

DOI: 10.16285/j.rsm.2016.0313

基于不同方向模量损失率的含瓦斯煤 各向异性渗透模型

亓宪寅^{1,2}, 李家卓^{2,3}, 王 威⁴

(1. 长江大学 岩土力学与工程研究中心, 湖北 荆州 434023;

2. 安徽理工大学 省部共建深部煤矿采动响应与灾害防控国家重点实验室(筹), 安徽 淮南, 232001;

3. 安徽理工大学 能源与安全学院, 安徽 淮南, 232001; 4. 中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071)

摘 要: 煤是自然界中一种常见的沉积岩, 它具有显著的各向异性特征。然而目前针对煤体渗透特性研究, 多数学者为了简化问题, 多假设煤体为各向同性材料, 提出了相应的各向同性渗透模型。这类模型并不能完全反映含瓦斯煤气-固耦合真实工程和室内试验的实际情况。假设煤体为横观各向同性, 推导出以不同方向模量损失率为关键参数的煤体各向异性渗透模型, 在此基础上, 推导出含瓦斯煤的气-固耦合控制方程, 并植入 Comsol 计算平台, 系统研究煤体各向异性对气体扩散和渗透的影响。理论和数值研究结果表明: 不同方向的模量损失率 R_i 反映出煤体结构各向异性变化程度, 若 R_i 不同, 其煤体各方向渗透特性也不相同; 煤体渗透率的改变主要受解吸附效应和有效应力作用双重影响, R_i 反映了这两种效应对于渗透率的影响程度; 单轴应变或位移控制边界条件下, 水平方向的模量损失率 R_1 对于垂直方向的煤体渗透率改变量 Δk_z 的影响程度大于对水平方向的煤体渗透率改变量 Δk_x 的影响程度, 垂直方向模量损失率 R_3 对 Δk_z 的影响则弱于对于 Δk_x 的影响。

关 键 词: 含瓦斯煤; 弹性模量损失率; 解吸附效应; 渗透模型; 各向异性; 气-固耦合

中图分类号: O 319.56

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598(2018)02-0635-09

An anisotropic permeability model of coal containing methane based on different directional modulus reduction ratios

QI Xian-yin^{1,2}, LI Jia-zhuo^{2,3}, WANG Wei⁴

(1. Research Center of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Yangtze University, Jingzhou, Hubei 434023, China;

2. State Key Laboratory of Mining Response and Disaster Prevention and Control in Deep Coal Mine, Anhui University of Science and Technology, Huainan, Anhui 232001, China; 3. School of Mining and Safety Engineering, Anhui University of Science and Technology, Huainan, Anhui 232001, China;

4. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China)

Abstract: Coal, as a typical sedimentary rock, has a naturally anisotropic feature. For simplicity, coal is considered as an isotropic material in the study of coal permeability, and the corresponding isotropic permeability models have been proposed. However, the actual situation of gas-solid coupling in the field and laboratory tests cannot be well reflected by these models. In this paper, coal is treated as transversely isotropic, and an anisotropic permeability model is developed by using different directional modulus reduction ratios as the key parameters. The developed model is further implemented in COMSOL multiphysics software to comprehensively investigate the effect of coal anisotropy on gas diffusion and penetration. Theoretical and numerical results show that different directional modulus reduction ratios (R_i) reflect the degree of anisotropy of the coal structure. When R_i is different, the coal permeability is also not the same. Coal permeability is mainly governed by mechanical effects and desorption effects, and meanwhile, these two effects on each direction of the permeability of coal are controlled by boundary conditions. R_i is a reflection of these two effects. Under the uniaxial strain or displacement control boundary condition, the horizontal modulus reduction ratio (R_1) has more significant effect on the amount of permeability change in the vertical direction (Δk_z) than on that in the horizontal direction (Δk_x). However, the vertical modulus reduction ratio (R_3) has less effect on Δk_x than on Δk_z .

Keywords: coal containing methane; elastic modulus reduction ratio; desorption effects; permeability model; anisotropic; gas-solid coupling

收稿日期: 2016-04-25

基金项目: 国家重点研发计划 (No. 2017YFC0804202); 深部煤矿采动响应与灾害防控安徽省重点实验室开放基金 (No. KLDCMERDPC17105)。

This work was supported by the National Key Research and Development Program of China (2017YFC0804202) and the Open Foundation of Key Laboratory of Deep Coal Mine Excavation Response & Disaster Prevention and Control, Anhui Province (KLDCMERDPC17105).

第一作者简介: 亓宪寅, 男, 1986 年生, 博士研究生, 主要从事煤层气试验和数值仿真方面的研究。E-mail: qixianyin001@163.com

通讯作者: 李家卓, 男, 1986 年生, 博士研究生, 主要从事岩体多场耦合方面的研究。E-mail: 592859929@qq.com

1 引言

自然界中,煤是一种典型的非均质化介质,具有明显的层理状结构,这使得煤体在平行于层理方向与垂直于层理方向的宏观力学性质有着明显不同,即煤也是一种横观各向同性体。不仅在力学性质上煤体表现出明显的方向性,大量的试验和生产数据表明煤体在渗透性上也具有明显的各向异性。1967年, Pomeroy 等^[1]首次在试验中发现了在不同层理方向上煤的渗流速度不同。Koenig 等^[2]曾在1987年关于黑勇士煤气田的一份报告中指出,煤层中平行层理面方向的渗透率相比垂直方向高达17倍之多。Gash 等^[3]认为,层理和节理结构的存在导致煤体会受到方向性的压缩或位移,进而会导致渗透率的各向异性,并在固定围压条件下的水渗试验中测得煤在层理、端割理、面割理3个方向上的渗透率均不相同。Day 等^[4]在煤的气体(CO₂、N₂、CH₄)渗透试验中也得到了与Gash相似的结论。虽然大量学者观察到了煤体渗透率的各向异性现象,但关于煤体渗透率的数学模型却大多是以煤体为各向同性体的假设前提进行研究的,其侧重点在于考虑煤体的有效应力和吸附效应对于渗透率的影响。以 Seidle 等^[5]对于煤体自由膨胀状态下的吸附应变方程为基础, Shi 等^[6]将吸附应变转变成应力形式,从应力的角度推导了煤的渗透率方程。而 Palmer 等^[7]则结合立方定律从应变的角度推导了煤的渗透率方程。后来学者也多以这两种模型为基础,研究了煤在不同围压、气压或有效应力下的气体渗透特性。虽然这些模型均考虑了有效应力的压缩作用和吸附的膨胀作用,都可以较好地吻合煤的气体渗透率试验结果,但上述这些理论都只是考虑单一煤体,未考虑煤的宏观材料属性对于渗透率的影响,自然也就未考虑层理面结构造成的煤体宏观属性的横观各向同性及其造成相应的渗透率的方向性差异。

当然也有学者考虑了煤的渗透各向异性问题。张宏学等^[8]结合有效应力-应变法则(effective stress-strain constitutive law)推导了煤系页岩中不同方向的渗透率,但其仍然假设煤系页岩为各向同性材料,采用线弹性模型计算。Gu 等^[9]则认为,煤体是天然分割的岩体,各方向所受到的有效应变(effective strain)不同,开度的改变也不同,进而引起了各方向渗透率的不同。祝捷等^[10]提出了吸附的各向异性概念,认为煤体在不同方向上的吸附应变存在差异,因此,在恒定有效应力下也会造成渗

透的各向异性。上述研究未将煤的宏观力学特性和渗透特性很好地结合起来。实际上材料的宏观力学特性反映了煤的材料属性及其不同方向的变形能力,而且宏观力学特性比较容易测量出来。建立煤的宏观力学特性与渗透各向异性特征之间关系,对于深入理解煤气-固耦合机制有着重要的理论和现实意义。

本文将建立考虑各向异性的渗透模型,并在此基础上,提出煤气-固耦合模型,利用 Comsol 计算平台,数值模拟分析了弹性模量等宏观力学参数对于煤渗透各向异性的影响,确定了弹性模量损失率是影响煤层气产出的关键参数之一。

2 基于材料属性的煤体渗透模型

2.1 煤体结构模型

许多学者将煤体作为一种双重介质来研究,即煤体是由裂隙系统和被其切割的基质孔隙系统构成,它具有两种渗透率(裂隙渗透率和基质渗透率)和两种孔隙度(裂隙孔隙率和基质孔隙率)。一般认为裂隙系统作为气体运移的主要场所,而基质孔隙系统则是气体储存的主要场所。Robertson^[11]指出基质渗透率与裂隙渗透率之间相差高达8个数量级之多,因此,大部分学者通常忽略基质渗透率对于煤体的影响。当然,近年来也有学者吕润生^[12]认为基质渗透率对于煤体的整体渗透特性的影响不可忽略。本文出发点在于考虑煤体渗透的各向异性,而裂隙构成的煤体结构面是造成煤体渗透各向异性的主要原因,因此,本文将重点考虑基于裂隙开度影响的煤体渗透率,忽略基质渗透率对于煤体整体渗透特性的影响。模型结构示意图如图1所示,其中 b_1 、 b_2 、 b_3 分别为 x 、 y 、 z 方向裂隙开度(m); s 为裂隙间距(m)。

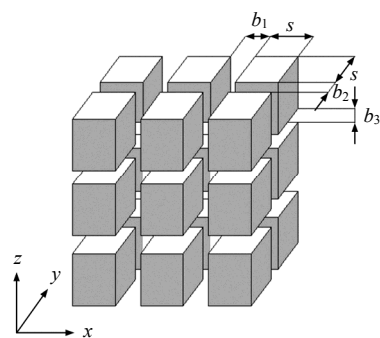


图1 煤体结构示意图

Fig.1 Schematic of coal structure

2.2 考虑煤体各向异性的渗透率模型推导

对于裂隙岩体渗透率模型,国内外学者进行了

大量的研究。Seidle 等^[5]以 Matchstick 群几何模型为基础，假设煤体为各向同性材料，建立了以应变为基础的渗透率变化模型。Palmer 等^[7]在此基础上，从应变的角度推导孔隙率的变化，进而推导出考虑有效应力和吸附效应的渗透率模型，得到国内外学者的广泛认同，其模型为

$$\frac{k}{k_0} = \left[1 + \frac{C_m}{\varphi_0} (p - p_0) + \frac{\varepsilon_1}{\varphi_0} \left(\frac{K}{M} - 1 \right) \right] \cdot \left(\frac{bp}{1+bp} - \frac{bp_0}{1+bp_0} \right)^3 \quad (1)$$

$$C_m = \frac{1}{M} - \gamma \left(\frac{K}{M} + f - 1 \right) \quad (2)$$

式中： k 为渗透率 (m^2)； k_0 为初始渗透率 (m^2)； φ_0 为初始孔隙率； ε_1 和 b 分别为吸附应变拟合参数； p 为孔隙内气体压力 (MPa)； p_0 为初始气体压力 (MPa)； K 为煤体弹性模量 (GPa)； M 为压缩模量 (GPa)； γ 为煤基质颗粒压缩系数； f 为取值 0~1 的修正系数。

刘继山等^[13]仍然从应变的角度出发，假设煤体为服从线弹性模型各向同性材料，虽然其模型已经可以描述单轴应变条件下的渗透各向异性情况，但仍然不能描述固定围岩位移边界等条件下的煤体渗透各向异性情况。究其原因，本文认为上述模型并没有考虑煤体是横观各向同性材料的实际情况，基于煤体为各向同性材料的渗透率模型自然不能完全反映含瓦斯煤渗透各向异性真实工程和室内试验的实际情况。

本文假设煤体为横观各向同性材料，从应变角度考虑各方向开度变化造成的渗透各向异性模型。如图 2 所示，可令 $i = 1, 2, 3$ 分别代表 x, y, z 3 个方向。

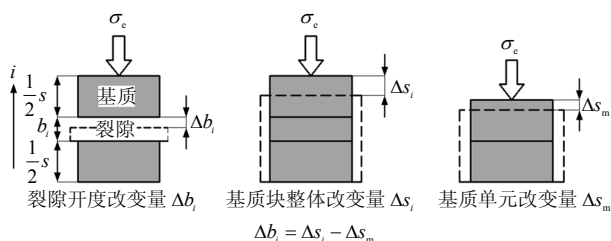


图 2 裂隙开度变化示意图
Fig.2 Schematic of the opening crack change

前文已提到将煤体作为双重介质模型来考虑，因此，基质块整体（基质单元与裂隙单元组成的整

体结构）变形量 (Δs_i) 应是基质单元的变形量 (Δs_m) 与裂隙开度的变形量 (Δb_i) 之和，可以得到：

$$\Delta b_i = \Delta s_i - \Delta s_m = (b_i + s) \frac{\Delta \sigma_e}{E_i} - s \frac{\Delta \sigma_e}{E_m} = b_i \left[1 + \frac{s}{b_i} \left(1 - \frac{E_i}{E_m} \right) \right] \frac{\Delta \sigma_e}{E_i} \quad (3)$$

式中：下标 i 代表方向； b_i 为 i 方向裂隙开度 (m)； σ_e 为有效应力 (MPa)； E_i 为煤体 i 方向的弹性模量 (GPa)； E_m 为煤体基质单元的弹性模量 (GPa)。

为计算方便，可令 $b_1 = b_2 = b_3$ ，引用刘继山等^[13]关于开度与孔隙率的定义，可以得到三维情况下：

$$\varphi_{f0} = \frac{3b_i}{s} \quad (4)$$

式中： φ_{f0} 为裂隙初始孔隙率。

将式 (6) 代入式 (5)，可得

$$\frac{\Delta b_i}{b_i} = \left[1 + \frac{3 \left(1 - \frac{E_i}{E_m} \right)}{\varphi_{f0}} \right] \frac{\Delta \sigma_e}{E_i} = \left[1 + \frac{3(1 - R_i)}{\varphi_{f0}} \right] \Delta \varepsilon_i^e \quad (5)$$

式中： $\Delta \varepsilon_i^e$ 为 i 方向煤体的有效应变增量； $R_i = E_i / E_m$ 为 i 方向煤体的弹性模量损失率。

考虑吸附性气体时，许多学者认为煤体有效应变为煤体有效应力产生的应变与煤体吸附应变之差，因此， i 方向煤体的有效应变增量可以定义为

$$\Delta \varepsilon_i^e = \Delta \varepsilon_i^t - \frac{1}{3} \Delta \varepsilon^s \quad (6)$$

式中： $\Delta \varepsilon_i^t$ 为 i 方向煤体的总应变； $\Delta \varepsilon^s$ 为解、吸附引起的应变变化量。本文假设煤体为横观各向同性材料，其宏观力学性质是由结构面决定的，但基质单元是各向同性材料，解、吸附引起的应变也是各向同性的，只考虑吸附引起的正应变。

如图 1 所示，假设有 3 组互相垂直的裂隙，则在 i 方向上的渗透率与其平行的两组裂隙有关。根据魏明尧^[14]的计算方法，可以得到各坐标轴方向的渗透率公式为

$$\left. \begin{aligned} \frac{k_x}{k_{x0}} &= \frac{(b_2 + \Delta b_2)^3 + (b_3 + \Delta b_3)^3}{b_2^3 + b_3^3} \\ \frac{k_y}{k_{y0}} &= \frac{(b_1 + \Delta b_1)^3 + (b_3 + \Delta b_3)^3}{b_1^3 + b_3^3} \\ \frac{k_z}{k_{z0}} &= \frac{(b_1 + \Delta b_1)^3 + (b_2 + \Delta b_2)^3}{b_1^3 + b_2^3} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

联立式 (4) ~ (7) 可以得到本文各坐标轴方向的煤体动态渗透率公式为

$$\frac{k_x}{k_{x0}} = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{3(1-R_2)}{\varphi_{f0}} \right) \left(\Delta \varepsilon_2^t - \frac{1}{3} \Delta \varepsilon^s \right) \right]^3 + \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{3(1-R_3)}{\varphi_{f0}} \right) \left(\Delta \varepsilon_3^t - \frac{1}{3} \Delta \varepsilon^s \right) \right]^3 \quad (8)$$

$$\frac{k_y}{k_{y0}} = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{3(1-R_1)}{\varphi_{f0}} \right) \left(\Delta \varepsilon_1^t - \frac{1}{3} \Delta \varepsilon^s \right) \right]^3 + \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{3(1-R_3)}{\varphi_{f0}} \right) \left(\Delta \varepsilon_3^t - \frac{1}{3} \Delta \varepsilon^s \right) \right]^3 \quad (9)$$

$$\frac{k_z}{k_{z0}} = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{3(1-R_1)}{\varphi_{f0}} \right) \left(\Delta \varepsilon_1^t - \frac{1}{3} \Delta \varepsilon^s \right) \right]^3 + \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{3(1-R_2)}{\varphi_{f0}} \right) \left(\Delta \varepsilon_2^t - \frac{1}{3} \Delta \varepsilon^s \right) \right]^3 \quad (10)$$

方程中 i 方向煤体的有效应变增量有两部分组成: 一部分为煤体 i 方向的有效应力产生的应变, 这是由煤体的力学状态决定的; 另一部分为煤体解、吸附产生的应变, 这是由气体压力决定的。当煤体的力学边界条件和气体压力确定时, i 方向煤体的有效应变增量也应是确定的, 此时 $1-R_i$ 反映了煤体 i 方向的有效应变对于 i 方向裂隙应变增量的贡献情况。 $R_i=0$ 代表煤体 i 方向的有效应变完全贡献于 i 方向的裂隙应变增量, 此时 i 方向裂隙开度变形量应相对于煤基质单元变形量无限大。 $R_i=1$ 代表煤体 i 方向的有效应变对于 i 方向的裂隙应变增量无影响, 此时 i 方向裂隙开度变形量应相对于煤基质单元变形量无限小。

本文渗透各向异性模型考虑了煤体有效应力和解吸附效应对煤体渗透率的影响, 同时通过引入 i 方向煤体的弹性模量损失率, 可用于描述已知力学边界条件的渗透各向异性情况。

对于式 (8) ~ (10) 中边界条件的设置或气体压力的变化都离不开气体在煤中的运移过程。而这一过程是应力场、渗流场相互作用的, 因此, 下一节将着重讨论含瓦斯煤气-固耦合过程。

2.3 含瓦斯煤气-固耦合模型

气体在煤体中的运移大体可分为两个过程:

① 基质系统内孔隙及内表面作为瓦斯储存的场所, 瓦斯通过解吸 (吸附) - 扩散过程进入裂隙系统, 此时可将基质看做质量源; ② 裂隙系统内气体遵循达西定律进行渗流运动。同时煤体中的气体运移过程

是等温的, 气体黏度不发生改变。

2.3.1 应力场控制方程

参考 Olivier^[15] 对于各向异性孔隙介质的本构模型的研究, 煤体本构模型可写为

$$\sigma_{ij}^e = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} - \frac{1}{3} C_{ijkl} \varepsilon^s \delta_{kl} \quad (11)$$

同样的可以得到应变与应力的关系为

$$\varepsilon_{ij} = S_{ijkl} \sigma_{kl} - \frac{1}{3} S_{ijkl} b_{kl} p \delta_{kl} + \frac{1}{3} \varepsilon^s \delta_{ij} \quad (12)$$

式中: σ_{ij}^e 为有效应力张量; σ_{ij} 为总应力张量; ε_{ij} 为总应变张量; $[b_{ij}]$ 为比奥系数, 对于有效应力系数的研究不是本文的重点, 此处取值 1; δ_{ij} 为 Kronecker 符号, $i=j$ 时其值为 1, $i \neq j$ 时, 其值为 0; C_{ijkl} 为刚度矩阵, S_{ijkl} 为柔度矩阵, 二者互为逆矩阵。

当煤体为横观各向同性体时, 假设其弹性对称面分别平行与笛卡尔坐标系平面, 再假设煤体在 xy 平面内是各向同性的, 同时此平面与煤体的层理面平行, 可定义平行层理方向弹性模量与泊松比为 E_1 和 ν_1 , 垂直层理方向弹性模量、泊松比和剪切模量为 E_3 、 ν_3 和 G_3 。

$$S_{ijkl} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_1}{E_1} & -\frac{\nu_3}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_1}{E_1} & \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_3}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_3}{E_3} & -\frac{\nu_3}{E_3} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu_1)}{E_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_3} \end{bmatrix} \quad (13)$$

煤体的运动平衡方程为

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + f_i = 0 \quad (14)$$

考虑有效应力时,

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^e + p \delta_{ij} \quad (15)$$

因此, 运动平衡方程可变为

$$\frac{\partial \sigma_{ij}^e}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} + f_i = 0 \quad (16)$$

应变张量用位移张量表示时, 即

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (17)$$

联立式 (11)、(12)、(16)、(17) 可得 Navier 形式的煤体变形控制方程如下：

$$\frac{1}{2}C_{ijkl}(u_{k,li} + u_{l,ki}) = \frac{1}{3}C_{ijkl}\varepsilon_i^s - p_i - f_i \quad (18)$$

式中： f_i 为 i 方向的体力项。

Harpalani 等^[16]在研究煤体吸附变形时，采用了类似于 Langmuir 方程形式进行拟合给出了与试验数据拟合精度较高的吸附体积应变方程：

$$\varepsilon^s = \frac{\varepsilon_L p}{p_L + p} \quad (19)$$

式中： p_L 为应变 Langmuir 曲线的相关参数 (Pa)。

将式 (19) 代入式 (18)，可得

$$\frac{1}{2}C_{ijkl}(u_{k,li} + u_{l,ki}) = \frac{1}{3}C_{ijkl} \frac{\varepsilon_L p_L}{(p_L + p)^2} p_i - p_i - f_i \quad (20)$$

式中：等式左边为 i 方向煤体的位移，右边第 1 项为 i 方向解、吸附应变，第 2 项为 i 方向气体压力引起的应变。式 (20) 即煤体变形控制方程。

2.3.2 渗流场控制方程

(1) 煤体内气体浓度为

$$C = \rho\varphi_f + \varphi_f\rho_g\rho_s \frac{V_L p_f}{p_L + p_f} + (1 - \varphi_f)\rho_g\rho_s C_m \quad (21)$$

式中： C 为基于煤体体积的气体密度 (kg/m^3)； φ_f 为裂隙孔隙率； ρ 为裂隙内游离气的气体密度 (kg/m^3)； ρ_g 为大气压力下的气体密度 (kg/m^3)； ρ_s 为煤体的密度 (kg/m^3)； C_m 为基质内的气体吸附量 (m^3/kg)； V_L 为最大吸附体积常数； p_f 为裂隙内游离气的气体压力 (Pa)。

为计算方便，将 ρ 、 ρ_g 、 C 换算成压力形式，即

$$\rho = \frac{p_f M}{RT} \quad (22)$$

式中： M 为理想气体的摩尔质量 (kg/mol)； R 为气体常数 ($\text{J}/(\text{K}\cdot\text{mol})$)； T 为煤体内的温度 (K)。

因此，煤体内气体浓度可以用压力表示为

$$C = \frac{p_f M}{RT} \varphi_f + \varphi_f \rho_s \frac{p_a M}{RT} \frac{V_L p_f}{p_L + p_f} + (1 - \varphi_f) \rho_s \frac{p_a M}{RT} C_m \quad (23)$$

式中： p_a 为标准状态下的大气压力 (Pa)。

(2) 裂隙内气体连续方程为

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{u}) = 0 \quad (24)$$

$$\bar{u} = -\frac{K_i}{\mu} \nabla p_f \quad (25)$$

式中： \bar{u} 为裂隙中气体的达西速度 (m^2/s)； K_i 为煤体坐标轴方向的渗透率 (m^2)； μ 为气体黏度系数 (Pa/s)。

因此，联立式 (23) ~ (25) 即可得到

$$\frac{\partial (p_f \varphi_f)}{\partial t} + \frac{\partial \left(\varphi_f \rho_s p_a \frac{V_L p_f}{p_L + p_f} \right)}{\partial t} + \frac{\partial \left[(1 - \varphi_f) \rho_s p_a C_m \right]}{\partial t} + \nabla \cdot \left(-\frac{K_i}{\mu} p_f \nabla p_f \right) = 0 \quad (26)$$

式 (26) 即为煤体中渗流场控制方程。

式 (10)、(20)、(26) 共同组成含瓦斯煤-固耦合控制方程，这是一系列复杂的偏微分方程，无法求得解析解。本文基于 Comsol 计算平台将在下一节进行数值求解。

3 数值求解

3.1 边界条件

根据式 (10) 得到，煤体渗透率的演化受边界条件的控制，通常单轴应变和位移控制边界（煤体恒定体积）两种边界条件最为接近现场实际，因此，下文将分成以下两种情况讨论。

3.1.1 单轴应变

单轴应变条件即煤体水平方向位移固定，只在垂直方向受力的作用，根据 Shi 等^[6]的研究，可认为垂直方向施加的应力保持恒定，如图 3 所示。

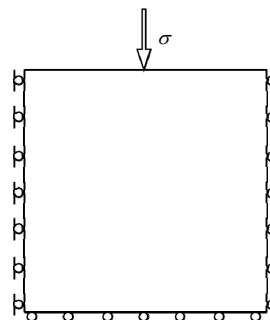


图 3 单轴应变条件示意图
Fig.3 Uniaxial strain condition

因此，单轴应变条件下， x 和 y 方向的总应变为 0，即 $\Delta \varepsilon_x^t = \Delta \varepsilon_y^t = 0$ ，根据式 (8) 可以得到以下关系：

$$\Delta \varepsilon_x^e = \frac{1}{E_1} (\Delta \sigma_x^e - \nu_1 \Delta \sigma_y^e) - \frac{\nu_3}{E_3} \Delta \sigma_z^e = -\frac{1}{3} \Delta \varepsilon^s \quad (27)$$

$$\Delta \varepsilon_y^e = \frac{1}{E_1} (\Delta \sigma_y^e - \nu_1 \Delta \sigma_x^e) - \frac{\nu_3}{E_3} \Delta \sigma_z^e = -\frac{1}{3} \Delta \varepsilon^s \quad (28)$$

$$\Delta \varepsilon_z^e = \frac{1}{E_3} (\Delta \sigma_z^e - 2\nu_3 \Delta \sigma_x^e) = \left(\frac{1}{E_3} - \frac{2E_1 \nu_3^2}{E_3^2 (1-\nu_1)} \right) \cdot (p - p_0) - \frac{2E_1 \nu_3}{3E_3 (1-\nu_1)} \Delta \varepsilon^s \quad (29)$$

将式 (27) ~ (29) 代入式 (10) 即可得到单轴应变条件下的渗透各向异性方程为

$$\frac{k_x}{k_{x0}} = \frac{k_y}{k_{y0}} = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{3(1-R_1)}{\varphi_{f0}} \right] \left(-\frac{1}{3} \Delta \varepsilon^s \right)^3 + \frac{1}{2} \left[1 + \frac{3(1-R_3)}{\varphi_{f0}} \right] \left\{ \left[\frac{1}{E_3} - \frac{2E_1 \nu_3^2}{E_3^2 (1-\nu_1)} \right] \cdot (p - p_0) - \frac{2E_1 \nu_3}{3E_3 (1-\nu_1)} \Delta \varepsilon^s \right\}^3 \quad (30)$$

$$\frac{k_z}{k_{z0}} = \left[1 + \frac{3(1-R_1)}{\varphi_{f0}} \right] \left(-\frac{1}{3} \Delta \varepsilon^s \right)^3 \quad (31)$$

式 (30)、(31) 即单轴应变条件下含瓦斯煤气-固耦合方程中的渗透率方程形式, 其求解结果将在下文讨论。

3.1.2 位移控制边界

位移控制边界条件即煤体体积恒定或煤体四周边界位移固定, 如图 4 所示。

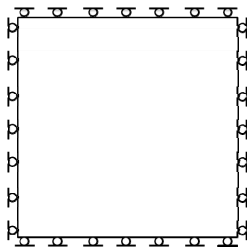


图 4 位移控制边界条件示意图

Fig.4 Schematic of displacement controlled condition

位移控制边界条件即固定煤体体积时, $\Delta \varepsilon_x^t = \Delta \varepsilon_y^t = \Delta \varepsilon_z^t = 0$, 由式 (10) 可以得到

$$\left. \begin{aligned} \frac{k_x}{k_{x0}} = \frac{k_y}{k_{y0}} &= \left\{ \left[1 + \frac{3 \left(1 - \frac{1}{2} R_1 - \frac{1}{2} R_3 \right)}{\varphi_{f0}} \right] \left(-\frac{1}{3} \Delta \varepsilon^s \right)^3 \right\} \\ \frac{k_z}{k_{z0}} &= \left\{ \left[1 + \frac{3(1-R_1)}{\varphi_{f0}} \right] \left(-\frac{1}{3} \Delta \varepsilon^s \right)^3 \right\} \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

式 (32) 即位移控制边界条件下含瓦斯煤气-固耦合方程中的渗透率方程形式。可以看到由于 R_i 的存在, 在此条件下渗透率方程仍然具有明显的各向异性特征, 其求解结果将在下文讨论。

3.2 模型参数

模型几何结构为立方体模型, 边长为 1 m, 结构示意图如图 5 所示。耦合模型中各参数见表 1, 参数引自刘继山等^[13]研究 San Juan 盆地的煤层气田相关参数, 其中煤基质单元模量取 8.14 GPa, 泊松比取 0.4。力学边界条件分为单轴应变和位移控制边界条件。单轴应变条件时模型上表面为恒压压力 15 MPa, 其他外表面位移固定。位移控制边界条件时, 模型外表面均为位移固定。

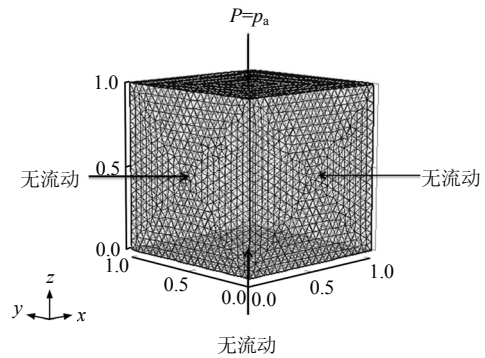


图 5 模型示意图 (单位: m)

Fig.5 Schematic of numerical model (unit: m)

表 1 模型所需参数

Table 1 Parameters of numerical model

ρ_s /(kg/m ³)	ρ_g /(kg/m ³)	μ /(Pa·s)	p_L /Pa	V_L	ε_L	φ_{f0}
1 250	0.717	1.84×10^{-5}	3×10^6	0.015	0.03	0.03

注: ρ_s 为煤体基质骨架密度; ρ_g 为大气气体密度; μ 为气体的动力黏度系数; p_L 为 Langmuir 吸附常数; V_L 为最大吸附体积常数; ε_L 为最大吸附体积应变常数; φ_{f0} 为初始孔隙率。

渗流场中除上表面压力恒定为 $p_a = 0.1$ MPa, 其他边界无流动, 渗流场内初始气体压力为 6 MPa。同时为简化计算, 下文均取煤体坐标轴方向初始渗透率 $k_{x0} = k_{y0} = k_{z0} = 3.80 \times 10^{-17} \text{ m}^2$ 。

3.3 结果讨论

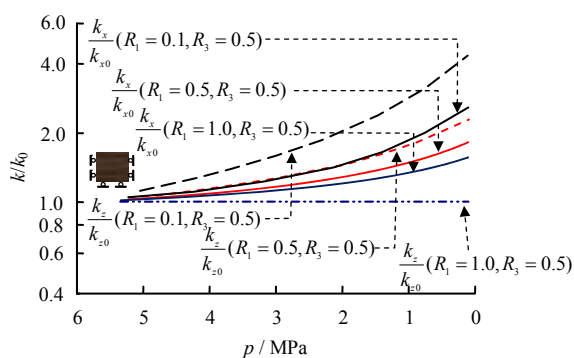
3.3.1 单轴应变条件下 R_i 对各方向渗透特性的影响

由式 (30)、(31) 可以看到, z 方向的渗透率主要是由解、吸附效应决定的, 而 x 、 y 方向的渗透率则是由力作用和解、吸附效应决定的。因此, 单轴应变条件下相同 R_i 也会导致各方向渗透率不同, 但相同气体压力时不同 R_i 对渗透各向异性仍然产生较大影响, 其结果如图 6 所示。由于本文假设中,

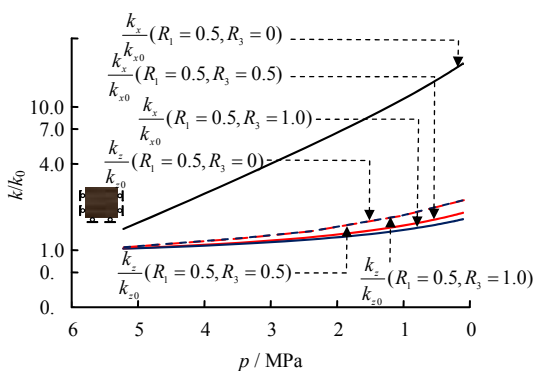
煤为横观各向同性材料， $R_1 = R_2$ ， R_2 的模拟结果与 R_1 相同，因此，下文中仅讨论 R_1 的模拟结果。

从图 6(a)可以看到，当 $R_3 = 0.5$ ， $R_1 = 0、0.5、1.0$ 时，同一时刻 k_z / k_{z0} 的改变幅度要大于 k_x / k_{x0} 。这是因为 R_1 逐渐增大，则裂隙开度变化量 Δb_1 逐渐减小，同时 z 方向渗透率与裂隙开度变化量 Δb_1 密切相关， x 方向的渗透率不仅与裂隙开度变化量 Δb_1 相关，还受裂隙开度变化量 Δb_3 的影响， b_3 与 R_3 相关， R_3 不变，自然 x 方向渗透率的改变量要小于 z 方向。

从图 6(b)可以看到，当 $R_1 = 0.5$ ， $R_3 = 0、0.5、1.0$ 时，在同一时刻 k_z / k_{z0} 的变化不受 R_3 变化的影响，而 k_x / k_{x0} 则随 R_3 增大呈降低的趋势。这是因为 R_3 与 Δb_3 相关， R_3 增大即与之相关的 Δb_3 逐渐减小时，与 z 方向渗透率的改变相关的 Δb_1 未发生改变，与 x 方向渗透率改变相关的 Δb_3 则在减小。



(a) R_1 不同， $R_3=0.5$



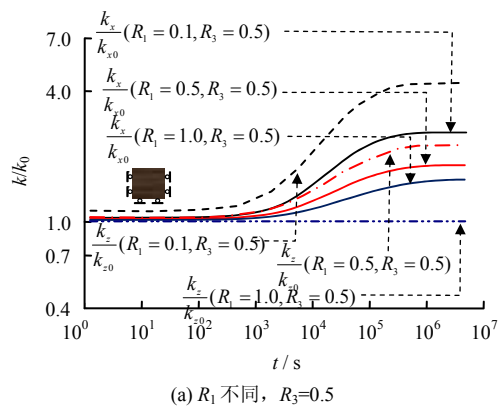
(b) $R_1=0.5$ ， R_3 不同

图 6 不同气体压力下不同 R_1 的各方向渗透率变化趋势图
Fig.6 R_1 permeability change trends of each direction under different gas pressures

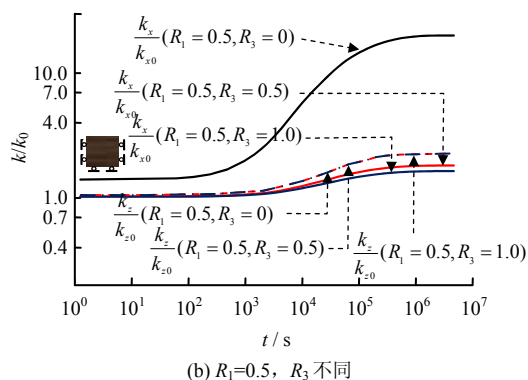
从图 6(a)、6(b)中可以看到，煤体 $x、z$ 方向渗透率随气体压力降低呈增大趋势。这是因为 z 方向渗透率主要受解吸效应影响，解吸过程，煤基质收缩，裂隙开度增大，自然 k_z / k_{z0} 增大；而 x 方向渗透率虽然受解吸效应与有效应力的共同作用影响，

且这两种效应对于裂隙开度的改变作用相反，但本文中解吸效应对渗透率的影响要大于有效应力，因而 k_x / k_{x0} 在总体上仍然呈上升趋势。

气体运移的过程煤体渗透率不单发生量的变化，同时其变化速率也随 R_i 不同而不同，具体表现如图 7 所示。从图 7(a)中可以看到，同一时刻相同 R_3 ，改变 R_1 时， z 方向渗透率的变化速率要大于 x 方向渗透率变化速率，这与图 6 中渗透率随压力变化的趋势是一致的。其原因是 R_1 越大， Δb_1 越小，气体解吸速率越小，气体压力变化速率越小，因此，裂隙开度变化量 Δb_1 的改变速率越小。前文中已经提到， R_3 不变，自然 x 方向渗透率变化速率要小于 z 方向。而当 R_1 相同，改变 R_3 时，自然 z 方向渗透率变化速率要小于 x 方向，即图 7(b)中所示即为渗透率随时间变化的趋势。



(a) R_1 不同， $R_3=0.5$



(b) $R_1=0.5$ ， R_3 不同

图 7 气体运移过程中不同 R_1 的渗透率变化趋势图
Fig.7 Permeability trends of different R_1 in the process of gas migration

3.3.2 位移控制条件下 R_i 对各方向渗透的影响

由式 (32) 可以看到， $x、y、z$ 方向的渗透率是主要是由解、吸附效应决定的，但不同方向的渗透率受 R_i 控制。因此，位移控制条件下相同气体压力时不同 R_i 对渗透各向异性仍然产生较大影响，其结果如图 8 所示。

从图 8 中可以看到, x 和 z 方向渗透率随气体压力降低呈现增大趋势。这是因为在此种边界条件下, 渗透率改变主要受解吸效应的影响, 煤基质收缩, 裂隙开度增大, 进而渗透率增大。从图 6(a) 可以看到, 当 $R_3 = 0.5$, $R_1 = 0, 0.5, 1.0$ 时, 虽然渗透率呈增大趋势, 但在 z 方向渗透率增大幅度要大于 x 方向。这是因为虽然渗透率改变主要受解吸附效应的影响, 但这种效应对于不同方向渗透率的影响程度受 R_i 控制, x 方向渗透率受 R_1 和 R_3 共同控制, 而 z 方向渗透率则只受 R_1 控制, 因此, R_3 不变时, 只改变 R_1 (即 Δb_1 不同) 时 z 方向的渗透率变化幅度要比 x, y 方向大, 同样的只改变 R_3 (即 Δb_3 不同) 时 z 方向的渗透率变化幅度要比 x 方向小, 即图 8(b) 中所示的 x, z 方向渗透率随气体压力变化的趋势。

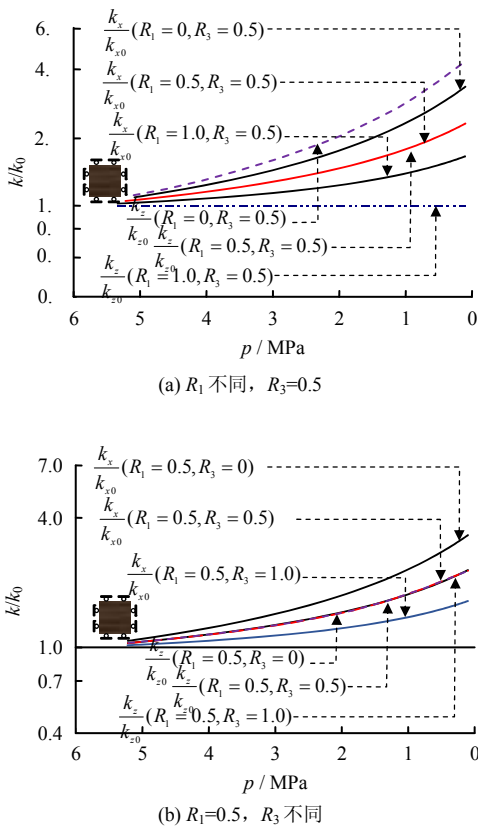


图 8 不同气体压力下不同 R_i 的各方向渗透率变化趋势图
Fig.8 R_i permeability change trends of each direction under different gas pressures

气体迁移过程 R_i 对于渗透特性随时间变化的影响如图 9 所示。由图可知, 渗透率变化速率的趋势与图 6 所示的单轴应变下的渗透率变化速率趋势类似, 但在数值上存在差异。通过对比图 6、9 可知, R_3 相同, R_1 不同时, 单轴应变和位移控制边界条件下, z 方向的渗透率速率变化基本相同, 这是因为 z

方向渗透率与 Δb_1 密切相关。即相同时刻相同气体压力条件下, R_1 是决定 z 方向渗透率的关键参数。因此, R_1 相同时, 单轴应变和位移控制边界条件下其 z 方向的渗透率变化趋势相同。而 x, y 方向渗透率在位移控制边界条件下, 受解吸效应、 R_1 和 R_3 的共同控制, 单轴应变条件下受解吸效应、煤体的有效应力、 R_1 和 R_3 四者共同作用, 且解吸效应与煤体力学效应对于开度的改变作用相反, 因此, 位移控制边界条件下 x, y 方向的渗透率变化速率要大于单轴应变边界条件下的。

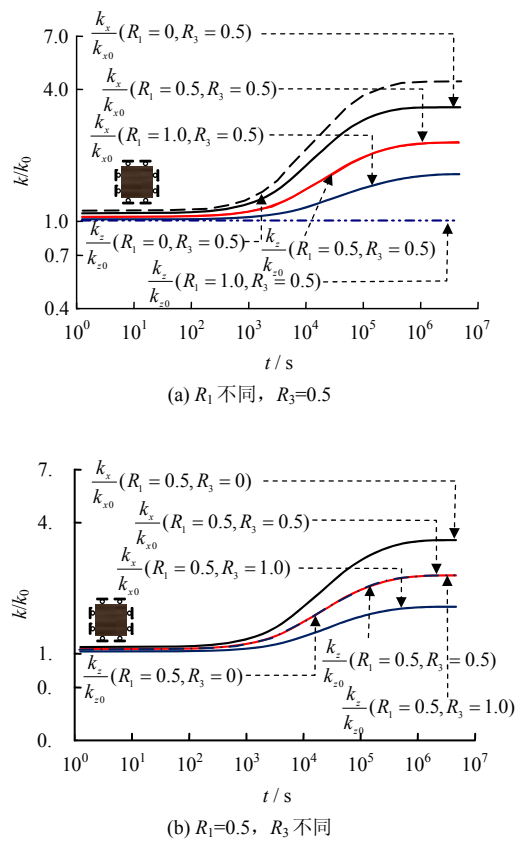


图 9 气体迁移过程中不同 R_i 的渗透率变化趋势图
Fig.9 Permeability trends of different R_i in the process of gas migration

R_1 相同, R_3 不同时, 单轴应变和位移控制边界条件下, z 方向的渗透率速率变化也基本相同。这是因为 z 方向渗透率与 Δb_1 密切相关, R_3 不同不会导致 z 方向渗透率的变化。而前文提到 x, y 方向渗透率速率变化与 R_3 密切相关。单轴应变条件下, R_3 决定了煤体有效应力对于开度变化量 Δb_3 的影响程度, 即 R_3 越小, 则煤体有效应力对于开度的影响越大, 渗透率改变速率越大。位移控制条件下渗透率不受煤体的力学效应的影响, 因此, 其渗透率变化速率要小于单轴应变条件。

4 结论与展望

本文假设煤体为横观各向同性, 推导出以不同方向模量损失率为关键参数的煤体各向异性渗透模型, 在此基础上, 推导出含瓦斯煤的气-固耦合控制方程, 并植入 Comsol 计算平台, 系统研究煤体各向异性对气体扩散和渗透的影响, 得到以下主要结论:

(1) 不同方向的模量损失率 R_i 反映出煤体结构各向异性变化程度, 若 R_i 不同, 其煤体各方向渗透特性也不同。

(2) 煤体渗透率的改变主要受解吸附效应和力作用双重影响, R_i 反映了这两种效应对于渗透率的影响程度。

(3) 单轴应变条件下, 水平方向的模量损失率 R_1 对于垂直方向的煤体渗透率改变量 Δk_z 影响程度要大, 垂直方向模量损失率 R_3 则对 Δk_z 影响弱于对于 Δk_x 的影响。

(4) 位移控制条件下 R_i 对于渗透各向异性的影响与单轴应变条件下相似。但在位移控制条件下, 应力作用对于煤体渗透率的改变无影响, 同时煤体各方向的解吸附效应相同。因此, 位移控制边界条件下 R_i 作为惟一控制参数, 其对于渗透各向异性的影响相比单轴应变下的结论更具说服力。

参考文献

- [1] POMEROY C D, ROBINSON D J. The effect of applied stresses on the permeability of a middle rank coal to water[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 1967, 4(3): 329—343.
- [2] KOENIG R A, STUBBS P B. Interference testing of a coalbed methane reservoir[C]//SPE unconventional gas technology symposium. Louisville, Kentucky: Society of Petroleum Engineers, 1986.
- [3] GASH B W, RICHARD F V, POTTER G, et al. The effects of cleat orientation and confining pressure on cleat porosity, permeability and relative permeability in coal[J]. *Paper*, 1992, 9321: 17—21.
- [4] DAY S, FRY R, SAKUROVS R. Swelling of Australian coals in supercritical CO_2 [J]. *International Journal of Coal Geology*, 2008, 74(1): 41—52.
- [5] SEIDLE J R, HUITT L G. Experimental measurement of coal matrix shrinkage due to gas desorption and implications for cleat permeability increases[C]//International Meeting on Petroleum Engineering. Beijing: Society of Petroleum Engineers, 1995.
- [6] SHI J Q, DURUCAN S. Drawdown induced changes in permeability of coalbeds: A new interpretation of the reservoir response to primary recovery[J]. *Transport in Porous Media*, 2004, 56: 1—16.
- [7] PALMER I, MANSOORI J. How permeability depends on stress and pore pressure in coalbeds: a new model[C]//Annual Technical Conference & Exhibition. Denver: Society of Petroleum Engineers, 1996.
- [8] 张宏学, 刘卫群, 朱立. 页岩储层裂隙渗透率模型和试验研究[J]. *岩土力学*, 2015, 36(3): 719—729.
ZHANG Hong-xue, LIU Wei-qun, ZHU Li. Fracture permeability model and experiments of shale gas reservoirs[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2015, 36(3): 719—729.
- [9] GU F, CHALATURNYK R. Permeability and porosity models considering anisotropy and discontinuity of coalbeds and application in coupled simulation[J]. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2010, 74(3—4): 113—131.
- [10] 祝捷, 姜耀东, 赵毅鑫, 等. 考虑吸附作用各向异性煤体有效应力[J]. *中国矿业大学学报*, 2010, 39(5): 699—704.
ZHU Jie, JIANG Yao-dong, ZHAO Yi-xin, et al. Effective stress of anisotropic coal considering adsorption[J]. *Journal of China University of Mining & Technology*, 2010, 39(5): 699—704.
- [11] ROBERTSON E P. Measurement and modeling of sorption-induced strain and permeability changes in coal[D]. State of Colorado, United States: Colorado School of Mines, 2005.
- [12] 吕闰生. 受载瓦斯煤体变形渗流特征及控制机制研究[D]. 北京: 中国矿业大学(北京), 2014.
LÜ Run-sheng. Research on deformation-seepage characteristics and mechanism of gassy coal under load[D]. Beijing: China University of Mining & Technology (Beijing), 2014.
- [13] LIU J S, ELSWORTH D, BRADY B H. Linking stress-dependent effective porosity and hydraulic conductivity fields to RMR[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 1999, 36: 581—596.
- [14] 魏明尧. 含瓦斯煤体气固耦合渗流机制及应用研究[D]. 徐州: 中国矿业大学, 2013.
WEI Ming-yao. Study of gas-solid coupling seepage flow in coal containing methane and its application[D]. Xuzhou: China University of Mining & Technology, 2013.
- [15] OLIVIER COUSSY. Poromechanics[M]. Chichester, West Sussex: John Wiley & Sons Ltd, 2004: 71—112.
- [16] HARPALANI S, SCHRAUFNAGEL R A. Shrinkage of coal matrix with release of gas and its impact on permeability of coal[J]. *Fuel*, 1990, 69(5): 551—556.