

DOI: 10.16285/j.rsm.2017.1851

# 土-水特征曲线滞后阻塞模型

黎澄生<sup>1,2</sup>, 孔令伟<sup>1,2</sup>, 柏巍<sup>1</sup>, 安然<sup>1,2</sup>, 李甜果<sup>1,2</sup>

(1. 中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071; 2. 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘 要:** 基于 Young-Laplace 方程利用土-水特征曲线估算孔隙分布, 借鉴非饱和渗流统计模型, 建立了土-水特征曲线的滞后模型。在某一基质吸力下对应的毛细半径上限的毛细水对更大孔隙半径的毛细水具有阻塞作用, 阻塞概率与孔隙分布函数直接相关。孔隙分布函数自身属性体现了土体孔隙空间分布的非均匀性。该模型显示: 在高基质吸力与低基质吸力阶段, 脱湿曲线与吸湿曲线趋近相等; 中等基质吸力阶段, 脱湿曲线饱和度高于吸湿曲线饱和度, 两者的差值存在一个明显的峰值。并采用实例验证了该模型的可靠性, 发现该模型对中、细粒土预测效果较好, 而砂类土因孔隙分布不符合假设, 导致存在较大误差。对于砂类土等特征尺寸较大的土质, 引入阻塞概率修正系数, 发现最佳修正系数与土-水特征曲线半对数坐标下的土-水特征曲线最大斜率呈反比例关系。

**关键词:** 土-水特征曲线; 滞后; 阻塞概率; 模型

中图分类号: TU 43

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2018)02-0598-07

## Hysteresis model of soil-water characteristic curve

LI Cheng-sheng<sup>1,2</sup>, KONG Ling-wei<sup>1,2</sup>, BAI Wei<sup>1</sup>, AN Ran<sup>1,2</sup>, LI Tian-guo<sup>1,2</sup>

(1. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China; 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** Based on the Young-Laplace equation, the relationship between pore size distribution and soil-water characteristic curve is estimated. The lagging model of soil-water characteristic curve is established by referring to the statistical model of unsaturated seepage. The capillary water corresponding to the upper limit of the capillary radius under a certain suction of the substrate has a blocking effect on the capillary water of larger pore radius. The probability of obstruction is directly related to the pore distribution function. The pore size distribution function reflects the heterogeneity of spatial distribution of soil pores. The model shows that the desorption curve is almost identical to the absorption curve when the substrate is in high or low matric suction. The water content in the middle section of desorption is higher than that of the absorption curve, and there is a clear peak. The results show that the model works well for medium and fine granular soil, but the sandy soil porosity is beyond the model hypothesis and resulting large errors. For sandy soils, the introduction of blocking rate correction coefficient shows that the best correction factor and SWCC half log under the SWCC maximum slope inversely proportional relationship.

**Keywords:** soil-water characteristic curve(SWCC); hysteresis; blocking probability; model

## 1 引 言

土-水特征曲线可用于描述土体含水率和基质吸力的关系。土-水特征曲线是一个非常重要的工具, 它对非饱和土的应力、强度、变形及渗流都有很大的影响。土-水特征曲线存在明显的滞后效应, 在相同基质吸力下, 脱湿曲线的含水率明显高于吸

湿曲线的含水率。引起滞后的原因比较复杂, 滞后特征可以用多种机制来解释, 这些机制包括相对微观的尺度范围(颗粒本身)、相对宏观范围(颗粒之间), 主要包括: ①土体孔隙的非均匀分布几何效应, 通常称为墨水瓶效应; ②毛细冷凝作用, 当含水率相对较低时, 该作用将是惟一的吸湿过程; ③残余气体, 在吸湿过程中形成封闭的孔隙中闭合气体;

收稿日期: 2017-09-11

基金项目: 国家自然科学基金项目 (No.11672320, No.41372314)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (11672320, 41372314).

第一作者简介: 黎澄生, 男, 1992 年生, 博士研究生, 主要从事特殊土性质方面的研究。E-mail: lichengsheng@outlook.com

④膨胀和收缩，在吸湿和脱湿过程中，这两种作用将改变细粒土的结构；⑤接触角滞后作用，在脱湿和吸湿过程中，土颗粒和孔隙水交界面上的接触角有本质性的区别<sup>[1]</sup>。

非饱和土的工程特性紧密依赖于基质吸力，而基质吸力又与土中的含水率密切相关，许多学者提出了很多表达式<sup>[2-4]</sup>。如 Vanapalli 等<sup>[5]</sup>采用土-水特征曲线预测非饱和土的渗透性函数与强度特征；卢应发等<sup>[6]</sup>应用自然比例法研究了土-水特征曲线和渗透特征曲线特征，但未能从微观机制进行解释。大量试验表明，土-水特征曲线存在明显的滞后效应<sup>[7-8]</sup>，脱湿曲线高于吸湿曲线。

目前，各国学者从土-水特征曲线宏观表现的角度提出了许多滞后模型，如 Pham<sup>[9]</sup>、Nimmo<sup>[10]</sup>等提出多种经验模型；Poulovassilis 等<sup>[11]</sup>提出了域模型；Hassanizaded 等<sup>[12]</sup>采用热力学方法研究了土-水特征曲线的滞后问题；刘艳等<sup>[13]</sup>针对其关键问题，把不可恢复的含水率作为其中一个内变量并得出修正模型，较好地描述了土-水特征曲线滞后效应。从微观角度出发，William 等<sup>[14]</sup>基于热力学理论建立等粒径颗粒间弯液面方程求解方法，以此分析了土-水特征曲线的滞后现象，但未对滞后现象进行深入探讨。栾茂田等<sup>[15]</sup>提出了基于热力学理论的等粒径球体模型并采用迭代法确定了基质吸力，同时还提出了等效基质吸力，但未能给出其关键因素接触角本身的影响因素。贺炜等<sup>[16]</sup>同样基于热力学原理提出了非等粒径的毛细水计算方法，认为接触角是造成土-水特征曲线滞后的原因，但未能描述不同土颗粒间距对其的影响。

滞后因素中墨水瓶效应是其中一个重要的因素，它主要是土体孔隙分布非均匀造成的，在某一基质吸力作用下的毛细水对大孔隙毛细水具有隔水作用。但是目前鲜有针对墨水瓶效应的滞后模型，本文基于墨水瓶效应的隔水阻塞作用并借鉴非饱和渗透统计模型试图建立滞后模型，为认识滞后机制提供参考与借鉴。

## 2 土-水特征曲线滞后模型

多孔介质里的墨水瓶效应是由孔隙大小和形状的非均匀性分布造成的。如图 1 所示，毛细管具的半径不同，其中  $R > r$ 。当毛细流往上流时，此过程为吸湿过程，毛细上升的最大高度与毛细管的直径直接相关；当毛细流不断上升过程中，毛细流会在毛细管直径从小变大的交界处停止上升。毛细上升高度采用  $h_w$  来表示，当接触角为  $0^\circ$  时，上升最大

高度的基质吸力为  $2T_s / r$ ，其中  $T_s$  为水的表面张力系数。但如果此过程逆向发生，若图 1(b) 中毛细管事先被充满，在排水过程中，毛细作用能达到的高度  $h_d$  将在毛细半径从  $R$  变化到  $r$  的突变位置。试验表明，毛细管从填满到排水过程达到平衡状态时，相应的基质吸力也等于  $2T_s / r$ ，但在两种不同过程中，当基质吸力相同时，毛细管系统在排水过程中的含水率要多于吸湿过程的含水率<sup>[1]</sup>。

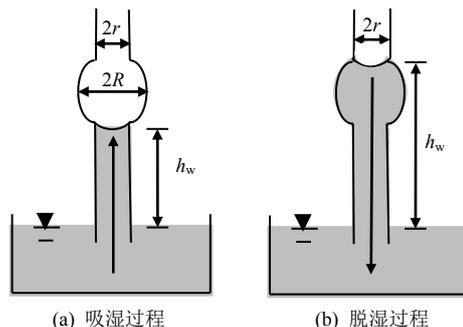


图 1 墨水瓶效应毛细管模型  
Fig.1 Capillary tube model for demonstrating ink-bottle effect

### 2.1 滞后阻塞模型

建立滞后阻塞模型必须先做出如下必要假设：

- (1) 孔隙之间是完全连通的；
- (2) 土体在任何区域分布均相同；
- (3) 接触角在脱湿与吸湿过程中是固定不变的；
- (4) 不考虑土体随含水率不同的变形。

土体由大小不均匀的孔隙组成，这些不规则的孔隙大小可以通过孔隙半径  $r$  来表征。定义孔隙体积分布 (pore size distribution, PSD) 函数为  $f(r)$ ， $f(r)dr$  则表示在单位体积下孔隙半径在  $[r, r + dr]$  区间内孔隙半径所占百分比，如图 2 所示。根据以上定义及假设 (2)，饱和度  $S_r$  与孔隙体积分布函数的微分关系为

$$dS_r = f(r)dr \tag{1}$$

对式 (1) 积分，可得孔隙分布函数  $f(r)$  与体积饱和度  $S_r$  的关系为

$$S_r(R) = \int_{R_{\min}}^R f(r)dr \tag{2}$$

式中： $R$  为被水充满的最大孔隙半径； $R_{\min}$  为土体的最小孔隙半径。当被水充填的半径达到最大孔隙半径  $R_{\max}$  时，土体处于饱和状态

$$S_{r,s} = \int_{R_{\min}}^{R_{\max}} f(r)dr \tag{3}$$

式中： $S_{r,s}$  为土体脱湿初始饱和度，一般为 1。

根据 Young-Laplace 方程，在毛细管内的气-水界面处达到力学平衡时，孔隙半径与基质吸力满足如下关系：

$$\left. \begin{aligned} s &= \frac{C}{R} \\ C &= 2T_s \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中： $s$  为基质吸力； $R$  为孔隙半径； $\alpha$  为接触角。

将式 (4) 代入式 (2)，可得基质吸力和饱和度的关系为

$$S_r(s) = C \int_{s(R)}^{s(R_{\max})} \frac{1}{s^2} f\left(\frac{C}{s}\right) ds \quad (5)$$

其中孔隙分布函数可以通过压汞试验、土-水特征曲线脱湿曲线反算等试验方法获得，本文模型采用土-水特征曲线进行反算孔隙分布。

式 (1) 未包含脱湿与吸湿过程方向，即不能区别出吸湿或脱湿过程，而是在理想状态下，孔隙均能被在相应基质吸力下的水充满，不存在滞后现象。因此，需要对式 (1) 作出必要的修正。

要考虑对吸湿、脱湿过程存在的滞后效应，就必须考察由非均匀的孔隙分布对水的渗流过程的影响。现考虑图 3，在脱湿渗流过程中由孔隙非均匀分布带来的阻塞概率。根据 Mualem 渗流统计模型<sup>[7]</sup>，对于表征单元 (REV) 在  $x$  方向上  $x \rightarrow x + \Delta x$  之间为  $\Delta x$  的薄片，假定  $x$  剖面与  $x + \Delta x$  剖面之间具有相同的孔隙分布，且等于孔隙分布函数  $f(r)$ 。在渗流过程中，孔隙不均匀对渗流的阻塞概率为

$$a(r, \rho) = H(\rho - r) f(r) f(\rho) dr d\rho \quad (6)$$

$$H(\rho - r) = \begin{cases} 1, & r < \rho \\ 0, & r \geq \rho \end{cases} \quad (7)$$

式中： $r$ 、 $\rho$  分别为不同的孔隙半径。

当  $r < \rho$  时表示脱水过程， $r \geq \rho$  表示吸湿过程。假设在理想状态下，吸湿过程并不会产生阻塞作用，只有脱湿过程才会产生阻塞作用。由于吸湿过程中水流是以细流、水蒸气凝结等进行，认为并不会发生阻塞现象。

如图 2 和图 3(b)所示，在脱湿过程中，基质吸力为  $s$  时对应的孔隙半径为  $R = C/s$ ，在  $r \in (0, R]$  区间的毛细水体对  $\rho \in (R, R_{\max})$  区间的毛细水体阻塞总概率为

$$A(R) = \int_R^{R_{\max}} \int_R^R a(r, \rho) dr d\rho = \int_0^R \int_R^{R_{\max}} f(r) f(\rho) dr d\rho = \int_0^R f(r) dr \cdot \int_R^{R_{\max}} f(\rho) d\rho \quad (8)$$

吸湿过程由式 (1) 确定饱和度，而脱湿过程由于阻塞作用，在基质吸力为  $s$  时与吸湿过程的饱和度存在如下关系：

$$S_{r,w}(s)(1 - A(R)) = S_{r,d} \quad (9)$$

式中： $S_{r,d}$  为脱湿饱和度； $S_{r,w}$  为吸湿饱和度。

假设孔隙分布如图 2 所示，模型计算可获得典型土-水特征曲线见图 4。从图中可以看出，基质吸力相同时，脱湿过程的饱和度大于吸湿过程的饱和度，两者的差随着基质吸力的增大先增大后逐渐减小趋于 0；阻塞概率随基质吸力的变化呈单峰曲线，两侧趋于 0，在基质吸力在 20 kPa 附近达到最大值 0.25。这与试验的吸湿和脱湿曲线变化趋势比较吻合。

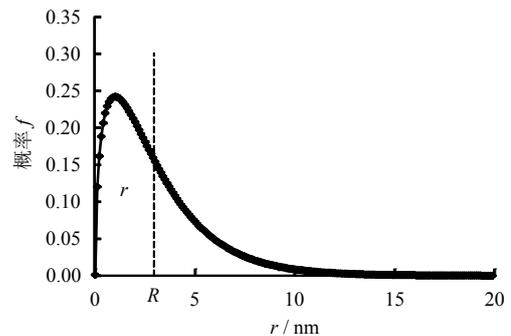
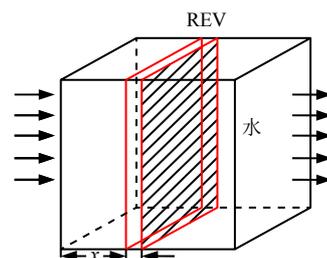
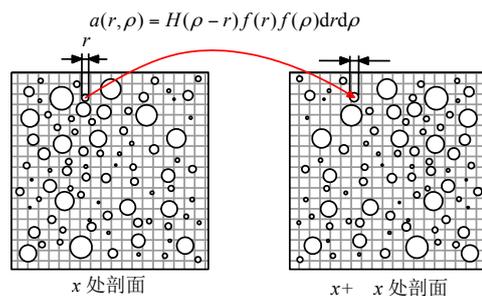


图 2 孔隙分布示意图  
Fig.2 Pore size distribution



(a) 土体表征单元体 (REV) 渗透示意图



(b)  $x$  处剖面 和  $x + \Delta x$  剖面某一渗透路径阻塞概率

图 3 阻塞统计模型概化<sup>[18]</sup>

Fig.3 Statistical probability model<sup>[18]</sup>

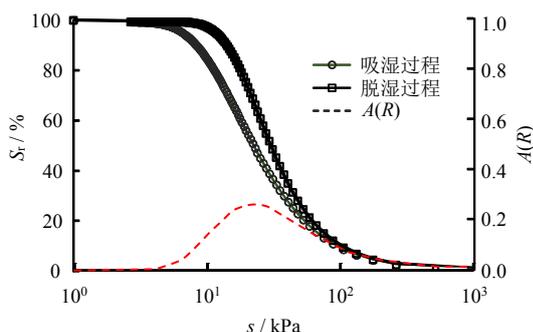


图 4 典型土-水特征曲线滞后示意图

Fig.4 Conceptual illustration of hysteresis in soil-water characteristic curve

### 2.2 模型修正

建模过程中假设孔隙分布是完全按照  $f(r)$  分布的，并且是完全连通的，这与实际土体差别较大。土体中存在封闭孔隙，这样在吸湿和脱湿过程中阻塞概率均为 1。因此，对式 (6) 进行修正，考虑封闭孔隙对阻塞的影响。

由于土体孔隙的真实分布是很难精确测定的，可以简化假设由闭塞孔隙引起的随机阻塞概率  $\varepsilon$  服从标准正态分布  $N(0,1)$ ，则式 (6) 改成

$$a'(r, \rho) = (H(\rho - r)f(r)f(\rho) + \varepsilon)drd\rho \quad (10)$$

代入式 (8) 可得修正后的阻塞概率为

$$A'(R) = \int_0^R f(r)dr \cdot \int_R^{R_{max}} f(\rho)d\rho + \left( \int_0^{R_{max}} \varepsilon dr \right)^2 \quad (11)$$

### 3 试验与验证

在试验中，吸湿曲线所需的时间远大于脱湿曲线，若可以根据稍微简单的脱湿曲线预测吸湿曲线，则可以节省很大的试验成本。

实际处理时，采用土-水特征曲线的差分估算孔隙分布，数据数目将减少 1 位，但  $S_{r,i}$  所对应的  $f(r_i)$  的值难以确定，经过大量计算表明其对后期计算影响比较大，所以做出如下处理

$$f'(r_i) = \begin{cases} 0, & i = 1 \\ S_{r,i} - S_{r,i-1}, & i > 1 \end{cases} \quad (12)$$

式中： $f'(r_i)$  为对第  $i$  个数据点修正后的孔隙分布概率；体积饱和度  $S_r$  是按照从大到小的顺序进行排列。

式 (12) 的处理方式即，一般情况下默认在当前试验数据的最高基质吸力点其孔隙概率分布为 0。这可能与理论并不相符，但对于高基质吸力阶段比较平缓的曲线，此处理带来的误差可能并不大。

本模型理论是基于全范围基质吸力的土-水特征曲线，但在模型实际预测中，很多试验数据并不是全吸力范围的土-水特征曲线，而只是其中的主要

部分，但这会导致在曲线的最高吸力后的  $f(r)$  的分布值难以确定。为进行有效预测，饱和度统一根据脱湿曲线转化成的饱和度  $S_r$  计算。

### 3.1 中细颗粒土

从图 5 可以看出，以某粉质土为例，由脱湿曲线预测的吸湿曲线与试验整体吻合较好，在  $s > 100$  kPa 后误差稍微增大，但在  $s < 1$  kPa 的区域，模型预测与试验结果误差增大。如图 6 所示的阻塞概率为理论上的单峰形式，先增大后减小，并在土-水特征曲线上最明显阶段附近达到峰值，最大阻塞概率约为 0.306。图 7、8 分别是粉砂土和火山灰的土-水特征曲线与模型预测曲线对比图。模型预测

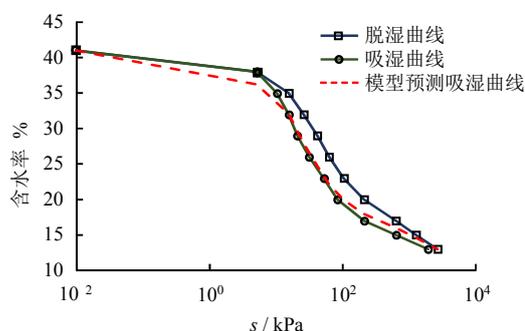


图 5 粉质土土-水特征曲线试验结果<sup>[11]</sup>与模型预测结果对比  
Fig.5 Comparisons of measured data<sup>[11]</sup> and model results of SWCC of silty soil

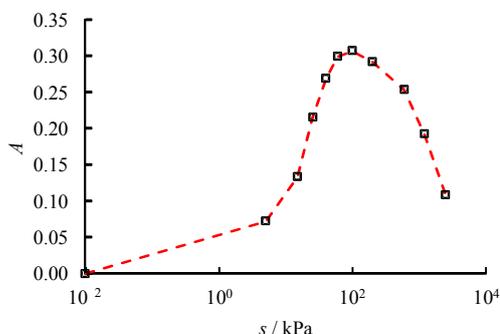


图 6 粉质土土-水特征曲线阻塞概率  
Fig.6 Blocking probability of SWCC of silty soil

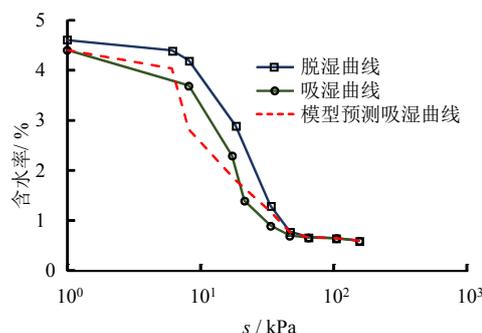


图 7 粉砂土土-水特征曲线试验结果<sup>[19]</sup>与模型预测结果对比  
Fig.7 Comparisons of measured data<sup>[19]</sup> and model results of SWCC of silty soil

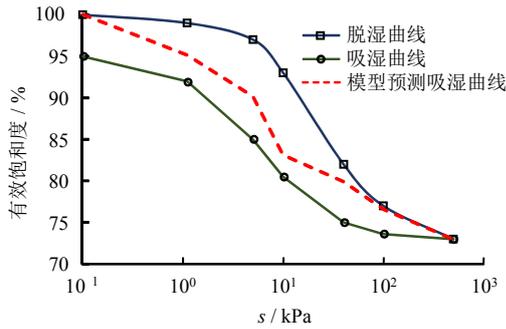


图8 火山灰土-水特征曲线试验结果<sup>[20]</sup>与模型预测结果对比  
Fig.8 Comparisons of measured data<sup>[20]</sup> and model results of SWCC of volcanic soil

的吸湿土-水特征曲线和试验数据整体上趋势相近,在基质吸力中间阶段预测能力较好,但在高基质吸力和低基质吸力阶段还是存在一些误差。

### 3.2 细粒土

从图9中淤泥质土和图10中黏土可以看出,土-水特征曲线在基质吸力中间段部分,模型预测具有一定的可靠性,但其他区域存在较大的误差。两种土的吸湿曲线和脱湿曲线在高基质吸力阶段出现较大差异,而不是出现在土-水特征曲线变化最陡的区间,这与模型相差较大。

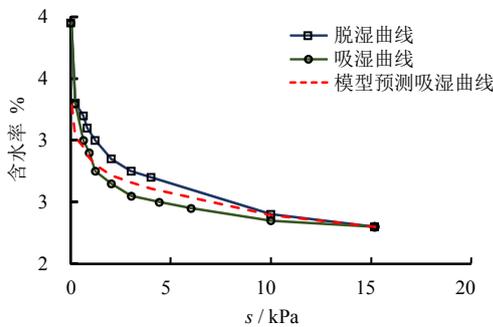


图9 淤泥质土土-水特征曲线试验结果<sup>[20]</sup>与模型预测结果对比  
Fig.9 Comparisons of measured data<sup>[20]</sup> and model results of SWCC of mud

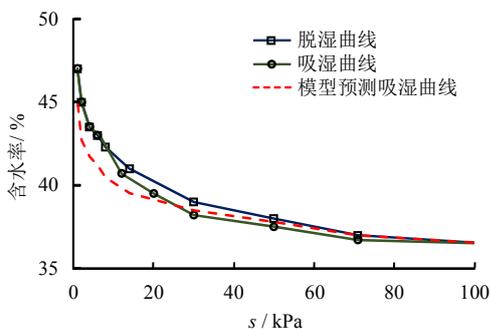


图10 黏土土-水特征曲线试验结果<sup>[20]</sup>与模型预测结果对比  
Fig.10 Comparisons of measured data<sup>[20]</sup> and model results of SWCC of clay

### 3.3 砂类土

图11中的中细砂和图12中砂土的结果显示,模型对砂类土的预测结果不理想,在曲线整个区域的变化趋势相差较大。这两类土的脱湿和吸湿的土-水特征曲线在整个区域均存在很大差异,脱湿饱和度约是吸湿饱和度的5倍,此值远远超出了模型的理论值。两者仅在土-水特征曲线两端趋于相等。

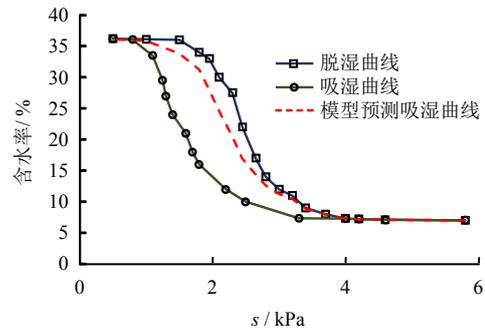


图11 中细砂土-水特征曲线试验结果<sup>[20]</sup>与模型预测结果对比  
Fig.11 Comparisons of measured data<sup>[20]</sup> and model results of SWCC of fine medium sand

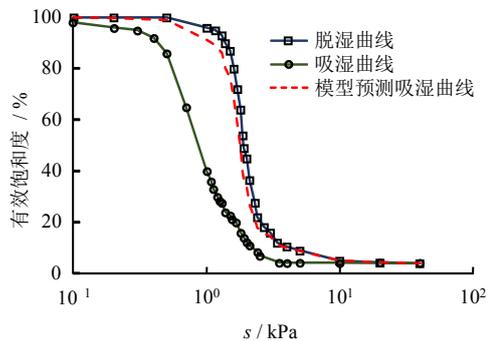


图12 砂土土-水特征曲线试验曲线<sup>[21]</sup>与模型预测结果对比  
Fig.12 Comparisons of measured data<sup>[21]</sup> and model results of SWCC of sand soil

## 4 模型讨论

从以上7组试验结果和模型预测对比分析可以看出,该模型在基质吸力中间段部分具有较好的预测能力,但其他区域存在较大的误差。根据式(8)可知,当处于基质吸力中间段部分时,积分公式可以更均衡地获取土-水特征曲线两端的信息;而试验获得的土-水特征曲线难免存在一定误差或波动,如果靠近土-水特征曲线两端,试验曲线的误差就有可能被放大。特别是当砂土在低基质吸力阶段,由于含水率较高而水气比表面积较小,土体中水受到的重力影响加大,造成模型预测误差增大。

从图13可以看出,砂土中的颗粒土几何特征显

著,在模型中表征单元(REV)在  $x$  方向上  $x \rightarrow x + \Delta x$  之间为  $\Delta x$  的薄片(见图 3(a)),  $x$  和  $x + \Delta x$  处的孔隙分布并不是完全均匀的  $f(r)$  分布,而是具有强相关性即变化是连续的或具有突变性(非球形颗粒砂)。这些特性在本模型中不能被很好地描述,所以该模型对砂土的预测能力很有限。

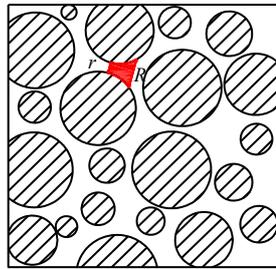


图 13 砂土孔径变化示意图

Fig.13 Pore size change model for sand soil

结合砂土的模型预测分析,砂土的阻塞概率并不符合式(11)的理论值,所以对其进行试探性修正,引入阻塞修正系数  $\eta$ ,对式(11)进行如下修正:

$$A(\eta R) = (A(R))^\eta \tag{13}$$

当  $\eta$  取不同值时,可以得到吸湿曲线与试验值的对比,如图 14 所示。从图中可以看出,随着修正系数  $\eta$  的减小,模型预测值与试验曲线逐渐接近,在  $\eta = 0.2$  时,模型预测效果达到最佳;随着  $\eta$  的继续增大,模型预测能力下降。

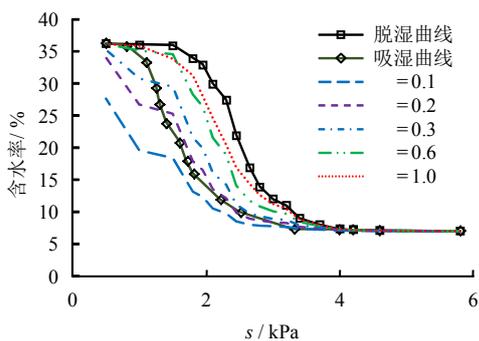


图 14 不同修正值的模型预测情况

Fig.14 Model results of different values of

针对上述 7 类土,试分析修正系数与模型预测结果之间的关系。从图 11 中细砂和图 12 砂土可以看出,土-水特征曲线(半对数坐标)的斜率很大,并具有显著的滞后特征。而其他土的土-水特征曲线斜率并没有这么显著,因此,取试验土-水特征曲线脱湿曲线的最大斜率为

$$K_{max} = \max \left| \frac{S_{r,i+1} - S_{r,i}}{\lg s_i - \lg s_{i+1}} \right| \tag{14}$$

各类土的最佳修正系数与曲线最大斜率列于表 1。从图 15 可以看出,曲线最大斜率与最佳修正参数是呈反比关系。在半对数坐标下,土体特征颗粒越大,土-水特征曲线滞后越明显,土-水特征曲线的最大斜率  $K_{max}$  越大,需要对理论阻塞概率  $A(R)$  修正的幅度越大。在工程应用中由脱湿曲线预测吸湿曲线,此处得出的线性回归公式仅提供了一个阻塞修正系数的初步参考值。

表 1 各类土的最佳修正系数与最大斜率

Table 1 The best revision coefficients and maximum slopes of various soils

土质	$K_{max}$	土质	$K_{max}$		
粉质土	0.170 37	1.00	黏土	0.066 44	1.05
粉砂土	0.607 81	0.90	中细砂	6.864 73	0.20
火山灰	0.553 65	0.60	砂土	7.022 26	0.30
淤泥质土	0.080 04	1.03			

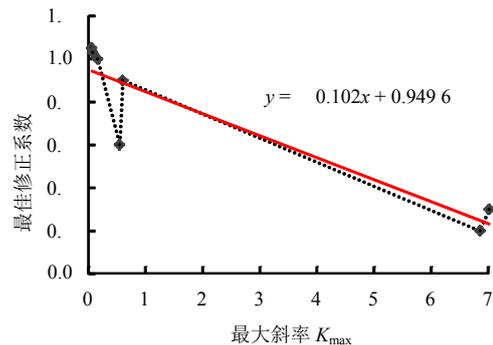


图 15 最佳修正系数与最大斜率的关系

Fig.15 Relationship between the best revision coefficient and maximum slope

综上所述,模型对细粒土的预测具有一定的可靠性,但对砂土的预测效果却较差。这是因为在模型核心假设中认为土体中任何位置均符合  $f(r)$  分布,对于颗粒或者孔隙特征尺度较大的砂土,这一假设显然不成立。砂土颗粒性显著,相邻的孔隙分布具有很强的相关性,超出了模型的预测能力。考虑模型修正引入阻塞概率修正系数,发现最佳修正系数与土-水特征曲线最大斜率呈反比例关系。

## 5 结 论

(1)借鉴非饱和渗透的统计模型,根据 Young-Laplace 方程中基质吸力与孔隙半径的关系,分析由孔隙分布自身属性而造成的非均匀分布对脱湿滞后的影响,提出土体脱湿过程中的滞后阻塞模型,

即量化描述墨水瓶效应。

(2) 模型对中、细砂土具有一定的预测意义, 整体趋势较为相近, 但砂类土超出模型预测能力, 预测结果相差较大。对于砂土等特征尺度比较大的土质, 引入阻塞概率修正系数, 发现最大修正系数与土-水特征曲线最大斜率呈反比例关系。

(3) 模型假设对一般土体比较苛刻, 造成在部分土的土-水特征曲线吸湿曲线预测效果较差。本文试图借鉴非饱和统计模型描述墨水瓶效应进行探索, 但土-水特征曲线滞后在实际中滞后因素还受接触角、残余气体、膨胀收缩等多种因素的影响, 想要更精确地描述滞后现象并且推广实践还需要做很多更深入的工作。

### 参 考 文 献

- [1] NING LU, WILLIAM J LIKOS. 非饱和土力学[M]. 韦昌富等译. 北京: 高等教育出版社, 2012.  
NING LU, WILLIAM J LIKOS. Unsaturated soil mechanics[M]. Translated by WEI Chang-fu, et al. Beijing: Higher Education Press, 2012.
- [2] FREDLUND D G, XING A. Equations for the soil-water characteristic curve[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1994, 31: 521—532
- [3] FREDLUND M D, FREDLUND D G, WILSON G W. Prediction of the soil-water characteristic curve from the grain-size distribution curve[C]//Proceedings of the 3rd Symposium on Unsaturated Soil. Brazil: [s. n.], 1997: 13—23.
- [4] CLAPP R B, HORNBERGER G M. Empirical equations for some soil hydraulic properties[J]. **Water Resources Research**, 1978, 14(4): 601—604
- [5] VANAPALLI S K, FREDLUND DG, PUF AHL D E. The influence of soil structure and stress history on the soil-water characteristics of a compacted till[J]. **Geotechnique**, 1999, 49(2): 143—159.
- [6] 卢应发, 陈高峰, 罗先启, 等. 土-水特征曲线及其相关性研究[J]. 岩土力学, 2008, 29(9): 2481—2486.  
LU Ying-fa, CHEN Gao-feng, LUO Xian-qi, et al. Study of soil-water characteristic curve and its influential factors[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2008, 29(9): 2481—2486.
- [7] FREDLUND D G, RAHARDJO H. Soil mechanics for unsaturated soil[M]. New York: John Wiley & Sons, 1993.
- [8] TOPP G C. Soil water hysteresis in silt loam and clay loam soil[J]. **Water Resources Research**, 1971, 7(4): 914—920.
- [9] PHAM H Q, FREDLUND D G, BARBOUR S L. A study of hysteresis model for soil-water characteristic curves[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2005, 42(6): 1548—1568.
- [10] NIMMO J R. Semi-empirical model of soil water hysteresis[J]. **Soil Science Society of American Journal**, 1992, 56: 1723—1723.
- [11] POULOVASSILIS A. Hysteresis of pore water—An application of the concept of independent domains[J]. **Soil Science**, 1962, 93: 405—412.
- [12] HASSANIZADEH S M, GRAY W G. Thermodynamics basis of capillary pressure in porous media[J]. **Water Resources Research**, 1993, 29: 3389—3405.
- [13] 刘艳, 赵成刚. 土-水特征曲线滞后模型的研究[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(3): 399—405.  
LIU Yan, ZHAO Cheng-gang. Hysteresis model for soil-water characteristic curves[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2008, 30(3): 399—405.
- [14] WILLIAM J L, NING L. Hysteresis of capillary stress in unsaturated granular soil[J]. **Journal of Engineering Mechanics, ASCE**, 2004, 130(6): 646—655.
- [15] 栾茂田, 李顺群, 杨庆. 非饱和土的理论土-水特征曲线[J]. 岩土工程学报, 2005, 27(6): 611—615.  
LUAN Mao-tian, LI Shun-qun, YANG Qing. Theoretical soil-water characteristic curve for unsaturated soils[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2005, 27(6): 611—615.
- [16] 贺炜, 赵明华, 陈永贵, 等. 土-水特征曲线滞后现象的微观机制与计算分析[J]. 岩土力学, 2010, 31(4): 1078—1083.  
HE Wei, ZHAO Ming-hua, CHEN Yong-gui, et al. Theoretical study of microscopical mechanisms and computational method of hysteresis in SWCCs[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(4): 1078—1083.
- [17] SUN D A, SHENG D C, SLOAN S W. Elastoplastic modelling of hydraulic and stress-strain behaviour of unsaturated soils[J]. **Mechanics of Materials**, 2007, 39(3): 212—221.
- [18] 胡冉, 陈益峰, 周创兵. 考虑变形效应的非饱和土相对渗透系数模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(6): 1279—1287.  
HU Ran, CHEN Yi-feng, ZHOU Chuang-bing. A relative hydraulic conductivity model for unsaturated deformable soils[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2013, 32(6): 1279—1287.
- [19] 沈荣开. 非饱和土壤水运动滞后效应的研究[J]. 土壤学报, 1993, 30(2): 208—216.  
SHEN Rong-kai. Effect of hysteresis on water movement in unsaturated soils[J]. **Acta Pedologica Sinica**, 1993, 30(2): 208—216.
- [20] NG C W W, PANG Y W. Experimental investigations of the soil-water characteristics of a volcanic soil[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2000, 37(6): 1252—1264.
- [21] LINS Yvonne, ZOU Yazhou, SCHANZ Tom. Physical modeling of SWCC for granular materials[J]. **Theoretical and Numerical Unsaturated Soil Mechanics**, 2007, 113: 61—74.