

文章编号: 1000-7598 (2010) 07-2309-08

# 简谐线源荷载作用下热流固耦合地基的动力响应

卢 正<sup>1</sup>, 姚海林<sup>1</sup>, 刘干斌<sup>2</sup>, 骆行文<sup>1</sup>

(1.中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 武汉 430071; 2.宁波大学 建筑工程与环境学院, 浙江 宁波 315211)

**摘 要:** 基于 Biot 波动理论和广义热弹性理论, 对简谐线源荷载 (力荷载和热荷载) 作用下的热-流-固耦合地基的动力响应问题进行了研究。将地基看成是均质各向同性、完全饱和的多孔半空间介质, 利用无量纲化和 Fourier 变换方法对热-流-固耦合控制方程进行简化, 得到了变换域内应力分量、位移分量、温度分布及超孔隙水压力的一般解, 并利用 Fourier 逆变换得到了相应的积分形式解答。通过数值计算对按热-流-固耦合理论、饱和多孔弹性理论和热弹性理论得到的结果进行了比较, 同时分析了热-流-固耦合条件下热荷载激振频率对竖向应力、竖向位移、温度分布以及超孔隙水压力的影响。

**关 键 词:** 简谐线源荷载; 热流固耦合; 动力响应; Fourier 变换; 广义热弹性理论

**中图分类号:** TU 435

**文献标识码:** A

## Dynamic response of coupling thermo-hydro-mechanical foundation subjected to harmonic line loads

LU Zheng<sup>1</sup>, YAO Hai-lin<sup>1</sup>, LIU Gan-bin<sup>2</sup>, LUO Xing-wen<sup>1</sup>

(1.State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China; 2.Faculty of Architectural Civil Engineering and Environment, Ningbo University, Ningbo, Zhejiang 315211, China)

**Abstract:** In this work, the thermodynamic responses of porous elastic foundation subjected to time harmonic normal force and thermal source are investigated in the context of the theory of generalized thermoelasticity. The material of foundation, obeying Biot's dynamic poroelastic theory, is idealized as a uniform, fully saturated poroelastic half-space stratum. The coupling thermo-hydro-mechanical governing equations are derived by employing Biot's dynamic poroelastic theory and generalized thermoelastic theory. The general solutions of stress, displacement, temperature distribution and excess pore water pressure are obtained by employing Fourier transform. Considering the normal force and the thermal source acted on the surface of foundation and permeable boundary condition, analytical solutions in the form of integral are derived using the inverse Fourier transform. Furthermore, numerical results are obtained to analyze the differences among coupled thermo-hydro-mechanical theory, coupled hydro-mechanical theory and thermoelastic theory. In addition, the effect of the thermal loading frequency on the components of displacement, stress, temperature distribution and excess pore water pressure are investigated in the numerical results.

**Key words:** harmonic line loads; coupled thermo-hydro-mechanical; dynamic response; Fourier transform; generalized thermoelastic theory

## 1 前 言

热-流-固多场耦合理论在垃圾处理、核废料处理、油气开采以及道路路基等岩土工程领域有着广泛的应用。对于饱和多孔地基, 利用热-流-固耦合作用理论来研究显然更为合理。Biot<sup>[1]</sup>和 Lord 等<sup>[2]</sup>最早假设多孔介质为线性热弹性体, 先后建立了早期的热动力理论和广义热弹性理论。随后,

Ignaczak<sup>[3]</sup>和 Sherief<sup>[4]</sup>对带有松弛时间的广义热弹性理论解的唯一性和稳定性进行了验证。Sherief 和 Hamza<sup>[5-6]</sup>对二维轴对称热弹性问题进行了研究, 得到了热弹性体的温度分布并研究了波的传播。Singh<sup>[7]</sup>考虑温度对弹性介质波传播的影响, 对热弹性介质表面 P 波和 SV 波的反射问题进行了研究。Ram<sup>[8]</sup>等则进一步对热弹性介质表面作用简谐力荷载和热荷载时的应力响应和位移响应进行了分析。

收稿日期: 2009-08-11

基金项目: 中科院知识创新工程重要方向项目 (No. kzcx2-yw-150); 岩土力学与工程国家重点实验室重点项目 (No. SKLZ0806); 岩土力学与工程国家重点实验室前沿探索性项目 (No. SKLQ016); 浙江省科技计划项目资助 (No. 2008C31030)。

第一作者简介: 卢正, 男, 1982 年生, 博士, 主要从事路基工程及路基动力响应方面的研究工作。E-mail: lzwhrsm@163.com

对地基而言,地下水的渗流作用对地基中波的传播有很大影响。因此,动力响应分析时,将地基简化成弹性介质或热弹性介质必将产生较大误差。Booker 和 Savvidou 等<sup>[9-10]</sup>对多孔弹性介质内置球形热源的固结问题进行了研究。Cheng 和 Detournay<sup>[11]</sup>发展了一种边界元方法对平面应变多孔热弹性问题进行了求解。Blond 等<sup>[12]</sup>和 Bai<sup>[13]</sup>研究了饱和多孔介质在其自由表面作用循环热荷载时的波动响应。Singha 等<sup>[14]</sup>对两种不同的多孔弹性介质交界面处横波的反射和传播问题进行了研究。刘干斌<sup>[15]</sup>等则对考虑热-水-力耦合效应的多孔弹性地基的动力响应问题进行了分析。

本文在上述研究的基础上,利用 Biot 波动理论和广义热弹性理论,引入热松弛时间,建立了饱和多孔弹性介质的热-流-固耦合波动方程。利用无量纲方法和 Fourier 变换法对耦合控制方程进行简化,得到了变换域内应力分量、位移分量、温度分布及超孔隙水压力的一般解,并利用 Fourier 逆变换得到了相应的积分形式解答。通过数值计算对按热流固耦合理论、饱和多孔弹性理论和热弹性理论得到的结果进行了比较,同时分析了热-流-固耦合条件下热荷载激振频率对竖向应力、竖向位移、温度分布以及超孔隙水压力的影响。

## 2 基本控制方程

根据 Sherief 和 Ram 等人<sup>[5,8]</sup>的做法,在不计体力的情况下,均质各向同性的饱和多孔弹性地基的热-流-固耦合运动控制方程为

$$Gu_{i,jj} + (\lambda + G)u_{j,ij} - \beta_1\theta_i - p_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (1)$$

式中:  $\lambda$ 、 $G$  为饱和土体的 Lamé 常数;  $\rho$  为土体密度;  $u_i$  为位移分量;  $\beta_1 = (3\lambda + 2G)a_s$  为饱和地基热模量,其中  $a_s$  为土骨架的线性热膨胀系数;  $\theta = T - T_0$  为温度增量;  $T_0$  为地基初始温度,  $T$  为绝对温度;  $p$  为超孔隙水压力。

利用 Fourier 热传导定律,考虑热松弛效应的广义能量方程为

$$m\left(\frac{\partial}{\partial t} + \tau \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\theta + \beta_1 T_0 \left(\frac{\partial}{\partial t} + \tau \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)e = K\theta_{,ii} \quad (2)$$

式中:  $m = n_0\rho_w c_w + (1 - n_0)\rho_s c_s$ ;  $c_w$  和  $c_s$  分别为孔隙流体和土骨架的热容;  $\rho_w$  和  $\rho_s$  分别为孔隙流体和土骨架的密度;  $n_0$  为孔隙率;  $K$  为热传导系数;  $e$  为土体的体积应变;  $\tau$  为热松弛时间。

根据 Darcy 定律和渗流连续条件,流体的平衡方程可写成

$$b\left(\alpha_u \frac{\partial \theta}{\partial t} - \frac{\partial e}{\partial t}\right) + \rho_w \frac{\partial^2 e}{\partial t^2} + p_{,ii} = 0 \quad (3)$$

式中:  $b = \rho_w g / k_d$ ,  $k_d$  为流体的动力渗透系数;  $\alpha_u = n_0\alpha_w + (1 - n_0)\alpha_s$ ,  $\alpha_w$  为流体的线性热膨胀系数。

对于一般土动力学问题,在频率不高的条件下可忽略流相的惯性,因此可由 Biot 波动方程得到热-流-固耦合地基土体的应力-应变关系为

$$\sigma_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + (\lambda e - \beta_1\theta - p)\delta_{ij} \quad (4)$$

式中:  $\sigma_{ij}$  为应力分量张量,而  $\varepsilon_{ij}$  为应变张量分量,可由下式得到

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (5)$$

式中:  $u_i = (u, v, w)$  为位移分量。

## 3 方程的求解

分析中采用笛卡尔坐标系  $(x, y, z)$ , 原点在  $z = 0$  平面上。考虑平面问题,并假设均质各向同性、饱和多孔弹性半空间地基位于  $z > 0$  区域。半空间地基的初始绝对温度为  $T_0$ 。

对于一般的二维问题,则有

$$\vec{u} = (u, 0, w) \quad (6)$$

问题的初始及部分边界条件可以写成如下形式

$$\left. \begin{aligned} u(x, z, 0) = 0 &= \frac{\partial u}{\partial t}(x, z, 0) \\ w(x, z, 0) = 0 &= \frac{\partial w}{\partial t}(x, z, 0) \\ \theta(x, z, 0) = 0 &= \frac{\partial \theta}{\partial t}(x, z, 0) \\ p(x, z, 0) = 0 &= \frac{\partial p}{\partial t}(x, z, 0) \\ &for, z \geq 0, -\infty < x < \infty \\ u(x, z, t) = w(x, z, t) = \theta(x, z, t) = p(x, z, t) &= 0 \\ &for, t > 0, z \rightarrow \infty \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

假设地基表面作用的荷载为简谐变化,则各分量也可写成如下形式:

$$(u, w, \theta, p)(x, z, t) = (u, w, \theta, p)(x, z)e^{i\omega t} \quad (8)$$

式中:  $\omega$  为荷载的圆频率。

为了便于分析,本文引用如下无量纲量对控制方程进行简化:

$$x^* = V\eta x, \quad z^* = V\eta z, \quad u^* = V\eta u, \quad w^* = V\eta w, \\ i^* = V^2\eta t, \quad \tau^* = V^2\eta \tau, \quad \theta^* = \frac{\beta_1\theta}{\lambda + 2G}, \quad p^* = \frac{p}{\lambda + 2G},$$

$$\sigma_{ij}^* = \frac{\sigma_{ij}}{\lambda + 2G}$$

$$\text{其中: } \eta = \frac{m}{K}, \quad V = \sqrt{\frac{\lambda + 2G}{\rho}}.$$

利用上述无量纲变量对控制方程 (1) ~ (4) 进行简化, 注意到  $u_{i,i} = e$ , 则控制方程可写成下述无量纲形式 (星号省略)

$$\nabla^2 e - \nabla^2 p - \nabla^2 \theta = \frac{\partial^2 e}{\partial t^2} \quad (9)$$

$$\nabla^2 \theta = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \tau \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\theta + \varphi_0 \left(\frac{\partial}{\partial t} + \tau \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)e \quad (10)$$

$$\nabla^2 p = \varphi_1 \frac{\partial e}{\partial t} + \varphi_2 \frac{\partial \theta}{\partial t} + \varphi_3 \frac{\partial^2 e}{\partial t^2} \quad (11)$$

$$\sigma_{ij} = (\varphi_4 e - \theta - p)\delta_{ij} + \varphi_5 \varepsilon_{ij} \quad (12)$$

$$\text{其中: } \varphi_0 = \frac{T_0\beta_1^2}{m(\lambda + 2G)}, \quad \varphi_1 = \frac{b}{\eta(\lambda + 2G)}, \quad \varphi_2 = -\frac{ba_w}{\eta\beta_1}, \\ \varphi_3 = \frac{\rho_w}{\rho}, \quad \varphi_4 = \frac{\lambda}{(\lambda + 2G)}, \quad \varphi_5 = \frac{2G}{(\lambda + 2G)}.$$

利用式 (8) ~ (11) 可改写成如下形式

$$\nabla^2 e + \omega^2 e - \nabla^2 p - \nabla^2 \theta = 0 \quad (13)$$

$$\nabla^2 \theta - (i\omega - \tau\omega^2)\theta - \varphi_0(i\omega - \tau\omega^2)e = 0 \quad (14)$$

$$\nabla^2 p + (\varphi_3\omega^2 - i\varphi_1\omega)e - i\varphi_2\omega\theta = 0 \quad (15)$$

对式 (13) ~ (15) 进行 Fourier 变换并消去体积变量  $e$  和孔隙水压力变量  $p$ , 得到只含温度增量  $\theta$  的方程为

$$(\bar{\nabla}^4 + k_1\bar{\nabla}^2 + k_2)\bar{\theta} = 0 \quad (16)$$

$$\text{其中: } \bar{\nabla}^2 = -\beta^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

$$k_1 = (1 + \varphi_3)\omega^2 - i\varphi_1\omega - (1 + \varphi_0)(i\omega - \tau\omega^2), \\ k_2 = -(i\omega - \tau\omega^2)[(1 + \varphi_3)\omega^2 - i\varphi_1\omega + i\varphi_0\varphi_2\omega]$$

式 (16) 可以被特征化为

$$(\bar{\nabla}^2 - \gamma_1^2)(\bar{\nabla}^2 - \gamma_2^2)\bar{\theta} = 0 \quad (17)$$

其中:  $\gamma_1$  和  $\gamma_2$  是上述特征方程的根, 即

$$\gamma_{1,2}^2 = (-k_1 \pm \sqrt{k_1^2 - 4k_2})/2 \quad (18)$$

考虑到地基的半无限特性, 式 (18) 的解可写成如下形式:

$$\bar{\theta}(\beta, z) = A_1 e^{-\nu_1 z} + A_2 e^{-\nu_2 z} \quad (19)$$

其中:  $\nu_i = \sqrt{\beta^2 + \gamma_i^2}$  ( $i=1,2$ ),  $A_1$  和  $A_2$  为待定常数。

对式 (14) 进行 Fourier 变换, 同时将式 (19) 带入其中, 可以得到体积应变在变换域中的解答

$$\bar{e}(\beta, z) = a_1 A_1 e^{-\nu_1 z} + a_2 A_2 e^{-\nu_2 z} \quad (20)$$

$$\text{其中: } a_\chi = \frac{\nu_\chi^2 - (\beta^2 + i\omega - \tau\omega^2)}{\varphi_0(i\omega - \tau\omega^2)} \quad (\chi=1,2).$$

利用同样的方法, 对式 (15) 进行 Fourier 变换, 同时将式 (19) 和式 (20) 带入其中, 可以得到孔隙水压力在变换域中的表达式:

$$\bar{p}(\beta, z) = b_1 A_1 e^{-\nu_1 z} + b_2 A_2 e^{-\nu_2 z} + A_3 e^{-|\beta|z} \quad (21)$$

式中:  $b_\chi = \frac{i\omega\varphi_2 - a_\chi(\omega^2\varphi_3 - i\omega\varphi_1)}{\nu_\chi^2 - \beta^2}$  ( $\chi=1,2$ ),  $A_3$  为待定常数。

对热-流-固耦合地基的运动控制方程式 (1) 进行同样的无量纲处理, 在  $z$  方向有

$$\frac{\varphi_5}{2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) + \frac{1 + \varphi_4}{2} \frac{\partial e}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (22)$$

对上式进行 Fourier 变换, 并联立式 (19)~(21) 则可得到变换域中竖向位移的表达式:

$$\bar{w}(\beta, z) = c_1 A_1 e^{-\nu_1 z} + c_2 A_2 e^{-\nu_2 z} + c_3 A_3 e^{-|\beta|z} + A_4 e^{-\nu_3 z} \quad (23)$$

$$\text{其中 } c_\chi = \frac{[(1 + \varphi_4)a_\chi - 2b_\chi - 2]\nu_\chi}{\varphi_5(\nu_\chi^2 - \nu_3^2)} \quad (\chi=1,2), \quad c_3 = -\frac{|\beta|}{\omega^2}, \quad \nu_3^2 = \beta^2 - \frac{2\omega^2}{\varphi_5}, \quad A_4 \text{ 为待定常数.}$$

对于二维问题, 体积应变和位移分量在 Fourier 变换域中有如下关系:

$$i\beta\bar{u}(\beta, z) + \frac{\partial\bar{w}(\beta, z)}{\partial z} = \bar{e}(\beta, z) \quad (24)$$

结合式 (20)、式 (23) 和式 (24) 即可得到纵向位移在 Fourier 变换域中的解为

$$i\beta\bar{u}(\beta, z) = (a_1 + c_1\nu_1)A_1 e^{-\nu_1 z} + (a_2 + c_2\nu_2)A_2 e^{-\nu_2 z} + c_3|\beta|A_3 e^{-|\beta|z} + \nu_3 A_4 e^{-\nu_3 z} \quad (25)$$

用同样的方法, 可得到地基竖向正应力  $\bar{\sigma}_z(\beta, z)$  和剪应力  $\bar{\tau}_{xz}(\beta, z)$  的解:

$$\bar{\sigma}_z(\beta, z) = d_1 A_1 e^{-\nu_1 z} + d_2 A_2 e^{-\nu_2 z} + d_3 A_3 e^{-|\beta|z} + d_4 A_4 e^{-\nu_3 z} \quad (26)$$

$$2i\beta\bar{\tau}_{xz}(\beta, z) = e_1 A_1 e^{-\nu_1 z} + e_2 A_2 e^{-\nu_2 z} + e_3 A_3 e^{-|\beta|z} + e_4 A_4 e^{-\nu_3 z} \quad (27)$$

其中:  $d_\chi = \varphi_4 a_\chi - b_\chi - \varphi_3 \nu_\chi c_\chi - 1$  ( $\chi=1,2$ ),  
 $d_3 = -\varphi_5 |\beta| c_3 - 1$ ,  $d_4 = -\varphi_5 \nu_3$ ,  
 $e_\chi = \varphi_5 [(a_\chi + c_\chi \nu_\chi) \nu_\chi + c_\chi \beta^2]$  ( $\chi=1,2$ ),  
 $e_3 = 2\varphi_5 c_3 \beta^2$ ,  $e_4 = \varphi_5 (\nu_3^2 + \beta^2)$ .

假设饱和多孔弹性半空间表面作用的线源竖向力荷载和热荷载的大小分别为  $q$  和  $Q$ , 宽度都为  $2l$  且按照简谐规律变化, 同时假设地基表面透水。则待定常数  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$  和  $A_4$  可由如下边界条件确定

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z(x, z, t) &= -q\psi(x)e^{i\omega t}, p=0 \\ \tau_{xz}(x, y, t) &= 0, \theta = Q\psi(x)e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

式中:  $\psi(x)$  为荷载沿  $x$  方向的分布函数。如果令  $\psi(x) = \delta(x)$ , 则可得到相应的位移、应力分量的 Green 函数, 同时也可得到热-流-固耦合地基在集中荷载作用下的情况。本文以线荷载为例, 则  $\psi(x)$  有如下形式:

$$\psi(x) = \begin{cases} \frac{1}{2l} & \text{如果, } |x| \leq l \\ 0 & \text{如果, } |x| > l \end{cases} \quad (29)$$

对式 (29) 进行无量纲处理, 同时进行 Fourier 变换, 则可得到:

$$\bar{\psi}(\beta) = \frac{V\eta \sin[\beta l / (V\eta)]}{\beta l}, \beta \neq 0 \quad (30)$$

将式 (30) 带入边界条件式 (28) 中, 然后进行 Fourier 变换, 并结合方程式 (19)、(21)、(26) 和 (27), 可得到如下线性方程组:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ b_1 & b_2 & 1 & 0 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q\bar{\psi}(\beta) \\ 0 \\ -q\bar{\psi}(\beta) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (31)$$

对方程组 (31) 进行求解, 可得到待定常数  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$  和  $A_4$ 。然后对变换域中的各分量表达式进行 Fourier 逆变换, 则可得到热-流-固耦合地基的应力分量、位移分量、孔隙水压力及温度分布的积分形式解答。本文主要对温度分布、孔压、竖向位移和竖向应力进行分析, 其表达式如下:

$$\theta(x, z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [(A_1 e^{-\nu_1 z} + A_2 e^{-\nu_2 z}) e^{i\omega t}] e^{i\beta x} d\beta \quad (32)$$

$$p(x, z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [(b_1 A_1 e^{-\nu_1 z} + b_2 A_2 e^{-\nu_2 z} + A_3 e^{-|\beta|z}) e^{i\omega t}] e^{i\beta x} d\beta \quad (33)$$

$$w(x, z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [(c_1 A_1 e^{-\nu_1 z} + c_2 A_2 e^{-\nu_2 z} + c_3 A_3 e^{-|\beta|z} + A_4 e^{-\nu_3 z}) e^{i\omega t}] e^{i\beta x} d\beta \quad (34)$$

$$\sigma_z(x, z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [(d_1 A_1 e^{-\nu_1 z} + d_2 A_2 e^{-\nu_2 z} + d_3 A_3 e^{-|\beta|z} + d_4 A_4 e^{-\nu_3 z}) e^{i\omega t}] e^{i\beta x} d\beta \quad (35)$$

## 4 数值积分方法

通过上述分析得到了饱和多孔弹性地基表面作用简谐荷载时的热-流-固耦合动力响应解答, 即式 (32) ~ (35)。注意到, 所有表达式都是无穷积分的形式, 被积函数可能存在奇异性和振荡性。事实上, 对于本文的问题, 当荷载振动的频率  $\omega \neq 0$  时, 被积函数是复值的, 此时可直接沿着  $\beta$  轴进行数值积分, 同时本文利用自适应数值积分算法解决振荡性问题, 最终得到数值解。

计算过程中, 注意到 (32) ~ (35) 式可以写成如下形式:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x, z, \beta) e^{i\beta x} d\beta = \int_{-\infty}^{\infty} [f_e(x, z, \beta) + i f_o(x, z, \beta)] \cdot [\cos(\beta x) + i \sin(\beta x)] d\beta \quad (36)$$

其中:  $f_e(x, z, \beta)$  和  $f_o(x, z, \beta)$  分别为被积函数  $f(x, z, \beta)$  的偶数部分和奇数部分, 式 (36) 又可写成

$$2 \int_0^{\infty} [f_e(x, z, \beta) \cos(\beta x) - f_o(x, z, \beta) \sin(\beta x)] d\beta \quad (37)$$

在计算式 (37) 中的无穷积分时, 采用如下积分技巧<sup>[16-17]</sup>, 即

$$\int_0^{\infty} F(x, z, \beta) d\beta = \int_0^{N_0} F(x, z, \beta) d\beta + \int_{N_0}^{N_1} F(x, z, \beta) d\beta + \dots + \int_{N_n}^{N_{n+1}} F(x, z, \beta) d\beta \quad (38)$$

当满足条件:  $\left| \int_{N_n}^{N_{n+1}} F(x, z, \beta) d\beta \right| < \varepsilon_0$  时, 积分自动停止。其中,  $\varepsilon_0$  为指定的精度控制值。

## 5 数值结果及讨论

根据上述数值积分方法编制程序, 取地基初始温度为  $T_0 = 293K$ , 热松弛时间  $\tau = 0.02$ , 其他物理力学参数取值同文献[13], 如表 1 所示。计算过程中, 定义温度分布、位移分量、超孔隙水压力和应力分量的幅值为  $f = \sqrt{[\text{Re}(f)]^2 + [\text{Im}(f)]^2}$ 。为了验证本文结果的正确性以及分析按热-流-固耦合模型 (THM)、饱和多孔弹性模型 (HM) 和热弹性模型

(TM)计算结果的差异,可令地基土体孔隙率  $n=0$  和流体密度  $\rho_w=0$ , 即不考虑渗流作用, 则热-流-固耦合模型可以退化为热弹性模型。在计算热弹性模型时, 热弹性土体的密度取  $\rho=1.96 \text{ g/cm}^3$ , 土体比热取为  $c=2\ 080 \text{ J/(kg}\cdot^\circ\text{C)}$ , 其他参数同表 1。如果不考虑热传导作用, 则可得到相应的饱和和多孔弹性解, 公式推导过程采用同样的无量纲处理方法, 结果从略。计算时, 无量纲深度取为  $z=1.0$ , 无量纲时间为  $t=0.5$  及无量纲水平方向的计算范围为  $0 \leq x \leq 20$ 。

表 1 计算参数<sup>[13]</sup>

Table 1 Computational parameters

计算参数	数值
剪切模量 $G/\text{Pa}$	$2.31 \times 10^5$
拉梅常数 $\lambda/\text{Pa}$	$3.46 \times 10^5$
土骨架热膨胀系数 $a_s/^\circ\text{C}^{-1}$	$1.50 \times 10^{-5}$
孔隙水热膨胀系数 $a_w/^\circ\text{C}^{-1}$	$2.00 \times 10^{-4}$
土骨架热容 $c_s/(\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot^\circ\text{C}^{-1})$	800
孔隙水热容 $c_w/(\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot^\circ\text{C}^{-1})$	4 000
土骨架密度 $\rho_s/(\text{kg}/\text{m}^3)$	2 600
孔隙水密度 $\rho_w/(\text{kg}/\text{m}^3)$	1 000
孔隙率 $n_0$	0.4
热传导系数 $K/(\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot^\circ\text{C}^{-1})$	0.5
动力渗透系数 $k_d/(\text{m}/\text{s})$	$1.00 \times 10^{-8}$

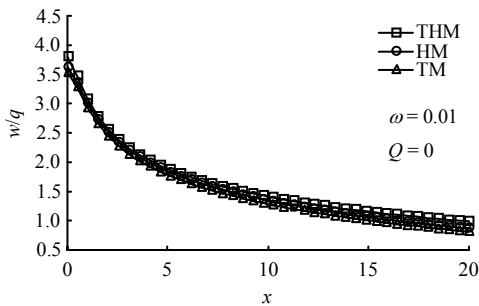


图 1 THM, HM 和 TM 竖向位移的比较  
Fig.1 Curves of vertical displacement for model of THM, HM and TM

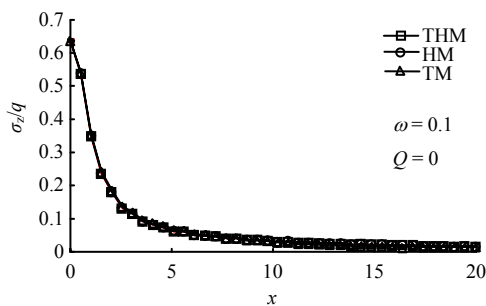


图 2 THM, HM 和 TM 竖向应力的比较  
Fig.2 Curves of vertical stress for model of THM, HM and TM

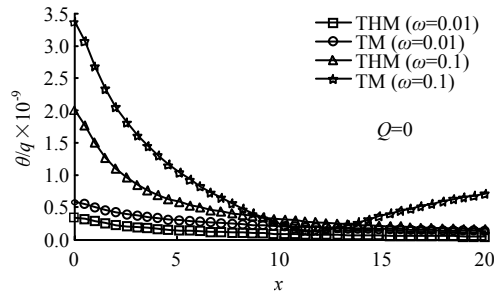


图 3 THM 和 TM 温度分布的比较  
Fig.3 Curves of temperature distribution for THM and TM

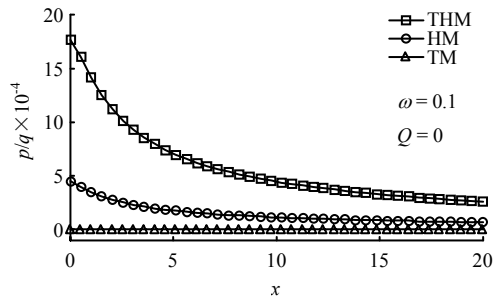


图 4 水平方向 THM, HM 和 TM 超孔隙水压力的比较  
Fig.4 Curves of excess pore water pressure along x for model of THM, HM and TM

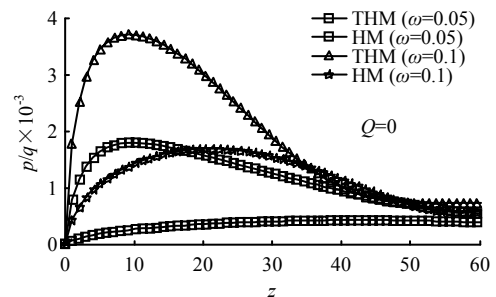


图 5 深度方向 THM 和 HM 超孔隙水压力的比较  
Fig.5 Curves of excess pore water pressure along z for model of THM and HM

图 1~5 给出了不考虑热源输入时, 按热-流-固耦合理论、饱和和多孔弹性理论和热弹性理论的计算结果。

图 1 为不考虑热源输入时 ( $Q=0$ ), 分别按 THM, HM 和 TM 3 种理论计算得到的无量纲竖向位移沿水平方向的变化曲线。从图中可以看出, 当无量纲频率为  $\omega=0.01$  时, 采用 THM 理论计算的结果较 HM 和 TM 理论结果大。在不考虑流相条件下, TM 理论计算得到的竖向位移结果是 3 种理论中最小的。但按 3 种理论计算得到的竖向位移的变化趋势相同。图 2 给出了频率为  $\omega=0.1$  时, 按 3 种理论计算得到的无量纲竖向应力沿水平方向的变化曲线。由图可见, 不考虑热源输入条件下, 3 种理论

计算得到的结果相当一致。比较图 1 和图 2 可以发现，竖向应力沿水平方向的衰减速度较竖向位移情况快，这与大多数学者对饱和多孔地基或弹性地基的研究结果是相似的。因此，一方面可以证明图 1 和图 2 中的结果是合理的，而本文对热-流-固耦合地基的动力响应计算是正确的；另一方面也说明不考虑热源输入时可以用 HM 理论或 TM 理论来近似代替 THM 理论，但不准确。

热-流-固耦合理论 (THM) 和热弹性理论 (TM) 下的温度分布规律如图 3 所示，文中计算了无量纲频率分别为  $\omega = 0.01$  和  $\omega = 0.1$  时的情况。从图中可以看出，与 THM 理论相比，采用 TM 理论计算的相应结果较大。且当荷载的频率相对较高时，两种理论的差别更为显著。此时，采用 TM 理论计算的温度在水平方向的分布曲线开始出现振荡现象。图 3 表明，荷载的频率对热-流-固耦合理论和热弹性理论下的温度分布规律有较大的影响。同时可以看出，在不同的理论模型条件下， $\theta/q$  值都很小，为  $10^{-9}$  数量级。

在对饱和多孔弹性介质的动力响应进行分析时，超孔隙水压力响应十分重要。图 4、5 分别给出了不考虑热源输入情况下，超孔隙水压力沿水平和深度方向的衰减规律。由图 4 可以看出，在水平方向上，按 3 种理论计算的结果有很大差别。由于 TM 理论不考虑流相的作用，因此，其超孔隙水压力值恒为 0。无量纲超孔隙水压力按 THM 理论计算的结果较 HM 理论结果大，且在荷载附近，THM 理论下的超孔隙水压力曲线沿水平方向的衰减速度较 HM 情况快。在深度方向上，图 5 给出了无量纲频率分别为  $\omega = 0.05$  和  $\omega = 0.1$  时的计算结果。从图中可以看出，由于本文假设地基表面  $z = 0$  为透水边界条件，因此，地基表面的超孔隙水压力值为 0。对于 HM 理论而言，当荷载频率较小时，超孔隙水压力曲线没有出现明显的峰值。当荷载频率相对较高时，超孔隙水压力曲线随深度的增加先增大后减小。在相同频率条件下，按 THM 理论计算的结果明显大于 HM 情况，且 THM 理论的超孔隙水压力曲线在无量纲深度  $z = 10$  附近出现峰值。由图 4、5 可知，在分析饱和多孔弹性地基的超孔隙水压力响应时，考虑温度耦合项的影响十分重要。特别是在荷载振动频率较高时，温度效应对地基的影响更不能忽略。

由于现有研究对热源荷载作用下的饱和多孔弹性介质的动力响应结果分析较少，图 6、7 给出了仅考虑热源荷载作用 ( $q = 0$ ) 时，分别按 THM, HM 和 TM 理论计算得到的竖向位移随无量纲水平距离

的衰减曲线。由图 6 可以看出，荷载频率为  $\omega = 0.01$  时，采用 HM 和 TM 理论计算得到的竖向位移曲线几乎重合，而按 THM 理论计算的结果较 HM 和 TM 情况大。而当荷载频率为  $\omega = 0.05$  时，按 HM 和 TM 理论的计算结果不再相等，HM 理论下的竖向位移略大于 TM 理论情况，但二者都明显小于按 THM 理论计算的结果。这与不考虑热源荷载作用下的情况 (图 1) 是相似的。可见，热源荷载的冲击频率对 3 种理论的计算结果有一定的影响。

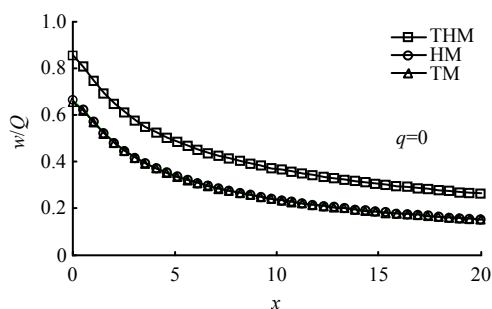


图 6  $\omega = 0.01$  时 THM, HM 和 TM 竖向位移的比较  
Fig.6 Curves of vertical displacement for model of THM, HM and TM when  $\omega = 0.01$

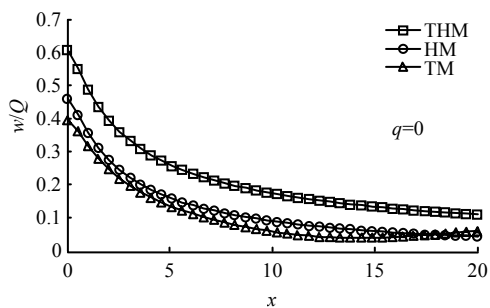


图 7  $\omega = 0.05$  时 THM, HM 和 TM 竖向位移的比较  
Fig.7 Curves of vertical displacement for model of THM, HM and TM when  $\omega = 0.05$

为了更深入地了解热源荷载的冲击频率对热流固耦合地基动力响应的影响，图 8~11 进一步给出了不同热源冲击频率下热-流-固耦合地基的竖向应力、竖向位移、温度分布以及超孔隙水压力沿水平方向的衰减曲线。图中分别计算了  $\omega = 0.05$ ， $\omega = 0.10$  和  $\omega = 0.20$  3 种情况。从图可以看出，竖向应力和超孔隙水压力随着热荷载频率的增加显著增大。在荷载附近，热荷载频率越高，竖向应力和超孔隙水压力曲线沿水平方向衰减越迅速。这与文献 [12-13] 的研究结果是一致的。由图 9、10 可知，热-流-固耦合地基的竖向位移和温度分布随着热荷载频率的增加而减小，这与频率对竖向应力和超孔

隙水压力的影响规律恰恰相反。相比温度分布而言，热荷载冲击频率对热-流-固耦合半空间地基的竖向应力、竖向位移及孔隙水压力的影响更为显著。

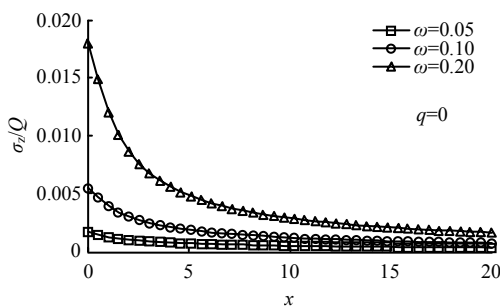


图 8 不同热荷载频率对竖向应力的影响  
Fig.8 Effects of heat shock frequency on vertical stress

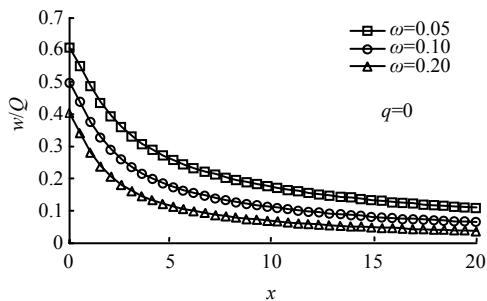


图 9 不同热荷载频率对竖向位移的影响  
Fig.9 Effects of heat shock frequency on vertical displacement

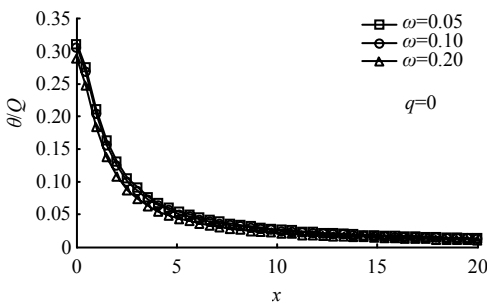


图 10 不同热荷载频率对温度分布的影响  
Fig.10 Effects of heat shock frequency on temperature distribution

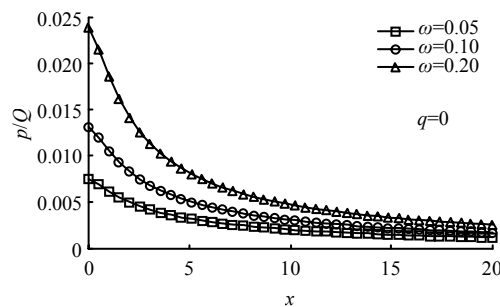


图 11 不同热荷载频率对超孔隙水压力的影响  
Fig.11 Effects of heat shock frequency on excess pore water pressure

## 6 结 论

经过本文的分析，可得以下结论：

(1) 不考虑热源输入条件下，采用 THM，HM 和 TM 模型理论计算得到的竖向应力响应几乎没有差别，而 3 种理论的竖向位移响应结果差别很小，且变化趋势是一致的。这一方面可以证明本文的结果是正确的；另一方面也说明在分析热-流-固耦合地基的应力和位移响应时，可以用 HM 理论或 TM 理论来近似代替 THM 理论，但不准确。

(2) 不考虑热源输入时，采用 THM 模型理论计算得到的温度分布较 TM 模型理论情况小。在荷载频率较低时 ( $\omega = 0.01$ )，按两种理论计算得到的温度分布曲线很相似；而在荷载频率相对较高时 ( $\omega = 0.10$ )，两种理论的计算结果差别较大。对竖向位移而言，利用 THM 模型计算的结果明显大于 HM 和 TM 模型情况。在低频时，HM 和 TM 模型理论计算结果基本相同；而在高频时，两种理论的计算结果在数值上有一定差别。

(3) 对孔隙水压力而言，采用 THM 模型理论和 HM 模型理论计算的结果有较大不同。THM 理论的超孔隙水压力峰值明显大于 HM 理论，且前者峰值出现的位置在无量纲深度  $z = 10$  附近，而后的峰值出现的位置滞后于前者。可见，在分析饱和和多孔弹性地基的超孔隙水压力响应时，考虑温度耦合项的影响十分重要。特别是在荷载振动频率较高时，温度效应对地基的影响更不能忽略。

(4) 在热冲击荷载作用下，热-流-固耦合地基的竖向应力、竖向位移和超孔隙水压力受热冲击荷载的频率的影响很大，相比之下，冲击频率对地基中温度分布的影响较小。随着热冲击荷载频率的增加，半空间地基内的竖向应力、和超孔隙水压力随之增大，而竖向位移响应和温度分布却随之减小。

## 参 考 文 献

- [1] BIOT M. Thermoelasticity and irreversible thermodynamics[J]. *Journal of Applied Physics*, 1956, 27: 240—253.
- [2] LORD H, SHULMAN Y. A generalized thermodynamical theory of thermoelasticity[J]. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 1967, 15: 299—309.
- [3] IGNACZAK J. A note on uniqueness in thermoelasticity with one relaxation time[J]. *Journal of Thermal Stresses*, 1982, 5: 257—263.
- [4] SHERIEF H. On uniqueness and stability in generalized thermoelasticity[J]. *Quarterly of Applied Mathematics*,



- 1987, 45: 773—778.
- [5] SHERIEF H, HAMZA F. Generalized thermoelastic problem of a thick plate under axisymmetric temperature distribution[J]. **Journal of Thermal Stresses**, 1994, 17: 435—453.
- [6] SHERIEF H, HAMZA F. Generalized two dimensional thermoelastic problems in spherical regions under axisymmetric distributions[J]. **Journal of Thermal Stresses**, 1996, 19: 55—76.
- [7] SINGH B. Reflection of P and SV waves from free surface of an elastic solid with generalized thermo-diffusion[J]. **Journal of Earth System Sciences**, 2005, 114(2): 159—168.
- [8] RAM P, SHARMA N, KUMAR R. Thermomechanical response of generalized thermoelastic diffusion with one relaxation time due to time harmonic sources[J]. **International Journal of Thermal Sciences**, 2008, 47: 315—323.
- [9] BOOKER J R, SAVVIDOU C. Consolidation around a spherical heat source[J]. **International Journal of Solids Structures**, 1984, 20(5): 1079—1090.
- [10] SAVVIDOU C, BOOKER J R. Consolidation around a heat source buried deep in a porous thermoelastic medium with anisotropic flow properties[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 1989, 13: 75—90.
- [11] CHENG A H D, DETOURNAY E. A direct boundary element method for plane strain poroelasticity[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 1988, 12(19): 551—522.
- [12] BLOND E, SCHMITT N, HILD F. Response of saturated porous media to cyclic thermal loading[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2003, 27(11): 883—904.
- [13] BAI B. Fluctuation responses of saturated porous media subjected to cyclic thermal loading[J]. **Computers and Geotechnics**, 2006, 33: 396—403.
- [14] SINGHA J, TOMAR S K. Reflection and transmission of transverse waves at a plane interface between two different porous elastic solid half-space[J]. **Applied Mathematics and Computation**, 2006, 176: 364—378.
- [15] 刘干斌, 姚海林, 杨洋, 等. 考虑热-水-力耦合效应多孔弹性地基的动力响应[J]. **岩土力学**, 2007, 28(9): 1784—1790.  
LIU Gan-bin, YAO Hai-lin, YANG Yang, et al. Coupling thermo-hydro-mechanical dynamic response of a porous elastic medium[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2007, 28(9): 1784—1790.
- [16] YUE Z Q, SELVADURAI A P S. On the mechanics of a rigid disc inclusion embedded in a fluid saturated poroelastic medium[J]. **International Journal of Engineering Science**, 1995, 33(11): 1633—1662.
- [17] YUE Z Q, SELVADURAI A P S. Contact problem for saturated poroelastic solid[J]. **Journal of Engineering Mechanics, ASCE**, 1995, 121(4): 502—512.

---

上接第 2288 页

- [13] 赵尚毅, 郑颖人, 张玉芳. 极限分析有限元法讲座——II 有限元强度折减法中边坡失稳的判据讨论[J]. **岩土力学**, 2005, 26(2): 332—336.  
ZHAO Shang-yi, ZHENG Ying-ren, ZHANG Yu-fang. Study on slope failure criterion in strength reduction finite element method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(2): 332—336.
- [14] 宋二祥. 土工结构安全系数的有限元计算[J]. **岩土工程学报**, 1997, 19(2): 1—7.  
SONG Er-xiang. Finite elements analysis of safety factor for soil structures[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1997, 19(2): 1—7.
- [15] CHENG Y M, LANSIVAARA T, WEI W B. Two-dimensional slope stability analysis by limit equilibrium and strength reduction methods[J]. **Computers and Geotechnics**, 2007, 34(1): 137—150.
- [16] MANZARI M T, NOUR M A. Significance of soil dilatancy in slope stability analysis[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2000, 126(1): 75—80.