

# 循环荷载下饱和软黏土的动骨干曲线模型研究

张 勇<sup>1,2</sup>, 孔令伟<sup>2</sup>, 李雄威<sup>2</sup>

(1. 浙江工业大学 建筑工程学院, 杭州 310032; 2. 中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 武汉 430071)

**摘 要:** 通过饱和软黏土室内不排水动三轴试验, 研究了循环周次和动应力幅值对土体动力特性的影响。结果表明, 在循环荷载作用下, 随着循环周次的增加, 土体均存在不同程度的刚度软化现象。根据动应力幅值大小的不同, 循环荷载作用下饱和软黏土的动应变发展形态可分为 3 种类型: 稳定型、破坏型和临界型。根据动应力-应变关系曲线特点, 提出了含动应力幅值、固结围压和循环周次等影响因素的动骨干曲线模型。该模型所得的拟合值与试验值比较吻合。与传统骨干曲线模型相比, 该模型能够体现土体在循环荷载作用下的刚度软化特性, 更加切合实际。

**关 键 词:** 软土; 循环荷载; 动三轴试验; 动应力; 动应变; 骨干曲线

中图分类号: TU 411

文献标识码: A

## Dynamic backbone curve model of saturated soft clay under cyclic loading

ZHANG Yong<sup>1,2</sup>, KONG Ling-wei<sup>2</sup>, LI Xiong-wei<sup>2</sup>

(1. College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310032, China; 2. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China)

**Abstract:** To investigate the influence factors of the soil dynamic properties under cyclic loading, a series of undrained dynamic triaxial tests are conducted at different cyclic stress levels, cycle numbers and confining pressures. The test results show that while being subjected to cyclic loading, the soil's stiffness softening occurs more or less when the cycle number increase. There are three types of double amplitude strain of saturated soft clay under cyclic loading with different dynamic stress levels, such as stable type, destructive type and critical type. A new backbone curve model concerning cycle number, confining pressure, and cyclic stress level, is constructed to consider the stiffness softening feature of remoulded soil subjected to cyclic loading. Compared with the traditional backbone curve model, the simulative results computed from the dynamic backbone curve model, which can reflect the phenomenon of stiffness softening feature of soil, agree well with the experimental data.

**Key words:** soft clay; cyclic loading; dynamic triaxial test; dynamic stress; dynamic strain; backbone curve

## 1 引 言

软黏土在我国的沿海、沿江地区有广泛分布, 与许多机场跑道、城市道路和地铁等大型工程的建设关系紧密。目前, 随着我国经济建设的发展, 交通运输量大增加, 交通循环荷载所引起的地基沉降破坏已日益突出<sup>[1]</sup>。因此, 路基工程中的软黏土动力特性研究, 具有非常重要的现实意义。

软黏土动力特性的影响因素有很多, 最主要的有动应力幅值的大小、振动频率、固结比、静偏应力、循环周次以及土体本身的结构性等<sup>[2]</sup>。在这方面, 国内外学者已开展了较为丰富的研究。

但长期以来, 土动力特性的研究多集中于地震

荷载的影响。而对于作用时间相对较长、有一定作用周期的循环荷载所引起的土体动力特性研究则相对较少。Yasuhara 等<sup>[3]</sup>和 Matsui 等<sup>[4]</sup>对循环荷载作用后土的强度与刚度衰减等问题进行了较为深入的研究, 指出了循环周次的影响。周建等<sup>[5]</sup>对循环荷载作用下正常固结饱和软黏土的刚度软化现象进行了研究, 并建立了含动应力幅值和循环周次的土体软化模型。由此可见, 动应力幅值和循环周次是土动力特性中非常重要的影响因素。对于作用时间相对较长、有一定作用周期的循环荷载, 进行动应力幅值和循环周次等对土动力特性影响的研究, 仍十分必要。

在土动力特性中, 骨干曲线是一个重要方面,

收稿日期: 2009-08-30

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No. 40772185); 岩土力学与工程国家重点实验室重点项目(No. SKLZ0803); 浙江省教育厅(No. Y200908684)。  
第一作者简介: 张勇, 男, 1981年生, 博士, 讲师, 主要从事土动力学方面的研究。E-mail: zy\_giant@yahoo.com.cn

它可反映土动应力-动应变关系，是 Masing 类动本构模型的主要依据<sup>[6]</sup>，尤其在用有限元解决土体内的动力稳定问题时，是必不可少的。始于 20 世纪 40 年代开展研究的骨干曲线模型，大致可分为两种：一种是 Konder 双曲线模型和 Hardin-Drnevich 双曲线模型<sup>[7]</sup>；另一种是 3 参数的 Ramberg-Osgood 模型<sup>[8]</sup>。如唐益群等<sup>[9]</sup>通过动三轴试验结果，提出淤泥质软土在地铁行车荷载下的动应力-应变关系可用 Konder 双曲线模型来描述。值得一提的是，这些骨干曲线模型，基本没有考虑软黏土在循环荷载作用下，随着循环周次的增加而发生的土体刚度软化现象。徐干成等<sup>[10]</sup>对饱和砂土的动应力-应变特性进行了试验研究，并建立了骨干曲线随残余孔压增长的衰减模型。然而，这个衰减模型对饱和软黏土是否适用尚无验证。

基于以上原因，本文开展了饱和软黏土循环三轴试验研究，主要讨论固结围压、动应力幅值和循环周次等因素对软黏土动力特性的影响，并建立了考虑循环周次影响的软黏土动骨干曲线方程。

## 2 试验设备与样品制备

### 2.1 试验仪器

我国学者黄文熙较早利用动三轴仪器对土的动力特性进行了试验研究。日本学者龙岗文夫 (TATSUOKA)<sup>[11]</sup>对使用动三轴仪器开展土动力特性的试验研究成果进行了全面的总结，认为虽然动三轴仪器存在着不能模拟主应力方向旋转等局限，但与其他仪器相比，仍不失为一种有效的试验手段。目前，动三轴仪已成为国内外研究土动力特性的最主要的试验仪器。

本试验采用美国 GEOCOMP 公司研制的全自动动三轴仪 (见图 1)。该系统由液压伺服系统作为动力源，采用应力控制加载方式，在试验过程中全部由自带试验系统程序进行相关参数控制，仪器性能可靠，试验结果稳定可信。



图 1 全自动动三轴仪

Fig.1 Fully automatic dynamic triaxial apparatus

### 2.2 试样制备及试验方案

为便于制备均一性较好的试样，以消除试样本身对土动力学特性规律影响的目的，本试验采用饱和和重塑土样。具体制备过程是：按照有关土工试验规程<sup>[12]</sup>制备重塑土样，先把重塑土样制备在直径  $\phi=50$  mm、高度  $h=100$  mm 的饱和容器中，随后采用抽真空饱和法对试样进行真空抽气饱和，抽气后真空缸内压力为 2~3 kPa。真空抽气 2 h 后，缓慢放水，直至淹没土样，然后打开真空缸的阀门，释放真空。试验土样经真空抽气饱和后，其饱和度可达到 98% 以上，含水率为 57.65%，密度为 1.65 g/cm<sup>3</sup>，塑限为 32.2%，塑性指数为 36.9。

动力试验时设置的动荷载为正弦波形的循环荷载，试验方案见表 1。

表 1 动三轴试验方案  
Table 1 Dynamic triaxial test schemes

组别	围压/kPa	频率/Hz	动应力/kPa
1	50	4	5, 10, 20, 30, 35, 40
2	100	4	10, 20, 30, 40, 45, 60
3	150	4	20, 30, 40, 50, 60, 90

## 3 试验结果与分析

### 3.1 循环周次的影响

循环荷载作用下软黏土动力特性的一个重要影响因素是循环周次。由于土是由颗粒体黏聚而成的散体材料，内部有许多孔隙和微裂缝，随着动荷载循环周次的增加，微裂缝可能会不断地扩展，土体结构出现破坏，使得土的强度和刚度等力学性能下降。因此，循环周次是动三轴试验中非常重要的一个影响因素。在研究软黏土在循环荷载作用下土的动力特性时，必须考虑循环周次的影响<sup>[13]</sup>。

图 2 为饱和软黏土在循环荷载  $\sigma_3=50$  kPa、 $\sigma_d=20$  kPa 作用下，应变随循环周次影响的典型动三轴原始试验曲线。

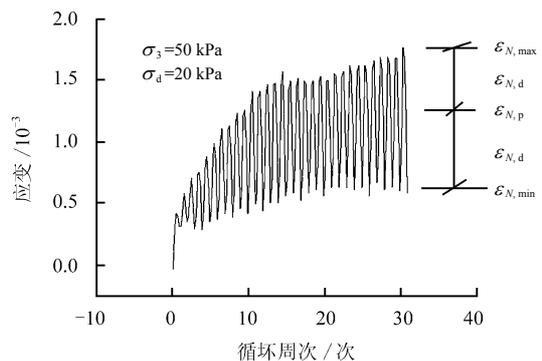


图 2 应变与循环周次曲线

Fig.2 Strain-cycle number relation curve

图 2 中,  $\varepsilon_{N,max}$  与  $\varepsilon_{N,min}$  分别为第  $N$  次振动循环过程中最大应变和最小应变;  $\varepsilon_{N,d}$  为可恢复的动弹性应变幅值, 其大小为:  $\varepsilon_{N,d}=(\varepsilon_{N,max}-\varepsilon_{N,min})/2$ ;  $2\varepsilon_{N,d}$  可称为峰-峰应变或双幅应变。通过该图可以看出, 在相同动应力幅值(试验中随循环周次增加正弦幅值不变化)作用下, 双幅应变随着循环周次的增加而逐渐增加。在加荷初期, 双幅应变的变化较快, 随着循环周次的增加, 增长速率有所减弱。

图 3 描述的是  $\sigma_1=\sigma_3=150\text{ kPa}$ 、 $\sigma_d=90\text{ kPa}$ 、 $f=4\text{ Hz}$  时, 同一循环周次内动应力-应变的典型关系曲线。

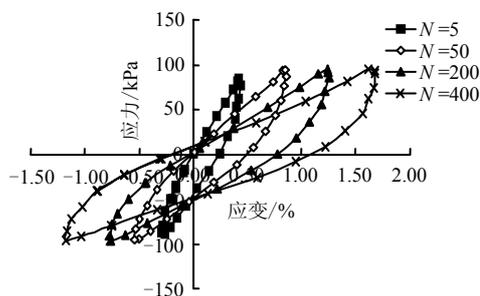


图 3 典型土动三轴应力-应变滞回关系曲线  
Fig.3 Typical hysteretic curves of soil

从该图中可以看出, 饱和软黏土的动三轴应力-应变关系曲线表现为一系列封闭的滞回圈。它表示在一个特定的动应力幅值作用下, 某一个循环周次内各时刻应力-应变之间的关系。滞回圈反映了应变对应力滞后性, 体现了土的黏性特性。

由图 3 还可得知, 在循环加荷初期, 滞回圈比较狭窄陡峭, 随着循环周次的增加, 滞回圈被逐渐拉长, 斜率逐渐减小, 它反映了土体在循环荷载作用下所产生的刚度软化性。

### 3.2 动应力幅值的影响

为了研究动应力幅值的影响, 开展了表 1 中 1~3 组的动三轴对比试验。图 4 为饱和软黏土双幅应变随振动循环周次变化的关系图(试验停止的标准是双幅应变达到 5%, 或者循环周次为 3 000 次<sup>[14]</sup>)。

由图 4 可见, 在不同幅值的循环动应力作用下, 随着循环周次的增加, 双幅应变总体呈增长的趋势。根据循环动应力幅值大小的不同, 双幅应变的发展形态可以分为以下 3 种典型情况<sup>[9, 15]</sup>, 即稳定型、破坏型和临界型。临界型曲线所对应的动应力为临界动应力。当动应力幅值大于临界动应力(如图 4 (a) 中临界动应力约为 35 kPa)时, 在有限的循环周次内, 土样就会产生振动破坏; 而在动应力幅值小于临界动应力时, 随着循环周次的增加, 双幅

应变会逐步趋于稳定。因此, 试样的双幅应变发展规律与动应力幅值大小有直接的关系。通过试验结果可得到不同围压下的临界动应力  $\sigma_{cre}$ <sup>[14]</sup>, 如图 5 所示。

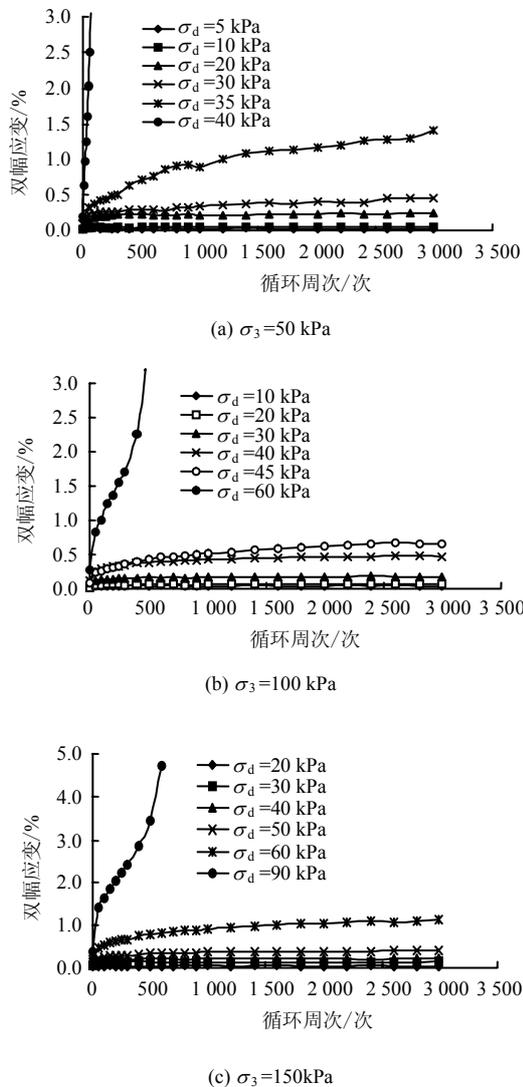


图 4 双幅应变与循环周次关系曲线  
Fig.4 Double amplitude strain-cycle number curves

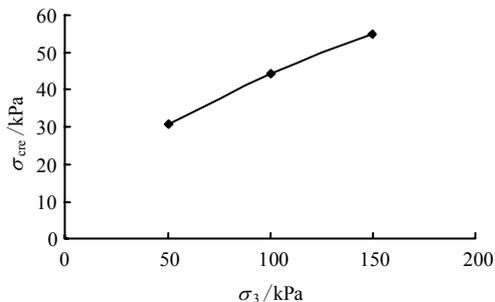


图 5 临界动应力与围压关系曲线  
Fig.5  $\sigma_{cre}-\sigma_3$  curve

双幅应变的临界动应力值  $\sigma_{cre}$  随围压  $\sigma_3$  增大而增加, 可大致用线性方程来表示:

$$\sigma_{cre} = 0.244\sigma_3 + 18.867 \quad (1)$$

式(1)的相关系数  $R^2=0.9956$ 。

在高速铁路和地铁工程等实际工程中,路基土体所承受的动荷载循环次数很大,动应力幅值应小于土体的临界动应力。为此,本文只分析稳定型试验结果。

### 4 动骨干曲线模型的建立

#### 4.1 动应力-应变关系的动骨干曲线

骨干曲线是受同一固结压力的土在不同动应力幅值作用下每一周应力-应变关系曲线顶点的连线,表示最大动应力与应变之间的关系<sup>[2]</sup>,如图6所示。图中骨干曲线的非线性,体现了土动应力-应变关系的非线性。

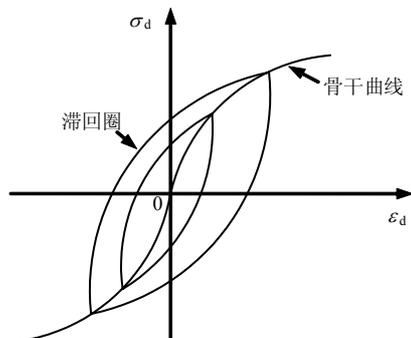


图6 土动应力-应变关系特性示意图

Fig.6 Dynamic stress-strain relation curves of soil

由于在同一动应力幅值下,随着循环周次的增加,滞回圈会被逐渐拉长,土体会发生刚度软化(如图3所示)。因此,单从刚度软化特性而言,连接不同动应力大小所对应的滞回圈顶点的土体骨干曲线方程应该要体现土体的这一特征。本文把考虑土体刚度软化特性的骨干曲线称为动骨干曲线。

通常,循环荷载作用下土体的动应力-应变关系的骨干曲线可假定为双曲线形式<sup>[2]</sup>,即

$$\sigma_d = \frac{\varepsilon_d}{a + b\varepsilon_d} \quad (2)$$

式中:  $\sigma_d$ 、 $\varepsilon_d$  分别为动应力幅值与弹性应变;  $a$ 、 $b$  均为试验参数。

动弹性模量可定义为

$$E_d = \frac{\sigma_d}{\varepsilon_d} = \frac{1}{a + b\varepsilon_d} \quad (3)$$

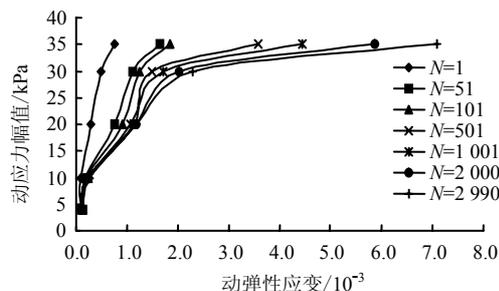
对上两式进一步分析,可知参数  $a$ 、 $b$  的物理意义为

$$\sigma_{dmax} = \lim_{\varepsilon_d \rightarrow \infty} \sigma_d = \lim_{\varepsilon_d \rightarrow \infty} \frac{1}{b + a/\varepsilon_d} = \frac{1}{b} \quad (4)$$

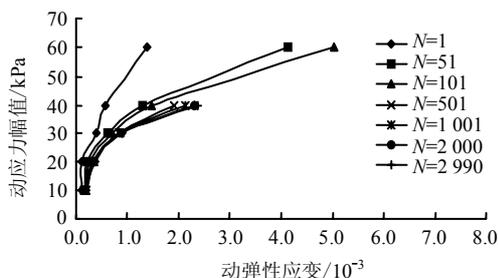
$$E_{dmax} = \lim_{\varepsilon_d \rightarrow 0} E_d = \frac{1}{a} \quad (5)$$

图7给出了各向等压固结的重塑软黏土在循环荷载作用下描述不同循环周次  $N$  所对应的动应力-应变关系的动骨干曲线。

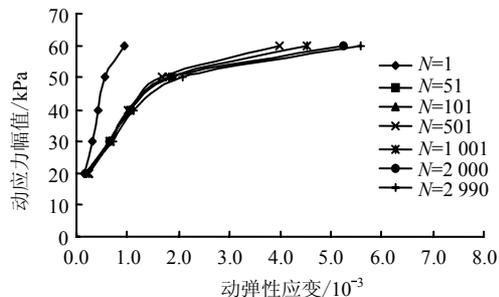
从图7中可以看出,不同循环周次下的动应力-应变骨干曲线是不相同的。在初始振动时,骨干曲线曲率较小,而随着循环周次的增加,骨干曲线曲率增大,并向右倾倒,说明骨干曲线斜率降低。随着动应力幅值的增大,循环周次对动弹性应变的影响也越来越明显。对于动应力幅值小于临界动应力的情况,当循环周次大于2000次后,可认为动弹性应变已基本不变,此时的骨干曲线才基本稳定。



(a)  $\sigma_3=50$  kPa



(b)  $\sigma_3=100$  kPa



(c)  $\sigma_3=150$  kPa

图7 不同围压下动应力-应变骨干曲线

Fig.7 Dynamic stress-strain backbone curves under different confining pressures

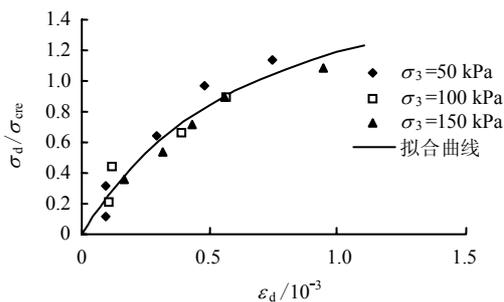
### 4.2 动骨干曲线归一化数学模型

在建立图 7 中动骨干曲线的数学模型时，经过反复比较发现，采用双幅应变所对应的临界动应力作为归一化因子，可以使不同围压下的动骨干曲线具有较好的归一化特性。也就是说，不同循环周次下的归一化动应力  $\sigma_d / \sigma_{cre}$  与对应应变  $\varepsilon_d$  之间有良好的惟一关系，如图 8 所示。正是由于这种归一化特性的存在，使得建立不同围压、不同循环周次下的动骨干曲线数学模型大为简化了。

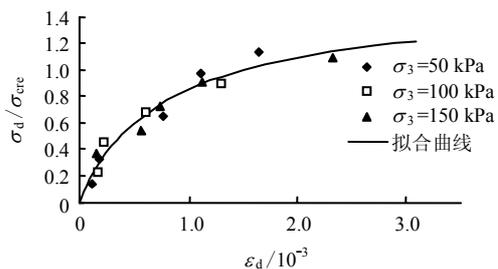
归一化的动骨干曲线数学模型表达式为

$$\frac{\sigma_d}{\sigma_{cre}} = \frac{\varepsilon_d}{a + b\varepsilon_d} \quad (6)$$

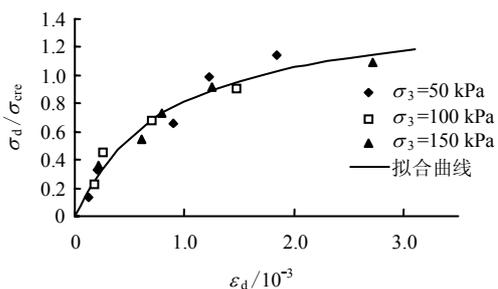
采用式 (6) 对图 8 中不同循环周次下的动骨干曲线进行拟合，可得拟合参数  $a$ 、 $b$  在不同循环周次下的拟合值。可以看出，图 8 中的拟合曲线与实际值吻合得很好。现绘制拟合参数  $a$ 、 $b$  与循环周次之间的关系曲线，如图 9 所示。



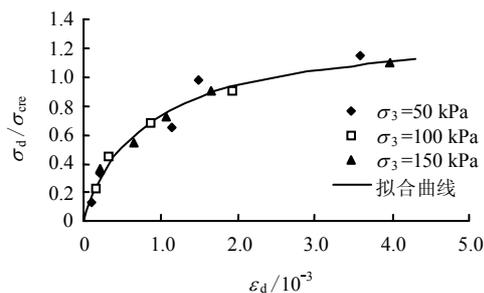
(a)  $N=1$



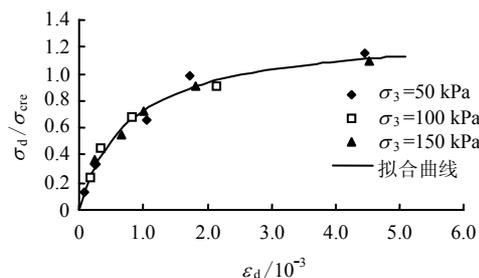
(b)  $N=51$



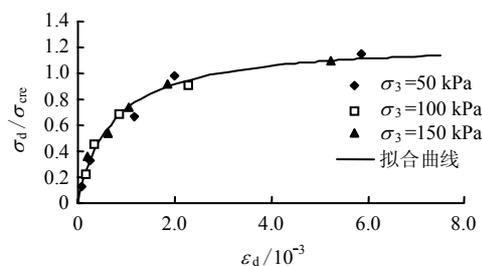
(c)  $N=101$



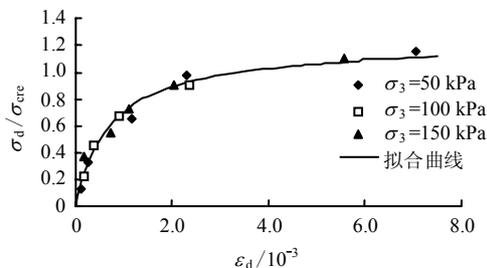
(d)  $N=501$



(e)  $N=1001$



(f)  $N=2000$



(g)  $N=2990$

图 8 不同循环周次下的归一化骨干曲线  
Fig.8 Normalized stress-strain relationship curves under different cycle numbers

拟合参数  $a$  与循环周次  $N$  之间关系可采用下式表示：

$$a = \frac{A_1 N^{A_2}}{1 + A_3 N^{A_2}} \quad (7)$$

式中： $A_1=0.0008$ ； $A_2=0.4710$ ； $A_3=1.2238$ 。

拟合参数  $b$  与循环周次  $N$  之间关系可采用下式表示：

$$b = B_1 N^{B_2} \quad (8)$$

式中： $B_1=0.5062$ ； $B_2=0.0609$ ；

图9中的实线为采用式(7)、(8)所得的拟合曲线。可以看出，式(7)、(8)能够很好地描述拟合参数  $a$ 、 $b$  与循环周次  $N$  之间关系。

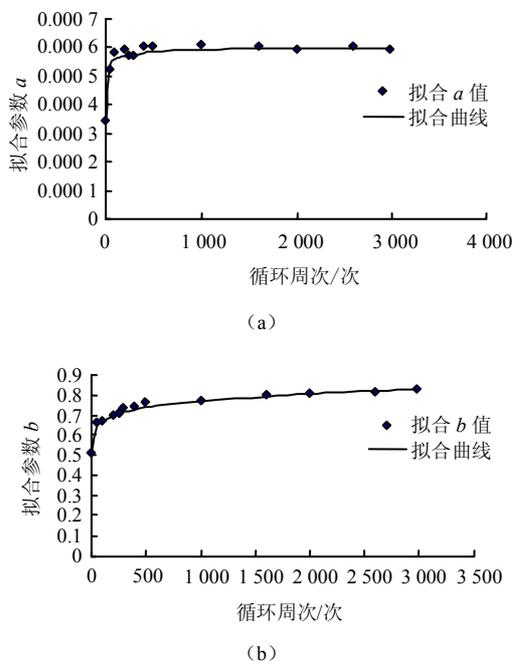


图9 骨干曲线方程参数  $a$ 、 $b$  与循环周次关系  
Fig.9 The relationships between parameters of backbone curve model and cycle number

现将式(1)、(7)和式(8)代入到式(6)中，便可得到不同围压、不同循环周次下的动骨干曲线方程：

$$\sigma_d = \frac{(C_1\sigma_3 + C_2)\varepsilon_d}{\frac{A_1N^{A_2}}{1 + A_3N^{A_2}} + B_1N^{B_2}\varepsilon_d} \quad (9)$$

式中： $A_1=0.0008$ ； $A_2=0.4710$ ； $A_3=1.2238$ ； $B_1=0.5062$ ； $B_2=0.0609$ ； $C_1=0.2440$ ； $C_2=18.8670$ 。

通过以上模型建立过程可以看出，文中所构造的动骨干曲线归一化数学模型，与传统骨干曲线模型相比，能够体现土体在循环荷载作用下的刚度软化特性，更加切合实际。

### 5 结 论

(1) 循环周次和动应力幅值的改变对软黏土的动力学特性影响比较显著。

(2) 在不同固结围压与不同幅值的循环动应力作用下，随着循环周次的增加，饱和重塑软黏土的双幅应变总体呈增长的趋势。根据循环动应力幅值

大小的不同，双幅应变的发展形态可以分为以下3种典型情况：稳定型、破坏型和临界型。临界型曲线所对应的动应力为临界动应力值。

(3) 为了弥补传统骨干曲线模型中无法体现土体刚度软化特性的缺陷，建立了考虑循环周次的软黏土的动骨干曲线模型。该模型能够体现土体在循环荷载作用下的刚度软化特性，从而使得骨干曲线的描述更加切合实际。

(4) 不同围压下的动骨干曲线方程，可采用临界动应力作为归一化因子进行归一化处理。这样，只需要做少量有代表性的试样，便可以得到所需的结果，使动三轴试验的工作量大为减少。

### 参 考 文 献

[1] 叶耀东, 朱合华, 王如路. 软土地铁运营隧道病害现状及成因分析[J]. 地下空间与工程学报, 2007, 3(1): 157-160, 166.  
YE Yao-dong, ZHU He-hua, WANG Ru-lu. Analysis of the current status of metro operating tunnel damage in soft ground and its causes[J]. **Chinese Journal of Underground Space and Engineering**, 2007, 3(1): 157-160, 166.

[2] 吴世明, 周健, 杨挺. 土动力学理论与计算[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2001.

[3] YASUHARA K, MURAKAMI S, SONG B W, et al. Postcyclic degradation of strength and stiffness for low plasticity silt[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE**, 2003, 129(8): 756-769.

[4] MATSUI T, BAHM M, ABE N. Estimation of shear characteristic degradation and stress-strain relationship of saturated clays after cyclic loading[J]. **Soils and Foundations**, 1992, 32(1): 161-172.

[5] 周建, 龚晓南. 循环荷载作用下饱和软黏土应变软化研究[J]. 土木工程学报, 2000, 32(5): 62-68.  
ZHOU Jian, GONG Xiao-nan. Study on strain soften in saturated soft clay under cyclic loading[J]. **China Civil Engineering Journal**, 2000, 32(5): 62-68.

[6] 刘汉龙, 余湘娟. 土动力学与岩土地震工程研究进展[J]. 河海大学学报, 1999, 27(1): 6-15.  
LIU Han-long, YU Xiang-juan. Advance in soil dynamics and geotechnical earthquake engineering[J]. **Journal of Hohai University**, 1999, 27(1): 6-15.

- JIN Yong-jun, YANG Wei-hao. Application of linear frozen soil wall to support of foundation pit[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2004, 23(13): 2280—2285.
- [2] BRAUN B, SHUSTER J, BURNHAM E. Ground freezing for support of open excavation[J]. **Engineering Geology**, 1979, 13(1—4): 429—453.
- [3] JESSBERGER HANS L. Theory and application of ground freezing in civil engineering[J]. **Cold Region Science and Technology**, 1980, 3(1): 3—27.
- [4] 陈湘生. 圆形冻土墙动态设计方法[J]. **岩土力学**, 1997, 18(增刊): 218—222.  
CHEN Xiang-sheng. A dynamic design method for deep round frozen earth wall[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 1997, 18(Supp.): 218—222.
- [5] 东兆星, 周国庆, 齐燕军. 圆形深基坑中冻土帷幕变形规律试验研究[J]. **中国矿业大学学报**, 2007, 36(2): 137—141.  
DONG Zhao-xing, ZHOU Guo-qing, QI Yan-jun. Experimental research on deformation features of frozen wall around circular deep foundation pit[J]. **Journal of China University of Mining & Technology**, 2007, 36(2): 137—141.
- [6] 建井工程手册编委会. 简明建井工程手册(下)[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 2000.
- [7] 东兆星, 崔广心. 深基坑支护中冻土墙力学特性研究综述[J]. **岩土力学**, 2002, 23(5): 622—626.
- DONG Zhao-xing, CUI Guang-xin. Comment on research of mechanical characteristics of frozen soil walls in deep foundation pit support[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2002, 23(5): 622—626.
- [8] 裴颖洁, 郑刚, 刘建起. 两侧铰接地下连续墙的试验研究及数值分析[J]. **岩土力学**, 2008, 29(1): 279—284.  
PEI Ying-jie, ZHENG Gang, LIU Jian-qi. Model test and numerical analysis of diaphragm wall with hinged joints on both sides[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2008, 29(1): 279—284.
- [9] SANGER F J, SAYLES F H. Thermal and theological computation for artificial frozen ground construction[J]. **Engineering Geology**, 1979(13): 311—337.
- [10] 马巍, 常小晓, 王大雁. 人工冻结竖井中冻土壁强度与变形分析[J]. **岩石力学与工程学报**, 2003, 22(增刊): 2871—2874.  
MA Wei, CHANG Xiao-xiao, WANG Da-yan. Behaviour of strength and deformation of frozen soil wall in artificially frozen shaft[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2003, 22(Supp.2): 2871—2874.
- [11] 吉植强, 徐学燕. 季节冻土区人工冻土墙的冻结特性研究[J]. **岩土力学**, 2009, 30(4): 971—975.  
JI Zhi-qiang, XU Xue-yan. Thermal analysis of artificially frozen wall in seasonal frozen area[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(4): 971—975.

#### 上接第 1704 页

- [7] HARDIN B O, DRNEVICH V P. Shear modulus and damping in soil measurement and parameter effect[J]. **Journal of the Soil Mechanics and Foundation Engineering Division**, 1972, 98(6): 603—624.
- [8] RAMBERG W, OSGOOD W R. Description of stress strain curves by three parameters[R]. Washington D C: National Advisory Committee for Aeronautics, Technical Note 902, 1943.
- [9] 唐益群, 黄雨, 叶为民, 等. 地铁列车荷载作用下隧道周围土体的临界动应力比和动应变分析[J]. **岩石力学与工程学报**, 2003, 22(9): 1566—1570.  
TANG Yi-qun, HUANG Yu, YE Wei-min, et al. Critical dynamic stress ratio and dynamic strain analysis of soils around the tunnel under subway train loading[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2003, 22(9): 1566—1570.
- [10] 徐干成, 谢定义, 郑颖人. 饱和砂土循环动应力-应变特性的弹塑性模拟研究[J]. **岩土工程学报**, 1995, 17(2): 1—12.  
XU Gan-cheng, XIE Ding-yi, ZHENG Ying-ren. Elastoplastic modeling for cyclic stress strain behaviour of saturated sands[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1995, 17(2): 1—12.
- [11] TATSUOKA F. Some recent developments in triaxial systems for cohesionless soils[M]. Philadelphia: ASTM Special Technical Publication, 1988.
- [12] 中华人民共和国水利部. SL237—1999 土工试验规程[S]. 北京: 中国水利水电出版社, 1999.
- [13] 周建. 循环荷载作用下饱和软黏土特性研究[D]. 杭州: 浙江大学, 1998.
- [14] 张勇. 武汉软黏土的变形特征与循环荷载动力响应研究[D]. 武汉: 中国科学院武汉岩土力学研究所, 2008.
- [15] 蔡英, 曹新文. 重复加载下路基填土的临界动应力和永久变形初探[J]. **西南交通大学学报**, 1996, 31(1): 1—5.  
CAI Ying, CAO Xin-wen. Study of the critical dynamic stress and permanent strain of the subgrade-soil under the repeated load[J]. **Journal of Southwest Jiaotong University**, 1996, 31(1): 1—5.