

文章编号: 1000-7598 (2010) 02-0407-09

# 基于次加载面理论改进的 ALPHA 模型及其数值实施

詹云刚<sup>1</sup>, 袁凡凡<sup>2</sup>, 栾茂田<sup>3,4</sup>

(1. 江苏科技大学 船舶与海洋工程学院, 江苏 镇江 212003; 2. 中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 武汉 430071; 3. 大连理工大学 土木水利学院岩土工程研究所, 大连 116024; 4. 大连理工大学 海岸和近海工程国家重点实验室, 大连 116024)

**摘 要:** 基于次加载面理论对 ALPHA 模型进行了改进, 并在模型中考虑了土体初始各向异性; 提出了与模型相适应的半隐式本构积分算法, 据此在通用有限元软件 ABAQUS 平台上开发了相应的用户材料子程序; 利用建立的计算程序, 对不同排水条件的三轴试验进行了数值模拟。与已有研究成果对比表明, 提出的半隐式本构积分算法, 可较好地实现复杂本构模型的数值实施。改进的本构模型克服了修正剑桥模型预测的超固结土峰值强度过高、初始屈服面内假定为弹性变形等缺点, 能够较好地描述土体初始屈服面内的非线性性和不可恢复性变形特征; 通过变化模型参数, 可模拟变形特性较为复杂的土体。

**关键词:** ALPHA 模型; 次加载面模型; 半隐式本构积分算法; ABAQUS

**中图分类号:** TU 44

**文献标识码:** A

## A modified ALPHA model based on subloading surface theory and its numerical implementation

ZHAN Yun-gang<sup>1</sup>, YUAN Fan-fan<sup>2</sup>, LUAN Mao-tian<sup>3,4</sup>

(1. School of Architecture and Ocean Engineering, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212003, China; 2. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China; 3. Institute of Geotechnical Engineering, School of Civil and Hydraulic Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China; 4. State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

**Abstract:** ALPHA model is modified based on subloading surface theory; and the initial anisotropy induced by settlement is also considered. Considering the characters of the modified model, a semi-implicit constitutive integration algorithm is proposed. In terms of the algorithm, a user material subroutine is developed in the framework of general-purpose finite element code ABAQUS. Using the subroutine, simulations for triaxial tests are performed; and the results have been compared with the published studies. The comparison shows that the presented algorithms are capable of the numerically implementing of complicated constitutive model; and the modified ALPHA model, which overcomes the deficiencies of modified Cam-Clay model, such as predicting higher peak strength for over consolidated clay and assuming elastic deformation inside the initial yield surface, can depict the nonlinear and nonrecoverable deformation before yielding. Through varying model parameters, more complicated deformation behaviors can be simulated by the modified model.

**Key words:** ALPHA model; subloading surface theory; semi-implicit constitutive integration algorithm; ABAQUS

### 1 引 言

Collins 等<sup>[1]</sup> 根据基于热力学定律的超塑性理论, 提出了包含修正剑桥模型的 ALPHA( $\alpha$ )模型。该模型结合了修正剑桥模型的体积硬化特性和线性摩擦模型、剑桥模型的“Coulomb 摩擦”剪切特性,

可根据  $\alpha$  值调整屈服面的形状。ALPHA 模型既继承了修正剑桥模型的优点, 如预测土体的压硬性、剪胀性及破坏前的屈服硬化, 又克服了修正剑桥模型预测的超固结土峰值强度过高的缺点, 通过调整  $\alpha$  值可预测不同的峰值强度。但与修正剑桥模型相同, ALPHA 模型假定初始屈服面内为线弹性变形,

收稿日期: 2008-08-18

基金项目: 国家自然科学基金重点项目 (No. 50639010); 国家自然科学基金项目 (No. 50509023)。

第一作者简介: 詹云刚, 男, 1971 年生, 博士, 讲师, 主要从事海洋基础及软土地基处理的研究。E-mail: zygseastar@163.com

既不能很好地模拟初始屈服面内的剪切变形，也不能反映初始屈服面内变形的非线性和不可恢复性；同时，ALPHA 模型没有考虑土体初始固结的各向异性。

Hashiguchi 等<sup>[2]</sup>在 1977 年首次提出了次加载面概念，假定在常规模型的屈服面（正常屈服面）内存在与之几何相似的次加载面，不论在加载或卸载过程中，次加载面始终通过当前的应力状态；正常屈服面随塑性变形的发展而扩张或收缩，次加载面与正常屈服面之间的大小比例按一定规律变化，弹塑性模量根据加卸载状态由次加载面上的应力状态确定。基于次加载面理论的模型可以较好地描述正常屈服面内的塑性变形。在剑桥模型提出的同时，Shibata<sup>[3]</sup>、Ohta 和 Hata<sup>[4]</sup>提出了与剑桥模型类似的本构模型，后经 Sekiguchi 和 Ohta<sup>[5]</sup>发展为关口-太田模型（Sekiguchi-Ohta model），与剑桥模型以静水压力轴为等向硬化轴线不同，关口-太田模型考虑了土体初始的各向异性，以  $k_0$  轴为等向硬化轴线。

为了更好地模拟土体复杂的变形特性，本文根据次加载面理论对 ALPHA 模型进行了改进，并采用关口-太田模型方法考虑土体初始各向异性，建立了能够较好地描述正常固结软土和超固结软土变形特性的本构模型，提出了与模型相适应的半隐式本构积分算法，在 ABAQUS 平台上开发了相应的弹塑性计算子程序。通过对三轴试验进行的数值模拟，验证了本构积分算法的合理性及本构模型的性能。

## 2 ALPHA 模型

Collins 等<sup>[1]</sup>提出的 ALPHA 模型的屈服函数在其定义的耗散应力空间( $\pi' - \tau$ )为

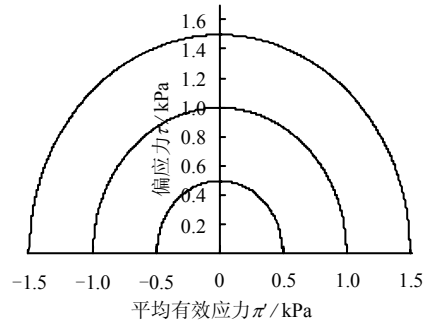
$$\pi'^2 / \pi_c^2 + \tau^2 / (\pi_c^2 M^2 \Pi^2) = 1 \quad (1)$$

在真应力空间( $p' - q$ )为

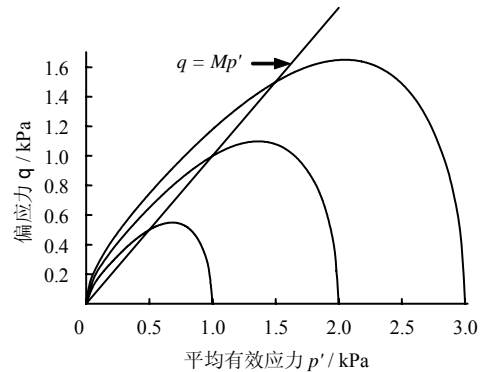
$$(p' - \rho)^2 / (p_c / 2)^2 + q^2 / [M^2 (p_c / 2)^2 \Pi^2] = 1 \quad (2)$$

式中： $\pi_c = p_c / 2$ ， $\pi' = p' - \rho$ ， $\rho = p_c / 2$ ， $\rho$  为背应力 (back stress/shift stress)； $M$  为  $p' - q$  平面临界状态线的斜率； $\Pi = [\alpha + (1 - \alpha)(p' / \pi_c)]$ ， $\alpha$  为控制屈服面形状的参数，介于 0~1 之间， $\alpha = 1$  时模型退化为修正剑桥模型； $p_c$  为初始围压；对有效应力张量  $\sigma'$ ， $p' = -\text{tr} \sigma' / 3$ 。真应力空间的塑性应变率一般遵循非关联流动法则，由耗散应力空间按关联流动法则定义的塑性应变率转换得到。屈服面在两种应力空间的形状及参数  $\alpha$  对屈服面形状的影响分别见图 1 和图 2。若考虑土体的抗拉强度  $t_s$  ( $t_s > 0$ )，则  $\rho = (p_c - t_s) / 2$ ， $\pi_c = (p_c + t_s) / 2$ 。为了与  $\pi_c$  相一

致，将  $\Pi$  的表达式修正为  $\Pi = \alpha + (1 - \alpha) \cdot [(p' + t_s) / \pi_c]$ 。



(a) 耗散应力空间



(b) 真应力空间

图 1 耗散应力空间和真应力空间的屈服轨迹 ( $\alpha = 0.5, M = 1.0$  取自 Collins<sup>[1]</sup>)

Fig.1 Yield loci in dissipative and true stress space ( $\alpha = 0.5, M = 1.0$ , from Collins<sup>[1]</sup>)

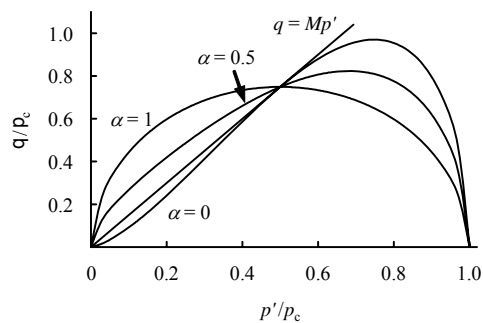


图 2 ALPHA 模型屈服面

( $M = 1.5, p_c = 1.0, \alpha = 0, 0.5, 1.0$  取自 Collins<sup>[1]</sup>)

Fig.2 Yield loci for ALPHA model

( $M = 1.5, p_c = 1.0, \alpha = 0, 0.5, 1.0$ , from Collins<sup>[1]</sup>)

## 3 改进的 ALPHA 模型

### 3.1 屈服函数

将关口-太田模型与考虑土体抗拉强度的 ALPHA 模型相结合，得到的改进模型在  $p' - q$  平面及  $\pi' - \tau$  平面的屈服函数分别为

$$\frac{(p' - \rho)^2}{\pi_c^2} + \frac{(q - \eta_0 p' - \eta_0 t_s)^2}{M^2 \pi_c^2 \Pi^2} = 1 \quad (3)$$

$$\frac{\pi'^2}{\pi_c^2} + \frac{(\tau - \eta_0 \pi')^2}{M^2 \pi_c^2 \Pi^2} = 1 \quad (4)$$

式中： $\rho = (p_c - t_s)/2$ ， $\pi_c = (p_c + t_s)/2$ ， $\tau = q - \eta_0 \pi_c$ ， $\eta_0 = q_0 / p_{c0}$ ， $q_0$  为初始时刻的广义剪应力； $p_{c0}$  为初始时刻的固结围压。

将次加载面概念用于上面的模型，如图 3 所示，假定在常规的屈服面内存在通过当前应力点的次加载面，在耗散应力空间以坐标原点为相似中心，在真应力空间以  $(p'_0, 0)$  为相似中心。由于应力状态总是在次加载面上，模型的加、卸准则根据次加载面函数定义。

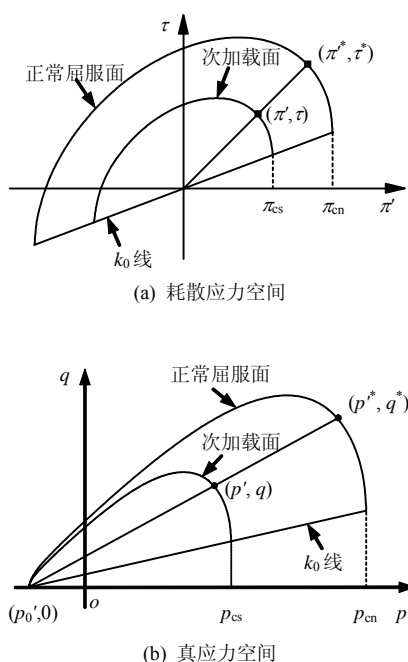


图 3 改进的次加载面 ALPHA 模型

Fig.3 Modified ALPHA model based on subloading surface theory

由于模型假定正常加载面和次加载面在形状上相似，定义  $R$  为相似比，提出下面的关系式：

$$\frac{p_{cn} - p'_0}{p_{cs} - p'_0} = \frac{p'^* - p'_0}{p' - p'_0} = \frac{q^*}{q} = \frac{\pi_{cn}}{\pi_{cs}} = \frac{\pi'^*}{\pi'} = \frac{\tau^*}{\tau} = \frac{1}{R} \quad (5)$$

式中： $p'_0 = -t_s$ 。

正常屈服面如式 (3)、(4) 所描述，应用图 3 所示变量符号重新写为

$$\frac{(p'^* - \rho^*)^2}{\pi_{cn}^2} + \frac{(q^* - \eta_0 p'^* - \eta_0 t_s)^2}{M^2 \pi_{cn}^2 \Pi^2} = 1 \quad (6)$$

$$\frac{\pi'^*2}{\pi_{cn}^2} + \frac{(\tau^* - \eta_0 \pi')^2}{M^2 \pi_{cn}^2 \Pi^2} = 1 \quad (7)$$

式中： $\rho^* = (p_{cn} - t_s)/2$ ， $\pi_{cn} = (p_{cn} + t_s)/2$ ， $\tau^* = q^* - \eta_0 \pi_{cn}$ ， $\pi'^* = p'^* - \rho^*$ ， $\Pi = \alpha + (1 - \alpha)[(p'^* + t_s) / \pi_{cn}]$ 。

根据关系式 (5)，次加载面方程为

$$\frac{(p' - \rho)^2}{R^2 \pi_{cn}^2} + \frac{(q - \eta_0 p' - \eta_0 t_s)^2}{R^2 M^2 \pi_{cn}^2 \Pi^2} = 1 \quad (8)$$

$$\frac{\pi'^2}{R^2 \pi_{cn}^2} + \frac{(\tau - \eta_0 \pi')^2}{R^2 M^2 \pi_{cn}^2 \Pi^2} = 1 \quad (9)$$

式中： $\rho = (p_{cs} - t_s)/2$ ， $p_{cs} = R p_{cn} - (1 - R)t_s$ ， $\tau = q - \eta_0 \pi_{cs}$ ， $\pi' = p' - \rho$ 。需指出， $p_{cs}$  的大小依赖于  $p_{cn}$  及  $R$  的演化。

在一般应力空间，将应力分解为静水压力  $-pI$  和偏应力  $S$ ，其中  $I$  为单位张量，并定义  $A = R \pi_{cn}$ ， $B = R M \pi_{cn} \Pi$ ，将次加载面函数推广到一般应力空间：

$$\frac{(p' - \rho)^2}{A^2} + \frac{3(s - \eta_0 p' - \eta_0 t_s) : (s - \eta_0 p' - \eta_0 t_s)}{2B^2} = 1 \quad (10)$$

$$\frac{\pi'^2}{A^2} + \frac{3(\tau - \eta_0 \pi') : (\tau - \eta_0 \pi')}{2B^2} = 1 \quad (11)$$

式中： $\tau = s - \eta_0 R \pi_{cn}$ ， $\eta_0$  为初始时刻的应力比，对  $k_0$  固结土，易知：

$$\eta_0 = \frac{-1}{1 + 2k_0} \begin{bmatrix} 2(1 - k_0) & 0 & 0 \\ 0 & k_0 - 1 & 0 \\ 0 & 0 & k_0 - 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

将式 (10) 写为参数形式：

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= (p' - \rho) - A \cos \omega = 0 \\ f_2 &= \sqrt{3(s - \eta_0 p' - \eta_0 t_s) : (s - \eta_0 p' - \eta_0 t_s)} / 2 - B \sin \omega = 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

其中：

$$\omega = \frac{A \sqrt{3(s - \eta_0 p' - \eta_0 t_s) : (s - \eta_0 p' - \eta_0 t_s)} / 2}{B(p' - \rho)} \quad (14)$$

### 3.2 硬化定律

Hashiguchi<sup>[6]</sup>提出，采用  $\ln v - \ln p'$  关系描述土体的等向压缩特性，并引入负围压  $-p_i$  作为材料常数，当土体所受平均应力等于  $-p_i$  时，土体的体积变得无穷大。本文仍采用剑桥模型所假定的  $v - \ln p'$  线性关系，将土体的抗拉强度  $t_s$  视为  $p_i$ ，则在土体从状态  $(p'_0, v_0)$  变化到状态  $(p', v)$  过程中，

有下式成立:

$$\Delta v = \Delta v^p \Delta v^e \quad (15)$$

其中:

$$\left. \begin{aligned} \Delta v^p &= -(\lambda - \kappa) \ln \left( \frac{p_c + t_s}{p_{c0} + t_s} \right) \\ \Delta v^e &= -\kappa \ln \left( \frac{p' + t_s}{p_0 + t_s} \right) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

式中:  $\lambda$ 、 $\kappa$  分别为临界状态线和卸载曲线在  $v - \ln p'$  平面上的斜率。

对体积改变采用显式计算, 即  $\Delta v^p = v_0 \Delta \varepsilon_v^p$ ,  $\Delta v^e = v_0 \Delta \varepsilon_v^e$ ,  $v_0 = 1 + e_0$ 。因而由式 (15) 可分别建立平均应力  $p'$  和固结围压  $p_c$  与体积应变的关系:

$$p' = -t_s + (p'_0 + t_s) \exp \left( -\frac{1+e_0}{\kappa} \Delta \varepsilon_v^e \right) \quad (17)$$

$$p_c = -t_s + (p_{c0} + t_s) \exp \left( -\frac{1+e_0}{\lambda - \kappa} \Delta \varepsilon_v^p \right) \quad (18)$$

### 3.3 相似比 $R$ 的演化定律

遵循 Hashiguchi<sup>[7]</sup> 提出的相似比  $R$  的演化定律, 即

$$\dot{R} = C_r \left( \frac{1}{R} - 1 \right) \|\dot{\varepsilon}^p\|, \quad (\dot{\varepsilon}^p \neq 0) \quad (19)$$

式中:  $C_r$  为材料常数。

### 3.4 加卸载准则

Hashiguchi<sup>[7]</sup> 提出的加卸载判别条件如下:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varepsilon}^p \neq 0: \text{tr}(\bar{n} \mathbf{D}_t^{\text{el}} \dot{\varepsilon}) > 0 \\ \dot{\varepsilon}^p = 0: \text{tr}(\bar{n} \mathbf{D}_t^{\text{el}} \dot{\varepsilon}) \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式中:  $\bar{n}$  为次加载面的外法向矢量,  $\bar{n} = \partial \bar{f} / \partial \sigma$ ;  $\bar{f}$  为真应力空间次加载面屈服函数;  $\mathbf{D}_t^{\text{el}}$  为当前应力状态确定切线模量。Hashiguchi 又进一步证明了若采用关联流动法则, 基于 Ilyushin 公设的加载准则与式 (20) 相一致。而根据 Collins<sup>[8]</sup> 等基于热力学定律的建模理论, 在应变的一次闭合循环过程中, 只有耗散应力空间的塑性耗散功恒大于 0 或等于 0, 据此提出在耗散应力空间的加卸载准则如下:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varepsilon}^p \neq 0: \text{tr}(\mathbf{n}' \dot{\Sigma}) \geq 0 \\ \dot{\varepsilon}^p = 0: \text{tr}(\mathbf{n}' \dot{\Sigma}) < 0 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

式中:  $\mathbf{n}'$  为耗散应力空间次加载面的外法向矢量;  $\dot{\Sigma}$  为耗散应力空间的应力率, 由真应力空间的应力率  $\mathbf{D}_t^{\text{el}} \dot{\varepsilon}$  转换得到。由于模型在真应力空间存在  $q=0$  时的奇点, 外法线方向不定, 而在耗散应力空间为光滑连续的函数, 外法线方向唯一。因此, 应用耗散应力空间的加卸载判断准则较为方便。

## 4 改进 ALPHA 模型的半隐式本构积分算法

本构积分算法的目的是对时刻  $n$  给出的应力  $\sigma_n$ 、内变量  $q_n$ 、应变  $(\varepsilon_n, \varepsilon_n^p)$  和时刻  $n$  到时刻  $n+1$  时段内的应变增量  $\Delta \varepsilon$ , 计算时刻  $n+1$  时的  $(\sigma_{n+1}, \varepsilon_{n+1}, \varepsilon_{n+1}^p, q_{n+1})$ 。显式积分算法比较简便, 易于编程实施, 但其预测精度较低, 系统整体平衡方程组的求解效率较低。完全隐式的积分算法具有较高的精度, 并且可获得与本构积分算法相一致的切线模量, 使采用 Newton-Raphson 迭代求解整体平衡方程组获得近似平方收敛速度; 缺点是对复杂的本构模型, 势函数的二阶偏导数求解较为繁琐或困难。为此, 本文采用半隐式本构积分方法, 适当牺牲收敛速率, 以降低问题求解的难度。

在耗散应力空间, ALPHA 模型的屈服函数是光滑的, 塑性应变率方向确定且唯一。将应变分解为体应变  $\varepsilon_v$  和剪应变  $\varepsilon_\gamma$ , 在耗散应力空间次加载面上的应变率增量:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varepsilon}_v^p &= -\dot{\lambda} \left[ \frac{\pi'}{R^2 \pi_{\text{cn}}^2} - \frac{3(\eta_0 : (\tau - \eta_0 \pi'))}{2R^2 M^2 \pi_{\text{cn}}^2 \Pi^2} \right] \\ \dot{\varepsilon}_\gamma^p &= \frac{3\dot{\lambda}(\tau - \eta_0 \pi')}{2R^2 \pi_{\text{cn}}^2 M^2 \Pi^2} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

变换到真应力空间:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varepsilon}_v^p &= -\dot{\lambda} \left[ \frac{(p' + t_s - R\pi_{\text{cn}})}{R^2 \pi_{\text{cn}}^2} - \frac{3(\eta_0 : (s - \eta_0 p' - \eta_0 t_s))}{2R^2 M^2 \pi_{\text{cn}}^2 \Pi^2} \right] \\ \dot{\varepsilon}_\gamma^p &= \frac{3\dot{\lambda}(s - \eta_0 p' - \eta_0 t_s)}{2R^2 \pi_{\text{cn}}^2 M^2 \Pi^2} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

在应力更新计算中, 将真应力空间迭代的中间应力转换到耗散应力空间, 据此计算塑性应变率增量。以下定义:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\varepsilon}_v^p &= \frac{(p' + t_s - R\pi_{\text{cn}})}{R^2 \pi_{\text{cn}}^2} - \frac{3(\eta_0 : (s - \eta_0 p' - \eta_0 t_s))}{2R^2 M^2 \pi_{\text{cn}}^2 \Pi^2} \\ \bar{\varepsilon}_\gamma^p &= \frac{3(s - \eta_0 p' - \eta_0 t_s)}{2R^2 \pi_{\text{cn}}^2 M^2 \Pi^2} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

### 4.1 本构积分控制方程

按照常用的解耦方法, 将变形及应力分解为弹性部分和塑性部分, 应力、应变及内变量  $R$  的更新关系式如下:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{n+1} &= \varepsilon_n + \Delta \varepsilon_{n+1}, \quad \Delta \varepsilon_{n+1} = \Delta \varepsilon_{n+1}^e + \Delta \varepsilon_{n+1}^p \\ R_{n+1} &= R_n + \Delta R_{n+1}, \quad \sigma_{n+1} = \sigma_n + \Delta \sigma_{n+1} \\ \Delta \sigma_{n+1} &= \mathbf{D} \Delta \varepsilon_{n+1}^e, \quad \varepsilon_{n+1}^p = \varepsilon_n^p + \Delta \varepsilon_{n+1}^p \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

式中： $\mathbf{D}$  为应力-应变矩阵。

综合式 (10)、(11)、(17)、(18)、(19)、(23)、(25)，改进 ALPHA 模型的本构积分控制方程可离散为

$$\left. \begin{aligned} p'_{n+1} &= p'_n \exp\left[-\varpi\left(\Delta\varepsilon_v + \Delta\lambda(\bar{\varepsilon}_v^p)_{n+1}\right)\right] \\ s_{n+1} &= s_n + 2G_{n+1}\left(\Delta\varepsilon_\gamma - 3\Delta\lambda(\bar{\varepsilon}_\gamma^p)_{n+1}\right) \\ p'_{cn,n+1} &= p'_{cn,n} \exp\left[\frac{1+e_0}{\lambda-\kappa}\Delta\lambda(\bar{\varepsilon}_v^p)_{n+1}\right] \\ R_{n+1} &= R_n + C_r\left(\frac{1}{R_{n+1}} - 1\right)\Delta\lambda\left\|-\mathbf{I}(\bar{\varepsilon}_v^p)_{n+1}/3 + (\bar{\varepsilon}_\gamma^p)_{n+1}\right\| \\ f_{1,n+1} &= f_1\left(p(\varepsilon_{v,n+1}^e), p_{cn}(\varepsilon_{v,n+1}^p), R_{n+1}, \omega\right) = 0 \\ f_{2,n+1} &= f_2\left(p(\varepsilon_{v,n+1}^e), s(\varepsilon_{\gamma,n+1}^e), p_{cn}(\varepsilon_{v,n+1}^p), R_{n+1}, \omega\right) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

式中： $G_{n+1} = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)}K_{n+1}$ ， $\Delta\varepsilon_v = \text{tr}(\Delta\varepsilon)$ ， $\Delta\varepsilon_\gamma = \text{dev}(\Delta\varepsilon)$ ， $\varpi = (1+e_0)/\kappa$ ， $\nu$  为泊松比。

当  $\Delta\varepsilon_v + \Delta\lambda(\bar{\varepsilon}_v^p)_{n+1} \neq 0$  时，有：

$$K_{n+1} = p'_n \frac{\exp\left[-\varpi\left(\Delta\varepsilon_v + \Delta\lambda(\bar{\varepsilon}_v^p)_{n+1}\right)\right] - 1}{-(\Delta\varepsilon_v + \Delta\lambda(\bar{\varepsilon}_v^p)_{n+1})} \quad (27)$$

当  $\Delta\varepsilon_v + \Delta\lambda(\bar{\varepsilon}_v^p)_{n+1} = 0$  时，体积模量采用切线模量为

$$K_{n+1} = \frac{1+e_0}{\kappa} p'_n \quad (28)$$

### 4.2 应力更新算法

应力更新计算遵循以下步骤：

(1) 弹性预测

① 初始化局部迭代计数器  $m$ 、塑性乘子  $\Delta\lambda$ 、初始压力  $p'_{cn,n+1}$ 、 $\eta_0$ 、 $R_0$ ：

$$m = 0, \Delta\lambda = 0, p'_{cn,n+1} = p_{cn,n}, R_0 = R_n \quad (29)$$

② 计算弹性预测的应力状态：

$$p'_{n+1} = p_n \exp(-\varpi\Delta\varepsilon_v), s'_{n+1} = s_n + 2G_{n+1}\Delta\varepsilon_\gamma \quad (30)$$

由体积模量  $K_{n+1}^0$  和剪切模量  $G_{n+1}^0$  可组成应力-应变矩阵  $\mathbf{D}_{n+1}^0$ 。

(2) 加卸载判断

时刻  $n$  耗散应力空间外法向矢量：

$$\mathbf{n} = -((\bar{\varepsilon}_v^p)_n)\mathbf{I}/3 + (\bar{\varepsilon}_\gamma^p)_n \quad (31)$$

时刻  $n$  到时刻  $n+1$  耗散应力空间弹性预测的应力增量：

$$\left. \begin{aligned} \Delta\pi'_{n+1} &= p'_{n+1} - p_n \\ \Delta\boldsymbol{\tau}_{n+1} &= \mathbf{s}'_{n+1} - \mathbf{s}_n \\ \Delta\boldsymbol{\Sigma} &= -\Delta\pi'_{n+1}\mathbf{I} + \Delta\boldsymbol{\tau}_{n+1} \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

若  $\text{tr}(\mathbf{n}\Delta\boldsymbol{\Sigma}) < 0$ ，则接受当前的弹性试应力状态，由式 (10) 计算相似比  $R_{n+1}$ ，转到第 (6) 步。否则，进入第 (3) 步。

(3) 计算残差

由离散的积分控制方程 (26) 计算迭代残差：

$$\left[ \mathbf{r}'_{n+1} \right]^m = \left\{ \begin{aligned} & \left\{ \begin{aligned} & r'_p{}^m \\ & \mathbf{r}'_s{}^m \\ & r'_{pc}{}^m \\ & \mathbf{r}'_R{}^m \\ & r'_{fl}{}^m \\ & \mathbf{r}'_{fl}{}^m \end{aligned} \right\} = \\ & \left\{ \begin{aligned} & p'_{n+1}{}^m - p'_n \exp\left[-\varpi\left(\Delta\varepsilon_v + \Delta\lambda^m(\bar{\varepsilon}_v^p)_{n+1}^m\right)\right] \\ & \mathbf{s}'_{n+1}{}^m - \mathbf{s}_n - 2G_{n+1}^m\left(\Delta\varepsilon_\gamma - 3\Delta\lambda^m(\bar{\varepsilon}_\gamma^p)_{n+1}^m\right) \\ & p'_{cn,n+1}{}^m - p'_{cn,n} \exp\left[\frac{1+e_0}{\lambda-\kappa}\Delta\lambda^m(\bar{\varepsilon}_v^p)_{n+1}^m\right] \\ & R_{n+1}^m - R_n - C_r\left(\frac{1}{R_{n+1}^m} - 1\right)\Delta\lambda^m\left\|-\mathbf{I}(\bar{\varepsilon}_v^p)_{n+1}^m/3\right\| \\ & (p'_{n+1}{}^m - \rho'_{n+1}{}^m) - A_{n+1}^m \cos\omega_{n+1}^m \\ & \sqrt{3\left(s'_{n+1}{}^m - \eta_0 p'_{n+1}{}^m - \eta_0 t_s\right) : \left(s'_{n+1}{}^m - \eta_0 p'_{n+1}{}^m - \eta_0 t_s\right)} / 2 - \\ & B_{n+1}^m \sin\omega_{n+1}^m \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right. \quad (33)$$

其中：

$$\omega_{n+1}^m = \frac{A_{n+1}^m \sqrt{3\left(s'_{n+1}{}^m - \eta_0 p'_{n+1}{}^m - \eta_0 t_s\right) : \left(s'_{n+1}{}^m - \eta_0 p'_{n+1}{}^m - \eta_0 t_s\right)} / 2}{B_{n+1}^m (p'_{n+1}{}^m - \rho'_{n+1}{}^m)} \quad (34)$$

若  $[r'_{n+1}]^m$  小于容许残差，则转到第 (6) 步；否则，进入第 (4) 步。

(4) 塑性修正

塑性修正采用半隐式方法，即以时刻  $n$  到  $n+1$  增量步的第  $m$  次迭代的应力状态计算第  $m+1$  次迭代的塑性应变率，据此计算第  $m+1$  次迭代的塑性修正乘子。由式 (33) 的一阶泰勒展开式求残差  $r'_p{}^{m+1}$ 、 $\mathbf{r}'_s{}^{m+1}$ 、 $r'_{pc}{}^{m+1}$ 、 $\mathbf{r}'_R{}^{m+1}$ ：

$$\left. \begin{aligned}
 r_p^{m+1} &= r_p^m + dp - p'_n \exp \left[ -\varpi \left( \Delta \varepsilon_v + \Delta \lambda_{n+1}^m (\bar{\varepsilon}_v^p)_{n+1}^m \right) \right] \cdot \\
 &\quad \delta \lambda (\bar{\varepsilon}_v^p)_{n+1}^m \\
 r_s^{m+1} &= r_s^m + ds + 2G_{n+1}^m \delta \lambda (\bar{\varepsilon}_\gamma^p)_{n+1}^m - \frac{3(1-2\nu)}{(1+\nu)} \frac{\partial K_{n+1}^m}{\partial \Delta \lambda} \cdot \\
 &\quad \delta \lambda \left( \Delta \varepsilon_\gamma - \Delta \lambda_{n+1}^m (\bar{\varepsilon}_\gamma^p)_{n+1}^m \right) \\
 r_{pc}^{m+1} &= r_{pc}^m + dp_c + p'_{cn,n} \exp \left( \frac{1+e_0}{\lambda - \kappa} \Delta \lambda_{n+1}^m (\bar{\varepsilon}_v^p)_{n+1}^m \right) \cdot \\
 &\quad \frac{1+e_0}{\lambda - \kappa} \delta \lambda (\bar{\varepsilon}_v^p)_{n+1}^m \\
 r_R^{m+1} &= r_R^m + dR + C_r \frac{1}{(R_{n+1}^m)^2} \Delta \lambda_{n+1}^m \left\| -(\bar{\varepsilon}_v^p)_{n+1}^m \mathbf{I} / 3 + \right. \\
 &\quad \left. (\bar{\varepsilon}_\gamma^p)_{n+1}^m \right\| dR - C_r \left( \frac{1}{R_{n+1}^m} - 1 \right) \delta \lambda_{n+1}^m \cdot \\
 &\quad \left\| -(\bar{\varepsilon}_v^p)_{n+1}^m \mathbf{I} / 3 + (\bar{\varepsilon}_\gamma^p)_{n+1}^m \right\|
 \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

当  $\Delta \varepsilon_v + \Delta \lambda_{n+1}^m \pi_{n+1}^m / (A_{n+1}^m)^2 \neq 0$  时, 有:

$$\frac{\partial K_{n+1}^m}{\partial \Delta \lambda} = \varpi p'_n (\bar{\varepsilon}_v^p)_{n+1}^m \frac{\exp \left[ -\varpi \left( \Delta \varepsilon_v + \Delta \lambda_{n+1}^m (\bar{\varepsilon}_v^p)_{n+1}^m \right) \right]}{\Delta \varepsilon_v + \Delta \lambda_{n+1}^m (\bar{\varepsilon}_v^p)_{n+1}^m} - \frac{K_{n+1}^m (\bar{\varepsilon}_v^p)_{n+1}^m}{\Delta \varepsilon_v + \Delta \lambda_{n+1}^m (\bar{\varepsilon}_v^p)_{n+1}^m} \quad (36)$$

当  $\Delta \varepsilon_v + \Delta \lambda_{n+1}^m (\bar{\varepsilon}_v^p)_{n+1}^m = 0$  时, 有:

$$\frac{\partial K_{n+1}^m}{\partial \Delta \lambda} = 0 \quad (37)$$

令残差  $r_p^{m+1}$ 、 $r_s^{m+1}$ 、 $r_{pc}^{m+1}$ 、 $r_R^{m+1}$  分别等于 0, 可求得以  $\delta \lambda$  表达的  $(dp, ds, dp_c, dR)$ , 代入一致性条件, 即  $r_{\pi 1}^m$  和  $r_{\pi 2}^m$  的泰勒展开式:

$$\left. \begin{aligned}
 r_{\pi 1}^m + \frac{\partial f_1}{\partial p} dp + \frac{\partial f_1}{\partial s} ds + \frac{\partial f_1}{\partial p_c} dp_c + \frac{\partial f_1}{\partial R} dR + \frac{\partial f_1}{\partial \omega} d\omega &= 0 \\
 r_{\pi 2}^m + \frac{\partial f_2}{\partial p} dp + \frac{\partial f_2}{\partial s} ds + \frac{\partial f_2}{\partial p_c} dp_c + \frac{\partial f_2}{\partial R} dR + \frac{\partial f_2}{\partial \omega} d\omega &= 0
 \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

求解联立方程式 (38), 可得  $\delta \lambda$ 、 $d\omega$ , 进而求出  $(dp, ds, dp_c, dR)$  的值。

(5) 更新应力、应变及状态变量

$$\left. \begin{aligned}
 p_{n+1}^{m+1} &= p_{n+1}^m + dp \\
 s_{n+1}^{m+1} &= s_{n+1}^m + ds \\
 p_{cn,n+1}^{m+1} &= p_{cn,n+1}^m + dp_c \\
 R_{n+1}^{m+1} &= R_{n+1}^m + dR \\
 \Delta \lambda_{n+1}^{m+1} &= \Delta \lambda_{n+1}^m + \delta \lambda
 \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

令  $m \leftarrow m+1$ , 转到第 (3) 步。

(6) 计算收敛, 接受当前迭代计算的应力、应变及内变量, 退出应力更新计算。

### 4.3 切线模量确定

在卸载情况下, 切线模量为  $D_{n+1} = D_{n+1}^0$ 。在加载情况下, 当本构积分计算收敛后, 以收敛后的应力计算塑性应变率方向  $-(\bar{\varepsilon}_v^p)_{n+1} \mathbf{I} + (\bar{\varepsilon}_\gamma^p)$ , 并视为定值, 将本构积分控制方程对应应变增量  $\Delta \varepsilon_{n+1}$  求偏导数, 可获得切线模量, 具体过程如下 (以下省略下标  $n+1$ ):

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial p}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} &= -p\omega \left( \frac{\partial \Delta \varepsilon_v}{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}} + (\bar{\varepsilon}_v^p) \frac{\partial \Delta \lambda}{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}} \right) \\
 \frac{\partial p'_{cn}}{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}} &= p'_{cn} \frac{1+e_0}{\lambda - \kappa} (\bar{\varepsilon}_v^p) \frac{\partial \Delta \lambda}{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}} \\
 \frac{\partial s}{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}} &= 2 \frac{\partial G}{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}} \left( \Delta \varepsilon_\gamma - \Delta \lambda (\bar{\varepsilon}_\gamma^p) \right) + \\
 &\quad 2G \left( \frac{\partial \Delta \varepsilon_\gamma}{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}} - \frac{\partial \Delta \lambda}{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}} (\bar{\varepsilon}_\gamma^p) \right) \\
 \frac{\partial R}{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}} &= C_r \left( \frac{1}{R_{n+1}} - 1 \right) \frac{\partial \Delta \lambda}{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}} \left\| -\frac{(\bar{\varepsilon}_v^p)}{3} \mathbf{I} + (\bar{\varepsilon}_\gamma^p) \right\| - \\
 &\quad C_r \Delta \lambda \frac{1}{R^2} \frac{\partial R}{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}} \left\| -\frac{(\bar{\varepsilon}_v^p)}{3} \mathbf{I} + (\bar{\varepsilon}_\gamma^p) \right\|
 \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

当  $\Delta \varepsilon_v + \Delta \lambda (\bar{\varepsilon}_v^p) = 0$  时, 有:

$$\frac{\partial G}{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}} = 0 \quad (41)$$

当  $\Delta \varepsilon_v + \Delta \lambda (\bar{\varepsilon}_v^p) \neq 0$  时, 有:

$$\frac{\partial G}{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)} \left[ \left( \frac{\partial \Delta \varepsilon_v}{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}} + \bar{\varepsilon}_v^p \frac{\partial \Delta \lambda}{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}} \right) \cdot \left( \frac{\varpi p'_n \exp \left[ -\varpi \left( \Delta \varepsilon_v + \Delta \lambda \bar{\varepsilon}_v^p \right) \right]}{\Delta \varepsilon_v + \Delta \lambda \bar{\varepsilon}_v^p} - \frac{K}{\Delta \varepsilon_v + \Delta \lambda \bar{\varepsilon}_v^p} \right) \right] \quad (42)$$

$$\frac{\partial \Delta \varepsilon_v}{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{\partial \Delta \varepsilon_{ii}}{\partial \Delta \varepsilon_{kl}} = \delta_{kl} \quad (43)$$

$$\frac{\partial \Delta \varepsilon_\gamma}{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{\partial \Delta \varepsilon_{\gamma,ij}}{\partial \Delta \varepsilon_{kl}} = \delta_{ik} \delta_{jl} - \frac{1}{3} \delta_{kl} \delta_{ij} \quad (44)$$

式中:  $\delta_{ik}$  为 Kronecker 算子;  $i, j, k, l = 1, 2, 3$ 。

将式 (40) 代入一致性条件:

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial f_1}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}} + \frac{\partial f_1}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}} + \frac{\partial f_1}{\partial p_c} \frac{\partial p_c}{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}} + \\
 \frac{\partial f_1}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}} + \frac{\partial f_1}{\partial \omega} \frac{\partial \omega}{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}} &= 0
 \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f_2}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial \Delta \varepsilon} + \frac{\partial f_2}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial \Delta \varepsilon} + \frac{\partial f_2}{\partial p_c} \frac{\partial p_c}{\partial \Delta \varepsilon} + \\ & \frac{\partial f_2}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial \Delta \varepsilon} + \frac{\partial f_2}{\partial \omega} \frac{\partial \omega}{\partial \Delta \varepsilon} = 0 \end{aligned} \quad (46)$$

求解联立方程组 (45)、(46) 可得  $\partial \Delta \lambda / \partial \Delta \varepsilon$ ，进而求得  $\partial p / \partial \Delta \varepsilon$  和  $\partial s / \partial \Delta \varepsilon$ ，代入下式可求得切线模量矩阵：

$$D_{n+1} = \frac{\partial \Delta \sigma_{n+1}}{\partial \Delta \varepsilon_{n+1}} = \frac{\partial s_{n+1}}{\partial \Delta \varepsilon_{n+1}} - \frac{\partial p_{n+1}}{\partial \Delta \varepsilon_{n+1}} \mathbf{I} \quad (47)$$

### 5 算法及模型验证

根据上面建立的应力更新算法及切线模量矩阵计算方法，在 ABAQUS 平台上开发了用户材料子程序 UMAT。该计算模块共有 11 个参数： $\alpha$ 、 $\lambda$ 、 $\kappa$ 、 $M$ 、 $\nu$ 、 $k_0$ 、 $OCR$ 、 $p_{c0}$ 、 $C_r$ 、 $t_s$  以及渗透系数  $k$ 。与修正剑桥模型相比，增加了参数  $\alpha$ 、 $C_r$ 、 $k_0$ 、 $t_s$ 。当参数  $C_r = 0$ 、 $\alpha = 1$ 、 $k_0 = 1$ 、 $t_s = 0$  时，改进 ALPHA 模型退化为修正剑桥模型。三轴剪切试验的数值模拟通常用来验证建立的数值计算模型的可靠性。基于修正剑桥模型，Sheng 等<sup>[9]</sup>采用误差控制的子增量显式积分算法对正常固结土 (NCC) 和超固结土 (OCC) 的三轴排水 (CD) 与不排水 (CU) 的剪切试验进行了流固耦合的数值模拟，即正常固结土的排水剪切试验 (CDNCC)、正常固结土的不排水剪切试验 (CUNCC)、超固结土的排水剪切试验 (CDOCC) 和超固结土的不排水剪切试验 (CUOCC)。问题简化为轴对称平面应变问题，计算采用的参数  $M = 1.2$ ， $\lambda = 0.2$ ， $\kappa = 0.02$ ， $\nu = 0.3$ ，前期等向固结压力  $p'_0 = 60$  kPa，渗透系数  $k = 10^{-8}$  m/s。模拟的正常固结土为弱超固结土，超固结比  $OCR = 1.2$ ，初始围压  $\sigma'_{i0} = \sigma'_{a0} = 50$  kPa，孔隙比  $e_0 = 1.5$ ；超固结土初始围压  $\sigma'_{i0} = \sigma'_{a0} = 10$  kPa，孔隙比  $e_0 = 1.53$ ，超固结比  $OCR = 6$ 。为验证所建立的本构积分算法的可靠性及改进模型的性能，以 Sheng 等模拟的三轴剪切试验为算例进行计算分析。三轴试样的尺寸、计算模型参数与 Sheng 等采用的相一致，不同之处是 Sheng 等采用的土体单元为 8 个 6 节点三角形单元，本文采用 8 个 8 节点四边形单元对计算域进行离散。

将改进 ALPHA 模型退化为修正剑桥模型，利用开发的子程序计算得到的偏应力与轴向应变关系、有效应力路径如图 4 所示，Sheng 等给出的计算结果也在图中绘出。由图可见，本文根据提出的半隐式积分算法编制的用户子程序计算结果与

Sheng 等采用的显示积分算法结果相吻合。对不排水剪切试验的模拟，弱超固结土在轴向应变约为 2% 时达到极限状态，计算获得的抗剪强度为 18.94 kPa；强超固结土无明显的应变软化现象，在轴向应变约为 3% 时达到极限状态，其抗剪强度为 16.13 kPa，二者的计算结果与 Wood<sup>[10]</sup>根据修正剑桥模型从理论上推导的饱和黏土不排水抗剪强度相一致。强超固结土在排水剪切试验中出现明显的应变软化，而弱超固结土呈现应变硬化趋势。对不排水剪切试验模拟得到的有效应力路径均达到临界状态线 CSL 中止；排水剪切试验中，弱超固结土的应力路径以 3:1 的斜率到达 CSL 后终止，而强超固结土在以 3:1 的斜率穿过临界状态线到达屈服面后又返回到临界状态线，进入破坏状态。有限元计算结果反映的土体变形特点符合临界状态理论<sup>[10]</sup>，说明本文建立的半隐式算法是合理的。

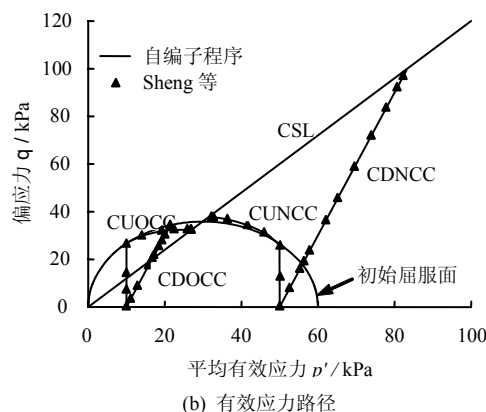
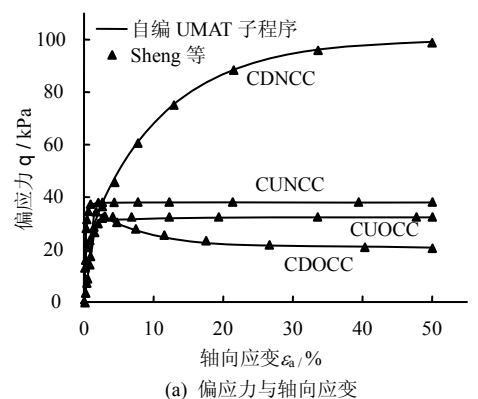


图 4 三轴试验数值模拟结果对比  
Fig.4 Comparison of simulation result for triaxial tests

仍以三轴试验模拟为例，分析次加载面模型和改进 ALPHA 模型所描述的土体变形特性。图 5 为  $\alpha = 1$ 、 $t_s = 0$ 、 $k_0 = 1$  时采用次加载面模型模拟的超固结土不排水试验结果，图中未标注的曲线为  $C_r$  取 40 kPa 时的计算结果。与修正剑桥模型相比，次加载面模型在达到偏应力的极限值时，预测的轴向

应变较大，且轴向应变的大小与参数  $C_r$  的取值有关，如对围压为 40 kPa 的超固结土的不排水剪切，当  $C_r = 40$  时轴向应变约在 8 % 时偏应力达到其极限值， $C_r = 120$  时相应的轴向应变约在 4 %，而修正剑桥模型相应的轴向应变约为 1 %。从  $p'-q$  平面上可以看出，对强超固结土的排水或不排水剪切试验的模拟，次加载面模型预测的应力路径在偏应力未达到初始屈服面时就出现转折，因而对出现应变软化的土样，其预测的峰值强度较修正剑桥模型低，峰值大小的调整可通过参数  $C_r$  的变化而实现。如围压为 10 kPa 时的排水剪切试验，修正剑桥模型预测的峰值强度为 34.22 kPa，次加载面模型预测的峰值强度为 29.97 kPa。计算对比说明，次加载面模型克服了修正剑桥模型预测的超固结土峰值强度过高的缺点，并且通过调整参数  $C_r$ ，可预测土体屈服面内的塑性变形。通过三轴试验模拟预测的土体变形特性与 Hashiguchi<sup>[7]</sup> 提出的次加载面理论相一致。

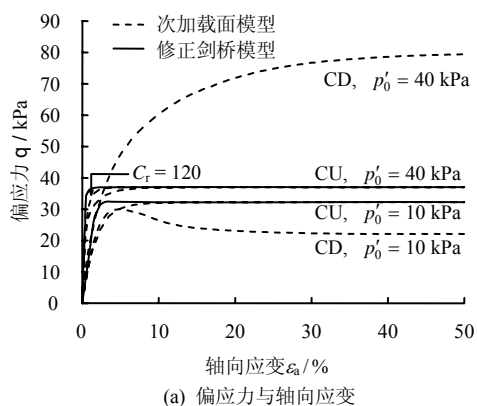


图 5 采用次加载面模型的三轴试验模拟结果  
Fig.5 Simulation result for subloading surface model

图 6 为  $\alpha = 0.5$ 、 $t_s = 0$ 、 $k_0 = 1$ 、 $C_r = 40$  时的改进 ALPHA 模型模拟三轴试验结果，与基于修正剑桥模型的次加载面模型相比，由于 ALPHA 模型

“干边”侧的屈服面形状的改变，使预测的强超固结土峰值强度降低更为明显，如围压为 10 kPa 时的排水剪切试验，其应变软化现象并不显著，预测的峰值强度为 18.43 kPa，较次加载面模型预测的峰值强度 29.97 kPa 低 38.5 %。

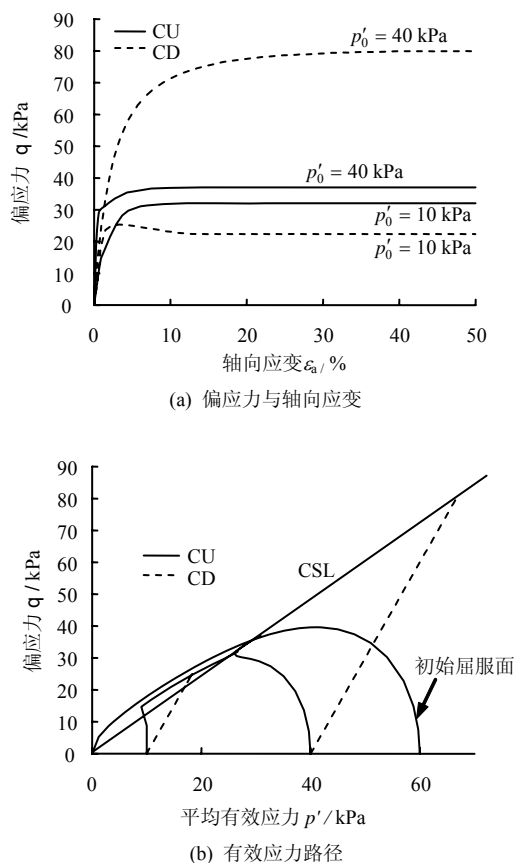


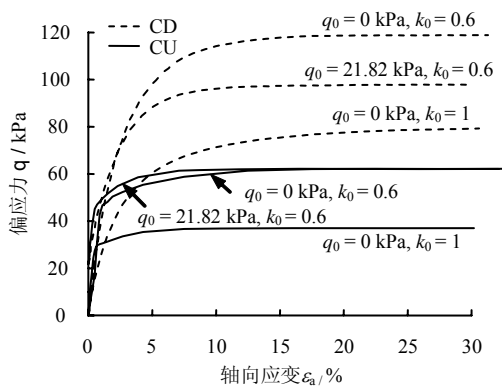
图 6 采用 ALPHA 模型的三轴试验模拟结果  
Fig.6 Simulation result for ALPHA model

图 7 为  $\alpha = 0.5$ 、 $t_s = 0$ 、 $k_0 = 0.6$ 、 $C_r = 40$  时的改进 ALPHA 模型模拟弱超固结土三轴试验结果，并与  $k_0 = 1.0$  的计算结果进行了对比。试样的初始应力状态分为等压固结和非等压固结两种情况，初始非等压固结时的偏应力为 21.82 kPa。从图中可以看出，对两种不同初始应力状态的试样的不排水剪切试验，考虑初始各向异性的模型预测的轴向极限偏应力相等，但其应力路径并不相同；对排水剪切试验，初始应力状态为等压固结的试样预测的极限偏应力较大。与不考虑初始各向异性时的应力路径止于临界状态线 CSL 不同，考虑初始各向异性时的应力路径穿过临界状态线而止于 Collins 等<sup>[8]</sup> 描述的排水破坏线 DFL (drained failure line)。

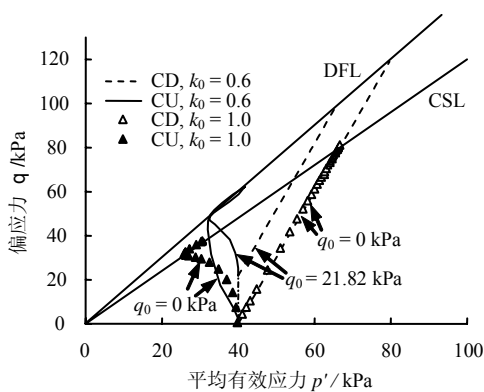
由上述三轴剪切试验的模拟结果对比及第 1 节对 ALPHA 模型的介绍可以看出，通过改变模型参数  $R$ 、 $C_r$ 、 $\alpha$ 、 $k_0$  的值，改进 ALPHA 模型可克服



修正剑桥模型预测的超固结土峰值强度高、不能反映初始屈服面内的非线性变形及塑性变形等缺点，模拟变形特性更为复杂的土体，并且可退化为次加载面模型和修正剑桥模型。需指出的是，参数的选取需根据试验结果采用试错法确定。



(a) 偏应力与轴向应变



(b) 有效应力路径

图 7 采用改进 ALPHA 模型的三轴试验模拟结果

Fig. 7 Simulation result for modified ALPHA model

## 6 结 语

通过对不同排水条件的三轴试验进行的数值模拟表明，提出的半隐式本构积分算法，可较好地实现复杂的本构模型的数值实施；改进的 ALPHA 模型克服了修正剑桥模型预测的超固结土峰值强度高、假定初始屈服面内为弹性变形等缺点，能够较好地反映土体初始屈服面内非线性和不可恢复性变形特征。通过变化模型参数，可以模拟变形特性较为复杂的土体。

### 参 考 文 献

[1] COLLINS I F, KELLY P A. A thermomechanical analysis of a family of soil models[J]. *Geotechnique*, 2002, 52 (7): 507—518.

[2] HASHIGUCHI K, UENO M. Elastoplastic constitutive laws of granular materials[C]//Constitutive Equations of Soils. Proceedings of 9th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Specialty Session 9. Tokyo: Japanese Society of Soil Mechanics and Foundation Engineering, 1977: 73—82.

[3] SHIBATA T. On the volume changes of normally consolidated clays[C]//Disaster Prevention Research Institute Annuals. Kyoto: Kyoto University, 1963: 128—134.

[4] OHTA H, HATA S. A theoretical study of the stress-strain relations for clays[J]. *Soils and Foundations*, 1971, 11: 765—789.

[5] SEKIGUCHI H, OHTA H. Induced anisotropy and time dependency in clays[C]//Constitutive Equations of Soils. Proceedings of 9th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Specialty Session 9. Tokyo: Japanese Society of Soil Mechanics and Foundation Engineering, 1977: 229—238.

[6] HASHIGUCHI K. On the linear relations of  $V\text{-ln}p$  and  $\ln v\text{-ln}p$  for isotropic consolidation soil[J]. *International Journal of Numerical and Analytical Method in Geomechanics*, 1995, 19: 367—376.

[7] HASHIGUCHI K. Subloading surface model in unconventional plasticity[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1989, 25 (8): 917—945.

[8] COLLINS I F, TAMSYN H. A theoretical framework for constructing elastic/plastic constitutive models of triaxial tests[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2002, 26: 1313—1347.

[9] SHENG D, SLOAN S W, YU H S. Aspects of finite element implementation of critical state models[J]. *Computational mechanics*, 2000, 26: 185—196.

[10] WOOD D M. Soil behavior and critical state soil mechanics[M]. London: Cambridge University Press, 1990.