta)$  为边界曲线上的吸力值； $K_p(S, \theta)$  为扫描线的斜率； $\bar{K}_p(\theta)$  为边界线的斜率； $c$  为材料参

数； $\kappa_{DR}$ 、 $\kappa_{WT}$  分别为当前体积含水率在脱湿和吸湿时边界上的吸力值。

对脱湿的情况：

$$\bar{S}(\theta) = \bar{S}^{DR}(\theta), \bar{K}_p(\theta) = -\frac{d\bar{S}^{DR}(\theta)}{d\theta} \quad (6)$$

对吸湿的情况：

$$\bar{S}(\theta) = \bar{S}^{WT}(\theta), \bar{K}_p(\theta) = -\frac{d\bar{S}^{WT}(\theta)}{d\theta} \quad (7)$$

试验结果表明，初始孔隙率对土-水特征曲线有重要影响。当孔隙率减小时，土-水特征曲线向右移动，使同一点处的基质吸力增大。

$$d\theta = d\left(\frac{V_w}{V}\right) = \frac{dV_w}{V} - \frac{V_w}{V} \frac{dV}{V} \quad (8)$$

式中： $V_w$  和  $V$  分别表示为孔隙水体积和土体总体积。为了考虑孔隙率的影响，忽略弹性变形，土-水特征曲线依赖于塑性体积应变。上式第 1 项即吸力变化引起的体积含水率的变化  $\frac{dV_w}{V} = -\frac{dS}{K_p}$ ，第 2 项描述塑性体变对体积含水率变化的影响，即  $\frac{V_w}{V} = \theta$ ， $-\frac{dV}{V} = d\epsilon_v^p$ 。

因此，式 (8) 可以写为

$$d\theta = -\frac{dS}{K_p} + \theta d\epsilon_v^p \quad (9)$$

式 (9) 可描述土-水特征曲线与变形的耦合行为。

该模型简单实用，在初始边界线给定的条件下，只需一个参数  $c$  就能模拟任意扫描曲线。

此模型与试验实测的扫描线的比较如图 1 所示，空心的点表示实测的主脱湿和主吸湿上的点，实心点表示扫描线上的点，直线和虚线分别为模型预测的边界线和扫描线。从图上可以看出毛细滞回内变量模型模拟的结果良好。

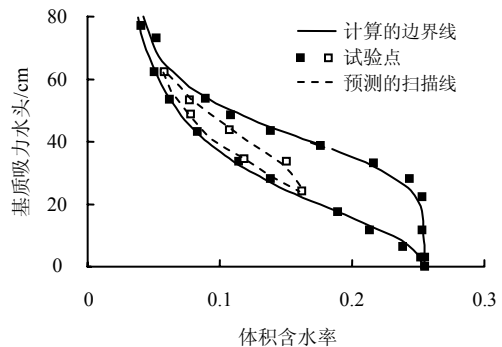


图 1 试验实测的扫描线<sup>[28]</sup>与模型预测的比较  
Fig.1 Measured scanning curves<sup>[28]</sup> and the model predictions for a sandy soil

### 2.3 本构模型

#### 2.3.1 屈服函数

在 BBM 模型中，非饱和土压缩曲线的斜率随着吸力的增加而减小。有些学者认为在  $(\nu, \ln p)$  平面上正常压缩曲线的斜率  $\lambda(S)$  随吸力增加而减小并不能反映吸水湿陷变形随平均净应力  $p$  增大而减小的特性<sup>[29]</sup>(其中  $\nu$  为土的比容)，Wheeler<sup>[30]</sup> 等对压实高岭土的试验和 Machado<sup>[31]</sup> 对巴西麻粒岩残积土的试验均表明，正常压缩曲线的斜率  $\lambda(S)$  随吸力的增加而增加。

因此，此模型采用<sup>[32]</sup>

$$\lambda(S) = \lambda(0) + \frac{\lambda_s S}{S + p_a} \quad (10)$$

式中： $\lambda(S)$  为基质吸力为  $S$  时对应的初始压缩曲线的斜率； $\lambda(0)$  为饱和土的初始压缩线的斜率； $p_a$  为大气压力； $\lambda_s$  为材料常数，表征初始压缩曲线的斜率随吸力的变化关系。

在  $p$ - $S$  平面内加载-崩塌曲线 (LC) 屈服曲线则为

$$p_o^* = p_n' \left( \frac{p_{oy}^*}{p_n'} \right)^{\frac{\lambda(0)-\kappa}{\lambda(S)-\kappa}} \quad (11)$$

式中： $p_o^*$  为基质吸力为  $S$  时对应的屈服应力； $p_{oy}^*$  为饱和土的屈服应力； $p_n'$  为吸力减小时不发生湿陷现象时的各向同性压力； $\kappa$  为初始压缩曲线的回弹斜率。

SI 屈服曲线：  $S = S_I$  (12)

SD 屈服曲线：  $S = S_D$  (13)

$S_I$  和  $S_D$  分别表示为当前含水率所对应的主脱湿边界线和主吸湿边界线上的值，SI、SD 屈服面来描述饱和度的塑性屈服，如图 2 所示。

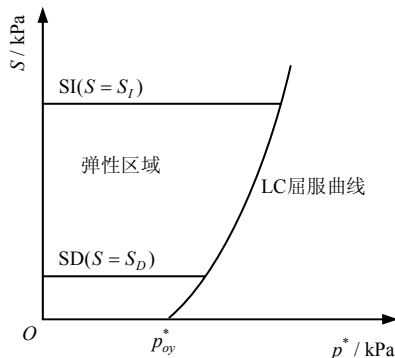


图 2 LC、SI、SD 屈服曲线  
Fig.2 LC, SI, SD yield curves

#### 2.3.2 弹性响应

弹性体变增量

$$d\varepsilon_v^e = \frac{\kappa dp^*}{\nu p^*} \quad (14)$$

弹性体积含水率增量

$$d\theta_r^e = -\frac{dS}{K_p} \quad (15)$$

式中： $p^*$  为平均有效应力； $dS$  为扫描线上的吸力增量，与 Wheeler 模型处理相似，这里假定扫描线内的饱和度变化为可逆的，边界上的饱和度变化为不可逆的。

#### 2.3.3 流动法则

塑性体变增量

$$d\varepsilon_v^p = \frac{(\lambda(S) - \kappa) dp_o^*}{\nu p_o^*} \quad (16)$$

塑性体积含水率增量

$$d\theta_r^p = -\frac{d\bar{S}}{K_p} \quad (17)$$

式中： $d\bar{S}$  为边界上的吸力增量。

式 (17) 可描述土-水特征曲线与变形的耦合行为。

流动法则

$$\frac{d\varepsilon_v^p}{dS_I^p} = 0 \quad (18)$$

式 (18) 假定饱和度塑性变化  $dS_I^p$  不引起塑性体变。

#### 2.3.4 硬化准则

$$\frac{dp_{oy}^*}{p_{oy}^*} = k_1 \frac{dS_I}{S_I} = k_1 \frac{dS_D}{S_D} \quad (19)$$

当在 SI 或 SD 曲线上发生屈服时，LC 曲线发生耦合移动，耦合参数为  $k_1$ ，该参数控制了由于体积含水率的塑性变化引起的 LC 屈服曲线的移动。

反过来，当在 LC 曲线上发生屈服时，SI 和 SD 曲线发生耦合移动

$$\frac{dS_I}{S_I} = \frac{dS_D}{S_D} = k_2 \frac{dp_{oy}^*}{p_{oy}^*} \quad (20)$$

耦合参数  $k_2$  控制了由于塑性体变引起的 SI 和 SD 曲线的移动。

从前面的分析可知，LC 屈服线的移动是由于在 LC 屈服线上的屈服和 SI、SD 屈服线的移动共同引起的。

$$\frac{dp_{oy}^*}{p_{oy}^*} = \frac{\nu d\varepsilon_v^p}{(\lambda(S) - \kappa)} - \frac{k_1 d\theta_r^p}{K_p} \quad (21)$$

同理，SI、SD 屈服线的移动是由于在 SI、SD 屈服线上的屈服和 LC 屈服线的移动共同引起的。

$$\frac{dS_l}{S_l} = \frac{dS_D}{S_D} = -\frac{d\theta_p^p}{\bar{K}_p} + \frac{k_2 \nu d\varepsilon_v^p}{(\lambda(S) - \kappa)} \quad (22)$$

联立式 (12)、(13) 可得塑性应变增量的一般表达式

$$d\varepsilon_v^p = \frac{(\lambda(S) - \kappa)}{\nu(1 - k_1 k_2)} \left( \frac{dp_o^*}{p_o^*} - k_1 \frac{dS_D}{S_D} \right) \quad (23)$$

$$d\theta_p^p = \frac{-\bar{K}_p}{(1 - k_1 k_2)} \left( \frac{dS_D}{S_D} - k_2 \frac{dp_o^*}{p_o^*} \right) \quad (24)$$

### 3 模型预测

有关非饱和土变形与渗流耦合的试验数据非常少,这也限制了非饱和土模型的发展。本文采用孙德安<sup>[33]</sup>所做的各向同性加压湿陷试验来验证所提出的模型。

试样采用珍珠黏土(Pearl clay),属于粉质黏土,试样采用非饱和击实样。此黏土的液限为 49%,塑限为 22%,比重为 2.71,初始含水率为 26%。根据试验结果, Pearl clay 的模型参数为  $\lambda(0) = 0.12$ ,  $\kappa = 0.03$ ,  $2p'_n = 2 \text{ MPa}$ 。

已知的土-水特征曲线只有在净应力 ( $p - u_a$ ) 为 20 kPa 测得的一条主吸湿线,用来标定参数  $b_{WT}$ 、 $d_{WT}$ 、 $\theta_{sat}^w$ 、 $\theta_{res}^w$ 。土-水特征曲线的参数<sup>[34]</sup>为  $b_{WT} = 22 \text{ kPa}$ ,  $d_{WT} = 1.6$ ,  $b_{DR} = 100 \text{ kPa}$ ,  $d_{DR} = 5.0$ ,  $\theta_{sat}^w = 0.492$ ,  $\theta_{res}^w = 0.305$ ,  $c = 2 \text{ 000}$ 。

预测的主脱湿线与扫描线如图 3 所示。

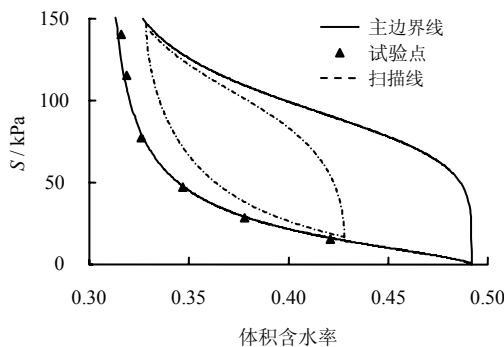


图 3 预测的珍珠黏土的土-水特征曲线与试验实测值比较  
Fig.3 Predicted SWCC and measured results for pearl clay

图中实心点表示试验数据,实线表示模型预测的主脱湿线和主吸湿线,虚线表示预测的扫描线,从图 3 可以看出,此模型的预测结果良好。

进行模型预测时,除上述模型参数外,还需要初始状态值(包括初始吸力  $S = 147 \text{ kPa}$ 、饱和土的初始屈服应力  $p_{oy}^* = 13 \text{ kPa}$ 、初始孔隙比  $e = 1.34$  和初始饱和度  $S_l = 51\%$ )。

图 4 为模型预测与试验数据的比较,试验采用的应力路径为: A 为初始点平均净应力为 20 kPa, A→B 为在常吸力 ( $S = 147 \text{ kPa}$ ) 时的各向同性压缩 ( $p - u_a = 20 \sim 98 \text{ kPa}$ ); B→C 为在常净应力 ( $p - u_a = 98 \text{ kPa}$ ) 时的吸湿; C→D 为在常吸力 ( $S = 0 \text{ kPa}$ ) 时的各向同性压缩 ( $p - u_a = 98 \sim 196 \text{ kPa}$ )。由图可见,模型不仅可以预测各向同性时的压缩曲线,还可以预测非饱和土吸湿时的湿陷现象。图中 A→B 表示在 LC 曲线上的屈服, B→C 表示在吸力减小过程中,在 SD 曲线发生屈服,然后使 LC 曲线向左移动,发生屈服,从而产生塑性体积应变。C→D 为吸力将为 0 时的压缩曲线,即饱和土的压缩曲线。

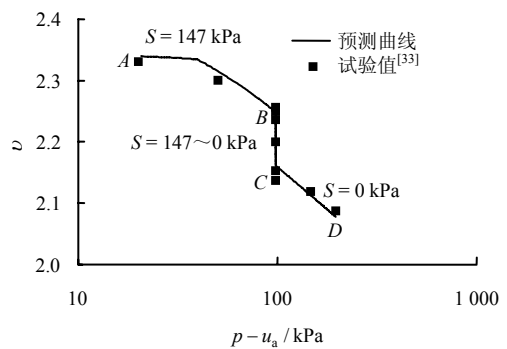


图 4 模型预测的平均净应力和比容之间的  
关系与试验结果的比较 (pearl clay)

Fig.4 Predicted and measured change of specific volume and with mean net pressure for pearl clay

图 5、6 为珍珠黏土在等吸力下 ( $S = 147 \text{ kPa}$ ) 的压缩试验和等平均净应力 ( $p - u_a = 196 \text{ kPa}$ ) 时的吸湿试验与模型预测的结果。该模型不仅可以模拟非饱和土吸湿时的湿陷现象,而且可以描述饱和度的变化趋势,从图上可以看出,饱和度在吸力不变的情况下,随着平均净应力的增加而增加。这是因为平均净应力增加,孔隙比减小,从而导致饱和度增加,如式 (9) 所描述的,符合试验事实。在吸湿试验时,在 SD 曲线上发生屈服,产生塑性饱和度的变化。

以上是考虑土-水特征曲线预测应力-应变的关系。下面考虑变形对土-水特征曲线的影响。

采用一种假想的土来反映此模型可以描述土-水特征曲线随着平均净应力的变化情况。土-水特征

曲线的参数  $b_{WT} = 40 \text{ kPa}$ ,  $d_{WT} = 5.0$ ,  $b_{DR} = 60 \text{ kPa}$ ,  $d_{DR} = 5.0$ ,  $\theta_{sat}^w = 0.5$ ,  $\theta_{res}^w = 0.15$ ,  $c = 2\ 000$ 。

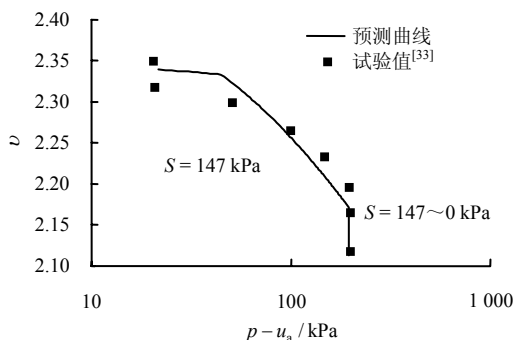


图 5 模型预测的平均净应力和比容之间的关系与试验结果的比较

Fig.5 Predicted and measured the change of the specific volume with mean net pressure

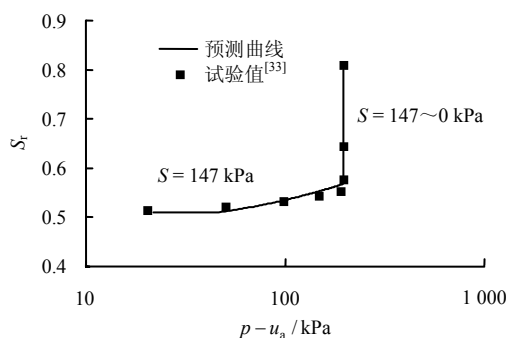


图 6 模型预测的平均净应力和饱和度之间的关系与试验结果的比较

Fig.6 Predicted and measured the change of saturation degree with mean net pressure

图 7 为此模型的预测结果，实线和虚线分别表示平均净应力为 0 kPa 和 200 kPa 时的土-水特征曲线。从图上可以看出，平均净应力增加，孔隙率减小，从而使非饱和土的进气值增加，土-水特征曲线向右移动，这和试验观察到的现象是一致的。

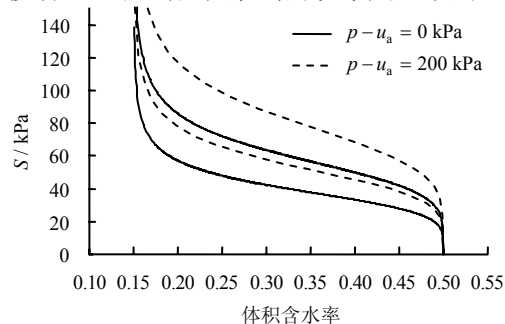


图 7 不同平均净应力下的土-水特征曲线  
Fig.7 SWCCs at different mean net stresses

## 4 结 论

Wheeler 模型最早建议在非饱和土弹塑性本构

模型中引入循环土-水特征曲线，来描述循环含水率变化对非饱和土变形的影响，给出了非饱和土渗流与应力-应变耦合的框架模型，此模型可以定性地描述含水率变化与应力-应变关系之间的相互影响。但此模型使用的土-水特征曲线太过简化，并且假定非饱和土的压缩模量为常数，取为饱和土的压缩模量，因此，在有效应力和吸力平面内 LC 曲线为一直线。

针对以上不足，本文在此模型的基础上提出了一个渗流与变形耦合的本构模型，通过与试验数据的比较，证明此模型能够描述非饱和土的主要特性。该模型不仅可以模拟非饱和土的水力循环对应力-应变的影响，而且可以描述应力-应变对非饱和土的水力性质的影响。

本文推得的模型是在各向同性加载条件下得到的，有待于推广到更一般的应力空间。

## 参 考 文 献

- [1] WHEELER S J. Inclusion of specific water volume within an elastoplastic model for unsaturated soils[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1996, 33(1): 42—57.
- [2] SHARMA R S. Mechanical behavior of an unsaturated highly expansive clays[D]. Oxford, UK: University of Oxford, 1998.
- [3] CHARLES W W N, PANG Y W. Influence of stress state on soil-water characteristics and slope stability[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2000, 126(2): 157—166.
- [4] ALONSO E E, GENS A, JOSA A. A constitutive model for partially saturated soils[J]. **Geotechnique**, 1990, 40(3): 405—430.
- [5] BOLZON G, SCHREFLER B A, ZIENKIEWICZ O C. Elastoplastic soil constitutive laws generalized to partially saturated states[J]. **Geotechnique**, 1996, 46(2): 279—289.
- [6] CUI Y J, DELAGE P. Yielding and plastic behaviour of an unsaturated compacted silt[J]. **Geotechnique**, 1996, 46(2): 291—311.
- [7] WHEELER S J, SHARMA R S, BUISSON M S R. Coupling of hydraulic hysteresis and stress-strain behaviour in unsaturated soils[J]. **Geotechnique**, 2003, 51(1): 41—54.
- [8] NUTH M, LALOUI L. Advances in modelling hysteretic water retention curve in deformable soils[J]. **Computers and Geotechnics**, 2008, 35(6): 835—844.
- [9] SUN D A, LI X. An elastoplastic hydro-mechanical model for unsaturated soils[C]//Proceedings of the 7th International Conference on Computational Science, Part III: ICCS. Beijing: Springer-Verlag, 2007: 1138—1145.

- [10] 缪林昌. 非饱和土的本构模型研究[J]. *岩土力学*, 2007, 28(5): 855—860.  
MIAO Lin-chang. Research of constitutive model of unsaturated soils[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2007, 28(5): 855—860.
- [11] SHENG D, GENS A, FREDLUND D G, et al. Unsaturated soils: From constitutive modelling to numerical algorithms[J]. *Computers and Geotechnics*, 2008, 35(6): 810—824.
- [12] JOMMI. Remarks on the constitutive modelling of unsaturated soils[J]. *Experimental Evidence and Theoretical Approaches in Unsaturated Soils*, 2000: 139—153.
- [13] WHEELER S J. An alternative framework for unsaturated soil behavior[J]. *Geotechnique*, 1995, 41(2): 257—261.
- [14] NUTH M, LALOUI L. Effective stress concept in unsaturated soils: Clarification and validation of a unified framework[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2008, 32(7): 771—801.
- [15] 韦昌富, 李幻, 王吉利. 考虑弹塑性变形和毛细循环滞回的非饱和土本构模型[C]//第一届全国岩土本构理论研讨会论文集. 北京: 北京航空航天大学, 2008: 259—266.
- [16] CADORET T, MARION D, ZINSZNER B. Influence of frequency and fluid distribution on elastic wave velocities in partially saturated limestones[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1995, 100(B6): 9789—9803.
- [17] CADORET T, MAVKO G, ZINSZNER B. Fluid distribution effect on sonic attenuation in partially saturated limestones[J]. *Geophysics*, 1998, 63(1): 154—160.
- [18] RAVALEC L M, GUEGUEN Y, CHELIDZE T. Elastic wave velocities in partially saturated rocks: Saturation hysteresis[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1996, 101(B1): 837—844.
- [19] KNIGHT R, NOLEN-HOEKSEMA R. A laboratory study of the dependence of elastic wave velocities on pore scale fluid distribution[J]. *Geophysical Research Letters*, 1990, 17(10): 1529—1532.
- [20] HOULSBY G T. The work input to an unsaturated granular material[J]. *Geotechnique*, 1997, 47(1): 193—196.
- [21] LI X S. Thermodynamics-based constitutive framework for unsaturated soils 1: Theory[J]. *Geotechnique*, 2007, 57(5): 411—422.
- [22] LI X S. Thermodynamics-based constitutive framework for unsaturated soils 2: A basic triaxial model[J]. *Geotechnique*, 2007, 57(5): 423—435.
- [23] BISHOP A W. The principle of effective stress Bishop[J]. *Teknisk Ukeblad*, 1959, 106(39): 113—143.
- [24] KHALILI N, GEISER F, BLIGHT G E. Effective stress in unsaturated soils: Review with new evidence[J]. *International Journal of Geomechanics*, 2004, 4(2): 115—126.
- [25] WEI C, DEWOOLKAR M M. Formulation of capillary hysteresis with internal state variables[J]. *Water Resources Research*, 2006, 42(7): W07405.1—W07405.16.
- [26] FENG M, FRELUND D G. Hysteresis influence associated with thermal conductivity sensor measurements[C]//52nd Canadian Geotechnical Conference and Unsaturated Soil Group, Proceedings from Theory to the Practice of Unsaturated Soil Mechanics. Regina:[s. n.], 1999: 651—657.
- [27] DAFALIAS Y F. Bounding surface plasticity. I: Mathematical fundamental and hypoplasticity[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1986, 22(9): 966—987.
- [28] VIAENE P, VERECKEN H, DIELS J, et al. A statistical analysis of six hysteresis models for the moisture retention characteristic[J]. *Soil Science*, 1994, 157(6): 345—355.
- [29] JOSA A, BALMACEDAA, GENS A, et al. An elasto-plastic model for partially saturated soils exhibiting a maximum of collapse[C]//Proceedings of 3rd International Conference on Computational Plasticity. Barcelona:[s. n.], 1992: 815—826.
- [30] WHEELER S J, SIVAKUMAR V. An elasto-plastic critical state framework for unsaturated soil[J]. *Geotechnique*, 1995, 45(1): 35—53.
- [31] MACHADO S L. Study of the LC yield surface of a residual soil of grannulito[C]//Proceedings of 3rd International Conference on Unsaturated Soils. Netherlands: A. A. Balkema Publishers Lisse, 2002: 139—143.
- [32] SUN D A, SHENG D, SLOAN S W. Elastoplastic modelling of hydraulic and stress-strain behaviour of unsaturated soils[J]. *Mechanics of Materials*, 2007, 39(3): 212—221.
- [33] SUN D A, SHENG D, XU Y. Collapse behavior of unsaturated compacted soil with different initial densities[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2007, 44(6): 673—686.
- [34] MURALEETHARAN K K, LIU C, WEI C, et al. An elastoplastic framework for coupling hydraulic and mechanical behavior of unsaturated soils[J]. *International Journal of Plasticity*, 2008, 25(3): 473—490.