

文章编号: 1000-7598 (2010) 04-1319-07

# 岩石坚硬程度对核电厂地基-基础 地震响应特征的影响分析

吕 涛<sup>1</sup>, 杨球玉<sup>1</sup>, 耿学勇<sup>1</sup>, 陈立伟<sup>1</sup>, 杨立建<sup>1</sup>, 李海波<sup>2</sup>

(1.中国核电工程有限公司, 北京 100840; 2.中国科学院武汉岩土力学研究所, 武汉 430071)

**摘 要:** 考虑核电厂地基-基础的动力相互作用, 应用显式动力有限差分法分析了地震作用下极软岩、较软岩、坚硬岩上核电厂建筑结构基础的地震响应特征, 比较了岩石坚硬程度对基础加速度反应谱的影响。研究表明: 随着岩石坚硬程度的提高, 核电厂建筑物结构基础的地震响应有增加的趋势; 在周期轴上, 基础处的加速度反应谱曲线会随着岩石坚硬程度的提高逐渐向短周期(高频段)方向移动。在高频段, 建造于较坚硬岩石上基础结构的加速度反应谱值偏大; 在中等频段, 建造于较软岩石上基础结构的加速度反应谱值偏大; 在低频段, 岩石坚硬程度对加速度反应谱的影响不显著。

**关 键 词:** 岩石坚硬程度; 核电厂; 地基-基础; 显式动力有限差分法; 地震响应

中图分类号: O 242; TU 478

文献标识码: A

## Study of influence of rock hardness on characteristic of seismic response of bedrock-foundation of nuclear power plants

LÜ Tao<sup>1</sup>, YANG Qiu-yu<sup>1</sup>, GENG Xue-yong<sup>1</sup>, CHEN Li-wei<sup>1</sup>, Yang Li-jian<sup>1</sup>, LI Hai-bo<sup>2</sup>

(1.China Nuclear Power Engineering Co., Ltd., Beijing 100840, China;

2.Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China)

**Abstract:** With the consideration of dynamic bedrock-structure interaction of nuclear power plant, explicit dynamic finite difference method is used in this paper; therefore, to analyze the characteristics of seismic response of the foundation of those nuclear power plants built on very soft bedrock, less softer bedrock and hard rock respectively, and to study the influence of rock hardness on the acceleration spectrum of the foundation. The research shows that: Seismic response of the foundation of the nuclear power plant increases if bedrock becomes harder and acceleration response spectrum moves to the shorter period (i.e. higher frequency domain) on the period axis with the increase of the rock hardness; In the high frequency domain, acceleration response spectrum of the foundation constructed on the harder rock is higher; for medium frequency domain, softer rock results in higher acceleration response spectrum; and rock hardness has little impact on the acceleration response spectrum in the low frequency domain.

**Key words:** rock hardness; nuclear power plant; foundation-base; explicit dynamic finite difference method; seismic response

## 1 引 言

根据国家发展和改革委员会 2007 年发布的《核电中长期发展规划(2005-2020 年)》<sup>[1]</sup>, 我国争取到 2020 年核电运行装机容量达到 4 000 万千瓦, 核电年发电量达到 2 600-2 800 亿千瓦时。也就是说, 在未来十几年中, 我国将需要新建 30 台以上百万千瓦级的核电机组。为了实现这一宏伟艰巨的核电发展目标, 目前我国核电工程项目的选址及勘察工作

正在全面展开。

现行的核安全法规<sup>[2]</sup>及导则<sup>[3-4]</sup>对于核电厂厂址选择、地基安全及抗震设计给出了相关规定及指导性建议。法规及导则规定: 应尽量避免地表或接近地表处可能产生明显错动地表断裂带的厂址; 应保证核电厂的地基具有足够的承载能力, 同时对地基的倾覆及滑动进行验算; 在核电厂厂址选择及核电厂设计中必须充分考虑地震因素的影响, 建立合理的区域地震构造模型, 确定设计基准地面运动,

收稿日期: 2009-02-27

第一作者简介: 吕涛, 男, 1980 年生, 博士, 工程师, 主要从事核电站岩土工程勘察设计及岩石动力学等方面的研究工作。

E-mail: gem\_lt@163.com

对核电厂的各类抗震物项进行抗震设计,并通过设计采取减轻地震的潜在振动影响的工程措施。

可以看到,核安全法规及导则并未对核电厂地基材料的性质作出具体的规定,只须满足上述规定即可。目前,我国已建、在建核电厂主要建造于坚硬岩或较硬岩上,对于建造于软质岩石地基上核电厂建筑结构的地震响应特征以及软质岩石地基对于核电厂地基-基础动力相互作用特征的影响尚缺乏经验。

鉴于此,本文考虑核电厂地基-基础的动力相互作用,应用显式动力有限差分法分析了地震作用下极软岩、较软岩、坚硬岩上核电厂房建筑结构基础的地震响应特征,比较了岩石坚硬程度对于基础反应谱的影响,旨在为将来的核电厂选址、勘察及核电厂抗震设计提供一些有益的认识与建议。

## 2 计算模型

为了分析地震作用下基岩上核电厂建筑结构动力响应,可以将计算模型简化为地基-基础形式,即模型的下部为基岩,核电厂建筑结构基础坐落于基岩之上。考虑到国内已建、在建的多个核电厂基岩岩体完整性均较好、地基均匀性也较好,可以将地基基岩视为均匀连续线弹性介质。地基与基础之间满足位移协调条件,在计算模型底部提供地震动输入。

### 2.1 地基、基础材料物理力学参数

《工程地质手册》<sup>[5]</sup>提供了一些常见岩石的物理力学参数的经验数据,《工程岩体分级标准(GB 50218-94)》<sup>[6]</sup>中也给出了岩体物理力学参数推荐选取值。综合考虑文[5]、文[6]提供的参数,选取三类不同岩性的岩石,并令其岩石坚硬程度顺序为极软岩、较软岩、坚硬岩,相应物理力学参数列在表1中。

在岩石材料的动态力学参数研究方面,文[7]的实验研究表明,在单轴及三轴情况下,岩石抗压强度均随应变速率的增加而增加,但弹性模量以及泊松比随应变速率的变化不大。因此,本文将基岩的动态变形及力学参数值近似取为相应静态参数。

鉴于核电厂中安全壳结构的重要性,在计算中基础底板选择安全壳结构的基础底板作为分析对象。在核电厂建筑设计中,安全壳结构基础一般选用等级较高的混凝土材料,本文选用标号C50的混凝土材料开展计算。根据混凝土结构设计规范(GB 50010-2002)<sup>[8]</sup>确定混凝土物理力学参数,见表2。

表1 岩石物理力学参数

Table 1 Physical and mechanical parameters of the bedrocks

岩性	$f_c/\text{MPa}$	$\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$	$E/\text{GPa}$	泊松比 $\nu_d$	坚硬程度
泥质砂岩	0.51	2100	1.20	0.40	极软岩
泥灰岩	20.00	2500	18.00	0.30	较软岩
花岗岩	75.00	2700	33.00	0.20	坚硬岩

表2 C50混凝土物理力学参数

Table 2 Physical and mechanical parameters of C50 concrete

参数	值
密度 $\rho/\text{kg}/\text{m}^3$	2400
泊松比 $\nu$	0.2
弹性模量 $E/\text{GPa}$	34.5
抗压强度 $f_c/\text{MPa}$	23.1
抗拉强度 $f_t/\text{MPa}$	1.89

### 2.2 地震动输入及动力边界条件

按照核电厂抗震设计规范(GB 50267-97)<sup>[9]</sup>,计算分析中地震动输入可采用人工合成地震波,其中2个水平向的设计加速度峰值采用相同数值,竖向设计加速度峰值应采用水平向设计加速度峰值的2/3。本文按照规范要求人工拟合得到的水平、竖向地震时程。考虑到水平地震分量峰值最大,对核电厂建筑结构安全也将产生最不利的影响,故而仅在计算中仅考虑水平向地震分量,将入射地震波设置为水平向振动的剪切波,其加速度时程曲线如图1所示,峰值加速度为 $1.47\text{ m/s}^2=0.15g$ ,持时为25s。

动力计算时在模型底界面输入水平向振动的剪切地震波。同时,将模型的其他界面设置为黏滞边界<sup>[10]</sup>。黏滞边界的作用相当于阻尼器,可以使地震波不会在截断界面处反射回模型,以尽可能满足 Sommerfeld 无穷远辐射条件<sup>[11]</sup>,动力计算模型的示意图见图2。

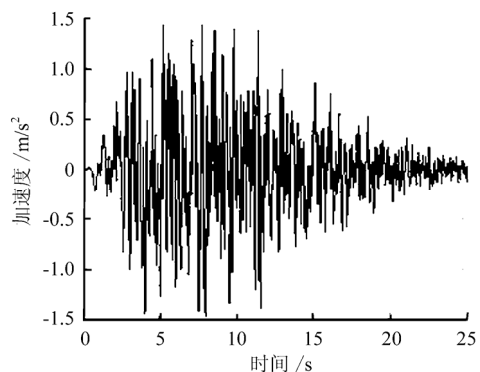


图1 地震动输入的加速度时程曲线

Fig.1 Acceleration time history of the seismic input

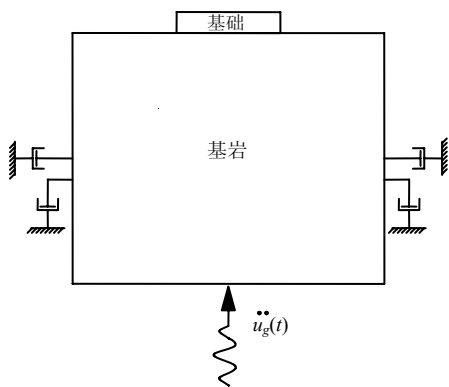


图2 动力计算模型的示意图

Fig.2 Schematic diagram of dynamic analysis model

### 2.3 计算模型单元尺寸

本文应用显式有限差分法开展动力分析, 根据文献[10], 数值模拟固体波在介质中的传播时需要满足 Kuhlemeyer 与 Lysmer 提出的数值稳定性条件:

$$\Delta l \leq \frac{\lambda}{10} \quad (1)$$

式中:  $\Delta l$  为单元的最大尺寸;  $\lambda$  为与入射波卓越频率相对应的波长。

以弹性动力学理论为基础, 波在弹性介质中传播时, 波长与频率应满足如下关系:

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (2)$$

将式(2)代入式(1)可得

$$\Delta l \leq \frac{c}{10f} \quad (3)$$

式中:  $f$  为入射频率;  $c$  为波速。

由此可知, 为了满足式(3)的数值稳定性条件, 需要选取较小的固体介质波速(由于纵波波速大于横波波速, 故而是选取横波波速)以及较高的入射波频率来计算单元的最大尺寸。

对图1的入射地震波加速度时程曲线进行频谱分析, 可以求得其卓越频率为 2.44 Hz, 故而取入射频率  $f = 2.5$  Hz。

根据弹性动力学理论, 横波波速  $c_s$  可按式(4)求得:

$$c_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}} \quad (4)$$

式中:  $\rho$ 、 $G$ 、 $\nu$  分别为固体介质的密度、剪切模量、泊松比。

按式(4)即可求得上述三类基岩介质中的横波波速, 计算结果表明极软岩的横波波速最小, 波速 697.54 m/s, 故而取  $c = 697$  m/s。

将  $f = 2.5$  Hz 与  $c = 697$  m/s 代入式(3), 则可以求得数值计算中有效求解固体介质中波动传播问题的单元最小尺寸为 27.88 m。

计算中将核电厂建筑结构基础底板简化为长方形, 尺寸为 40 m × 4 m (宽 × 厚), 取基础底板单元尺寸为 1 m。由于基岩是半空间无限介质, 根据文献[10], 可将其截断边界设置在分析区域的 10 倍之外来实现对半空间无限介质的数值模拟。在数值计算过程中, 为了保证数值计算的精度, 偏于保守将基岩计算模型尺寸确定为 600 m × 600 m (宽 × 高), 同时考虑到单元最大尺寸为 27 m, 本文取基岩模型的单元尺寸为 20 m。图2为动力计算模型的示意图, 由于基础与基岩尺寸相差过大, 因此, 在图中基础、基岩尺寸并非真实比例, 仅为示意而已。

### 2.4 阻尼

本文在动力分析中采用局部阻尼 (local damping)<sup>[10]</sup>。这种阻尼的工作机制是通过增加或减小单元节点的质量以达到提供阻尼的目的。在速度变号时增加质量, 在速度达到最大值或最小值时减小质量。同时, 要保证计算模型的质量守恒。局部阻尼优点在于: (1) 阻尼与频率无关, 这与岩土体介质的阻尼性质吻合; (2) 计算速度快。局部阻尼的阻尼系数  $\alpha_L$  与阻尼比  $\xi$  的关系可用  $\alpha_L = \pi\xi$  描述。

对于岩体材料, 阻尼比一般在 2%~5% 这一范围内<sup>[10]</sup>, 在计算中取阻尼比  $\xi_r = 5\%$ , 则阻尼系数  $\alpha_{Lr} = 0.1571$ 。结构基础采用混凝土材料, 其阻尼比推荐值在 2%~3% 在这一范围内<sup>[12]</sup>, 在计算中取阻尼比  $\xi_s = 2\%$ , 则阻尼系数  $\alpha_{Ls} = 0.0628$ 。

### 2.5 地基-基础动力相互作用

岩土体材料与基础的动力相互作用是一个非常复杂的课题。在计算分析中将地基-基础计算模型考虑为开放系统(即考虑两者之间存在的能量交换), 可以更为准确地描述物理现象。本文基于文献[11]的分析思路来求解地震作用下开放系统中地基-基础的动力响应, 地基与基础在交界面处满足位移协调条件, 同时认为, 两者在交界面处的节点服从作用力、反作用力的牛顿第三定律。

值得注意的是, 文献[11]应用的是动力有限元的计算方法, 需要形成总刚度矩阵, 在计算中对内存要求很高, 计算数据量大。本文在计算中采用显式动力有限差分方法, 其显著优点体现在数值计算

中无需组装庞大的整体单元刚度矩阵，下一时步的计算结果均可由上一时步直接得到。因此，显式有限差分法具有存储量小、计算速度快以及不存在计算收敛性问题的优点，故而是分析动力问题的有力工具。

本文应用基于显式有限差分方法的商用岩土工程计算软件 FLAC，考虑地基-基础的动力相互作用，分析基础的地震响应特征。

### 3 计算结果分析

#### 3.1 岩石坚硬程度对基础地震响应的影响分析

通过数值计算，可以求得基础结构的加速度、位移以及主应力时程曲线，并且可通过它们来客观反映基础的地震响应特征。

##### 3.1.1 加速度计算结果比较

图3比较了计算得到的极软岩、较软岩、坚硬岩上基础顶板监测点的加速度时程曲线以及地震动输入，表3对比了这4条加速度时程曲线的幅值及卓越频率、周期。

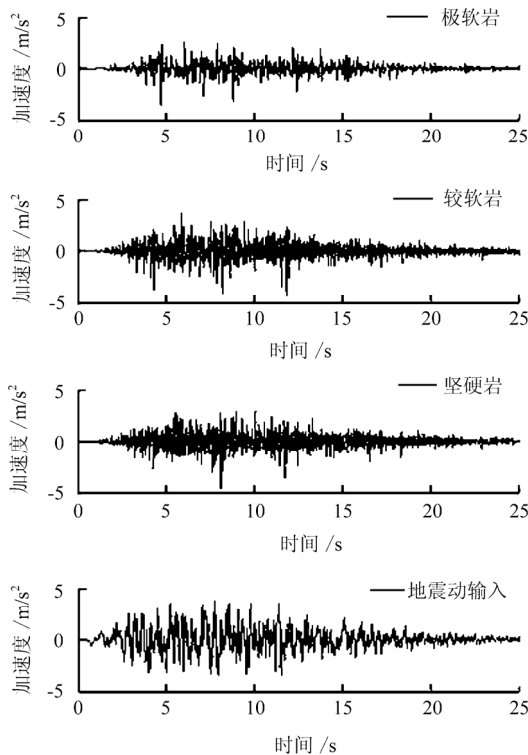


图3 3种岩石情况下基础顶板加速度时程曲线及地震输入  
Fig.3 Acceleration time histories of upper surface of the foundation for three types of bedrock and the seismic input

从图3、表3可以看出，在加速度幅值方面，基础的加速度幅值均大于地震动输入的加速度幅值，表明在地震传播过程中，由于基岩的阻尼比很

小，因此，地基材料对于波传播中能量的消耗很小，在地震波传播至地表面附近的建筑基础结构时，地震响应被放大了。同时还可以看出，随着岩石坚硬程度的增加，加速度幅值有增加的趋势，亦即建造在较坚硬的基岩上的基础结构的地震响应较大一些。从加速度时程曲线的卓越频率来看，建造于较坚硬的基岩上的基础加速度时程曲线中的卓越频率偏高一些。

表3 加速度幅值及卓越频率、周期对比表  
Table 3 Comparison of the acceleration amplitude, dominant frequency and period

比较项目	加速度幅值/(m/s <sup>2</sup> )	卓越频率/Hz	卓越周期/s
地震动输入	1.532	2.44	0.410
极软岩	3.570	6.12	0.163
较软岩	4.377	10.12	0.099
坚硬岩	4.576	9.84	0.102

##### 3.1.2 位移结果比较

图4给出了计算得到的极软岩、较软岩、坚硬岩上基础顶板监测点的位移时程曲线，表4对比了这3条位移时程曲线的幅值及卓越频率、周期。

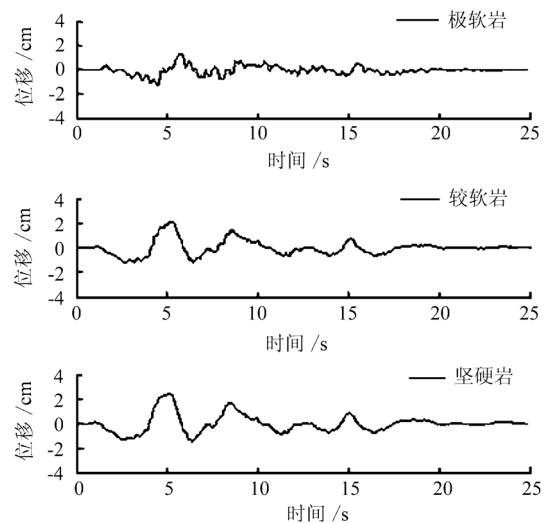


图4 3种岩石情况下基础顶板位移时程曲线  
Fig.4 Displacement time histories of upper surface of the foundation for three types of bedrock

表4 位移幅值及卓越频率、周期对比表  
Table 4 Comparison of the displacement amplitude, dominant frequency and period

比较项目	位移幅值/cm	卓越频率/Hz	卓越周期/s
极软岩	1.35	0.28	3.57
较软岩	2.09	0.20	5.00
坚硬岩	2.44	0.20	5.00

从图4和表4可以看到，在位移幅值方面，随着岩石坚硬程度的增加，位移幅值有增加的趋势，

亦即建造在较坚硬的基岩上的基础结构的地震响应较大一些，与加速度计算结果相同。从位移时程曲线的卓越频率来看，岩石坚硬程度对于位移响应的频谱成分影响不大。

### 3.1.3 主应力结果比较

图 5、图 6 分别为计算得到的极软岩、较软岩、坚硬岩上基础底板监测点最大主应力、最小主应力时程曲线：

表 5、表 6 分别对比了最大主应力、最小主应力时程曲线的幅值及卓越频率、周期。其中，主应力正号表示受拉状态、负号表示受压状态。

表 5 最大主应力幅值及卓越频率、周期对比表  
Table 5 Comparison of the maximum principal stress amplitude, dominant frequency and period

比较项目	最大主应力幅值/MPa	卓越频率/Hz	卓越周期/s
极软岩	0.091	0.28	3.57
较软岩	0.203	0.28	3.57
坚硬岩	0.191	0.28	3.57

表 6 最小主应力幅值及卓越频率、周期对比表  
Table 6 Comparison of the minimum principal stress amplitude, dominant frequency and period

比较项目	最小主应力幅值/MPa	卓越频率/Hz	卓越周期/s
极软岩	-0.118	2.52	0.40
较软岩	-0.250	0.52	1.92
坚硬岩	-0.261	0.52	1.92

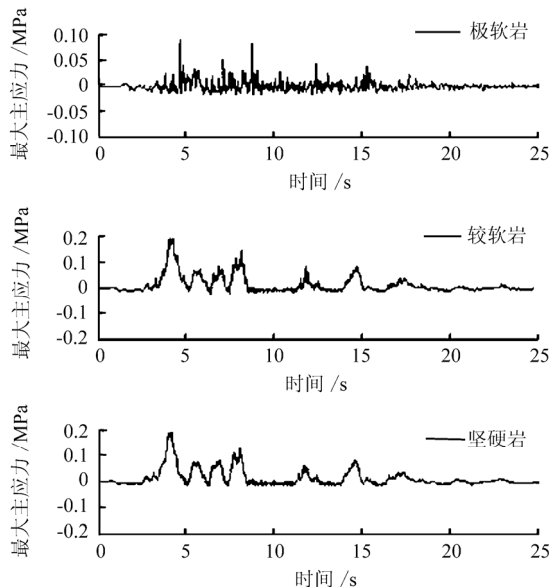


图 5 3 种岩石情况下基础底板最大主应力时程曲线  
Fig.5 Maximum principal stress time histories of lower surface of the foundation for three types of bedrock

表 5、表 6、图 5、图 6 可以得到如下结论：在主应力幅值方面，随着岩石坚硬程度的增加，基础的最大、最小主应力幅值均有增加的趋势，表明建造在较坚硬的基岩上的基础结构的地震响应较大一

些，此结论与加速度、位移计算结果相同。从主应力时程曲线的卓越频率来看，岩石坚硬程度对于主应力响应的频谱成分的影响不显著。

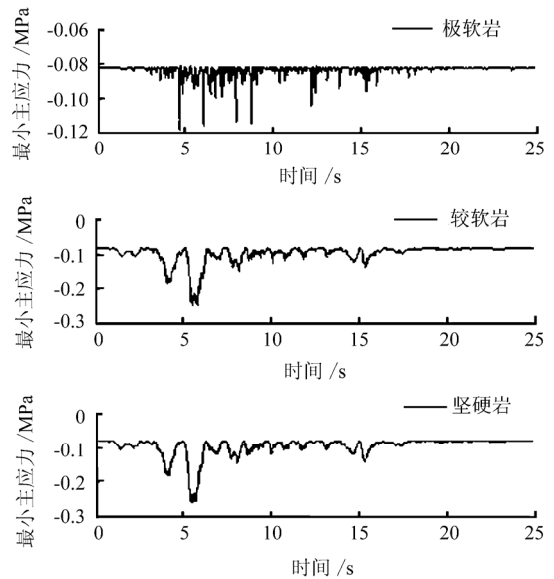


图 6 3 种岩石情况下基础底板最小主应力时程曲线  
Fig.6 Minimum principal stress time histories of lower surface of the foundation for three types of bedrock

### 3.2 岩石坚硬程度对基础加速度反应谱影响分析

在核电厂建筑物结构的基础设计中，需要确定基础标高处的加速度反应谱，并根据此反应谱来进行设计工作。加速度反应谱可以综合考虑地震动输入、上部基础结构的动力特征以及两者的相互关系，从而客观地反映地震动输入对于上部基础结构的影响。

根据图 3 加速度时程曲线即可求得 3 种基岩下基础顶板处加速度反应谱，见图 7。为了比较时清楚起见，图中仅绘制出 2 s 周期范围内的加速度反应谱图。表 7 给出了几个控制点周期处的加速度反应谱值。

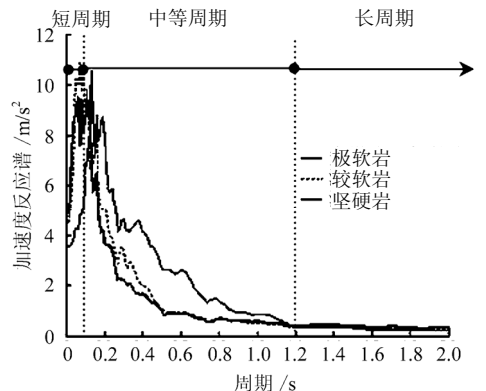


图 7 3 种岩石情况下基础顶板加速度反应谱对比图  
Fig.7 Acceleration response spectrum of upper surface of the foundation for three types of bedrocks

表7 3种岩石情况下基础顶板加速度反应谱对比表  
Table 7 Acceleration response spectrum of upper surface of the foundation for three types of bedrock

周期/s	加速度反应谱/(m/s <sup>2</sup> )			
	极软岩	较软岩	坚硬岩	
短周期	0.03	3.63	5.92	7.63
	0.04	3.90	7.81	8.50
	0.06	4.22	10.03	9.49
	0.07	4.78	10.85	7.58
	0.10	6.90	8.74	8.70
	0.13	10.54	7.30	6.64
	0.20	7.91	5.08	3.66
	0.25	5.22	3.46	2.98
	0.30	4.60	3.30	2.20
	中等周期	0.40	4.14	1.96
0.50		2.67	1.06	0.95
0.60		2.59	0.94	0.85
0.70		1.63	0.75	0.70
0.80		1.40	0.66	0.68
1.00		0.85	0.52	0.57
1.20		0.43	0.35	0.38
长周期		2.00	0.22	0.27
	3.00	0.12	0.21	0.25
4.00	0.09	0.14	0.17	

从图7、表7可以看出，(1)随着岩石坚硬程度的提高，建造于基岩上的基础底板的加速度反应谱幅值所对应的卓越周期有减小的趋势。亦即在周期轴上，基础处的加速度反应谱曲线会随着岩石坚硬程度的提高逐渐向短周期（高频段）方向移动。

(2)在短周期部分(<0.1 s, 即高频段)，建造于较坚硬岩石上基础结构的加速度反应谱值偏大；在中等周期部分(0.1~1.2 s, 即中等频段)，建造于较软岩石上基础结构的加速度反应谱值偏大；在长周期部分(>1.2 s, 即低频段)，基础结构的加速度反应谱值已经很小，岩石坚硬程度对加速度反应谱的影响不显著。

## 4 结 语

本文基于显式动力有限差分法的商用岩土工程计算软件FLAC，考虑核电厂地基-基础的动力相互作用，分析了地震作用下3种岩石——极软岩、较软岩、坚硬岩上核电厂建筑结构基础的地震响应特征，并比较了岩石坚硬程度对于基础反应谱的影响，得到如下结论：

(1)当地震波传播至地表面附近的核电厂建筑基础结构时，地震响应被放大了。

(2)随着岩石坚硬程度的提高，核电厂建筑基

础结构地震响应有增加的趋势。亦即建造在较坚硬基岩上的基础结构的地震响应较大一些。

(3)建造于较坚硬基岩上的基础加速度时程曲线中的卓越频率偏高一些，岩石坚硬程度对于位移、主应力时程曲线的频谱成分影响不显著。

(4)随着岩石坚硬程度的提高，建造于基岩上的基础底板的加速度反应谱幅值所对应的卓越周期有减小的趋势。亦即在周期轴上，基础处的加速度反应谱曲线会随着岩石坚硬程度的提高逐渐向短周期（高频段）方向移动。

(5)在短周期部分(<0.1 s, 即高频段)，建造于较坚硬岩石上基础结构的加速度反应谱值偏大；在中等周期部分(0.1~1.2 s, 即中等频段)，建造于较软岩石上基础结构的加速度反应谱值偏大；在长周期部分(>1.2 s, 即低频段)，基础结构的加速度反应谱值已经很小，岩石坚硬程度对加速度反应谱的影响不显著。

需要指出的是，本文在开展动力分析时，假定岩体是连续、均匀、各向同性的。由于目前国内已建、在建核电厂地基条件大多数为节理不发育、岩体较为完整的情况，因此，这种假定是合理的。地震动输入采用人工合成地震波，峰值加速度为0.15g。由于地震强度不是非常大，因而岩石材料在地震动作用下的变形仍属于弹性范围，故而可以应用线弹性本构模型。鉴于此，本文所得结论适用于岩体完整性较好，岩体材料的地震力学响应表现为线弹性体的情况。

如果地震强度较大，则地震作用下地基-基础均会不同避免地产生损伤甚至破坏，在这种情况下应当考虑地基、基础材料的非线性特征，应用合理的动态非线性本构关系来开展更进一步的地震响应分析。

对于节理较发育或具有软弱结构的岩层，地震作用下岩体的破坏机制倾向为沿着不连续面发生破坏，对核电厂建筑物结构的地震响应特征则会产生不同的影响，这种情况则需要另行专题研究。然而，鉴于核电厂安全的重要程度，一般而言，在核电厂厂址选择及其岩土工程勘察阶段会尽量避免将核电厂建造于此类岩体之上。因此，将本文所得结论应用于核电厂工程项目具有一定的普遍意义。

## 参 考 文 献

- [1] 中华人民共和国国家发展和改革委员会. 核电中长期发展规划(2005-2020年)[R]. 北京, 2007.
- [2] 中华人民共和国国家核安全局. 中华人民共和国核安

- 全法规汇编[M]. 北京: 中国法制出版社, 1998.
- [3] 中华人民共和国国家核安全局. 核安全导则汇编(上册)[M]. 北京: 中国法制出版社, 1998.
- [4] 中华人民共和国国家核安全局. 核安全导则汇编(下册)[M]. 北京: 中国法制出版社, 1998.
- [5] 《工程地质手册》编委会. 工程地质手册[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2007.
- [6] 中华人民共和国水利部. GB 50218-94, 中华人民共和国国家标准工程岩体分级标准[S], 北京: 中国计划出版社, 1995.
- [7] 李海波. 花岗岩材料在动态压应力作用下力学特性的实验和模型研究[博士学位论文 D]. 武汉: 中国科学院武汉岩土力学研究所, 1999.
- [8] 中华人民共和国住建部. GB 50010—2002, 混凝土结构设计规范[S], 北京: 中国建筑工业出版社, 2002.
- [9] 中华人民共和国地震局. GB 50267—97, 核电厂抗震设计规范[S], 北京: 中国计划出版社, 1998.
- [10] FLAC (Fast Lagrangian Analysis of Continua) User's Guide, Version 5.0. Itasca Consulting Group, Inc., U.S.A. 2005.
- [11] 廖振鹏. 工程波动理论导论[M]. 北京: 科学出版社, 2002.
- [12] 刘晶波, 杜修力. 结构动力学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005.

---

#### 上接第 1263 页

- [28] GREEN P J, SIBSON R. Computing Dirichlet tessellations in the plane[J]. **Computer Journal**, 1978, 21(2): 168—173.
- [29] LEE D T. Two-Dimensional Voronoi Diagrams in the Lp-Metric[J]. **Journal of the Association for Computing Machinery**, 1980, 27(4): 604—618.
- [30] LAWSON C L. Generation of a Triangular Grid with Applications to Contour Plotting[M]. California: Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, 1972.
- [31] NELSON J M. A triangulation algorithm for arbitrary planar domains[J]. **AppL. Math. Modelling**, September 1978, 2:151—159.
- [32] NASRI A. Surface interpolation on irregular networks with normal conditions[J]. **Computer Aided Geometric Design**, 1991, 8(1): 89—96.
- [33] NASRI A. Boundary-corner control in recursive-subdivision surfaces[J]. **Computer Aided Design**, 1991, 23(6): 405—411.
- [34] LOUNSBERY M, MANN S, DEROSE T. Parametric surface interpolation[J]. **Institute of Electrical and Electronic Engineers Computer Graphics and Application**, 1992, 12(5): 45—52.
- [35] DYN N, GREGORY J, LEVIN D. A butterfly subdivision scheme for surface interpolation with tension control[J]. **Association for Computing Machinery Transactions on Graphics**, 1990, 9: 160—169.
- [36] Denis Zorin, Peter Schröder, Wim Sweldens. Interpolating Subdivision for Meshes with Arbitrary Topology[C]//Proceedings of the 23rd annual conference on Computer graphics and interactive techniques SIGGRAPH '96. [S. l.]: [s. n.], 1996: 189—192.