基于统计分级判别的爆破块度预测模型

武仁杰[1, 2]，李海波[1, 2]，于 崇[1]，夏 祥[1]
（1. 中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室，湖北 武汉 430071；2. 中国科学院大学，北京 100049）

摘要：依托世界多个矿山的爆破块度统计数据，以 27 个样本作为训练样本，10 个样本作为待判样本，通过主成分分析法对原始数据加以处理，获得相对独立的新变量，后将新变量作为指标代入分类判别法中，量化爆破块度分级标准，利用多元回归分析推得不同级别相对应的块度预测模型，并与工程中广泛使用的 Kuz-Rom 结果进行对比。结果表明：提出的模型在建立时避免了爆破因素间的相互影响；通过对待判样本的对比预测可知，该模型预测精度优于 Kuz-Rom 模型，并验证了建立不同级别相对应爆破块度预测模型的正确性。

关键词：岩石力学；爆破块度；样本数据多样化；主成分分析；判别分析；多元回归分析
中图分类号：TU 45 **文献标识码：**A **文章编号：**1000－6915(2018)01－0141－07

Model for blasting fragmentation prediction based on statistical classification

WU Renjie[1, 2]，LI Haibo[1, 2]，YU Chong[1]，XIA Xiang[1]
(1. *State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering*，*Institute of Rock and Soil Mechanics*，*Chinese Academy of Sciences*，*Wuhan*，*Hubei* 430071，*China*；2. *University of Chinese Academy of sciences*，*Beijing* 100049，*China*)

Abstract：A database of blast fragmentation with collections from multiple mines in the world is used. 27 samples in the database were used for the training and 10 samples were used for the classification. The original data were processed through the principal component analysis in order to obtain the independent variables. Then the discriminant analysis was performed to establish the standard of blast fragmentation classification by using the new variables as the indicators. The multiple regression analysis was used to derive the prediction model for corresponding block of different classes. The results show that the proposed model avoided the interaction between the blasting factors and is better than the Kuz-Rom model. The validity of the proposed model was verified.
Key words：rock mechanics；blasting fragmentation；diversity of sample data；principal component analysis；discriminant analysis；multiple regression analysis

1 引 言

岩石爆破块度是爆破作业完成后评价爆破效果的重要指标，影响着后续的铲装、运输等工序，决定着整个相关生产过程的效益。

爆破后岩块平均尺寸(X_{50})一定意义上代表了爆破块度分布的好坏，在块度分布评价中被广泛使用。国内外学者为准确预测 X_{50}，提出了众多的理论模型[1-2]，刘 慧和冯叔瑜[3]基于能量损耗，推导出炸药单耗与块度分布分维数的关系方程式，张宪堂和陈士海[4]考虑块度的二次碰撞，构建了包含损伤

收稿日期：2017－07－04；**修回日期：**2017－08－17
基金项目：国家自然科学基金资助项目(41572307，51439008)
Supported by the National Natural Science Foundation of China(Grant Nos. 41572307 and 51439008)
作者简介：武仁杰(1994－)，男，2016 年毕业于郑州大学土木工程学院，现为硕士研究生，主要从事岩石动力学方面的研究工作。E-mail：wu_renjie440@126.com
DOI：10.13722/j.cnki.jrme.2017.0815

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

变量的块度预测理论模型，C. Cunningham 将 Kuznetsov 方程与 R-R 方程结合获得 Kuz-Rom 模型[5]，Kuz-Rom 模型在获得 X_{50} 时考虑了炸药单耗、岩石参数与炸药类型。但爆破现场情况复杂，而理论模型往往是在众多假设的基础上得到，考虑的影响因素也较少，造成理论模型结果与实际情况出现差别。为弥补上述方法的不足，近年来，学者们将统计分析的相关方法引入到爆破块度预测中。M. Monjezi 等[6-7]结合现场数据，充分考虑了各种因素的影响，将人工神经网络引入到块度预测中，取得了一定的成功。T. Hudaverdi 等[8]基于多元回归分析方法导出各种爆破参数对块度的影响，证明了多元回归分析用于构建爆破块度预测模型的可行性。F. Faramarzi 等[9]考虑各种爆破因素的复杂性，提出了一种岩石工程系统下的块度预测方法。P. K. Singh 等[10-11]等结合实际工程背景探究相关爆破参数对爆破块度的影响，以此建立块度预测模型。J. Aler 等[12]将岩石原位块度作为爆破参数引入块度模型中，以块度破碎指数表征爆破效果，理论结果与实验结果符合得较好。

综上所述，将统计分析理论引入爆破块度预测模型的建立，综合考虑各种爆破参数，从而实现爆后块度的预测已成为国内外众多学者的研究方向之一，并取得了一定的进展。但影响爆破平均块度大小的因素众多，各因素间不仅相互影响，且在不同情况下对爆后平均块度大小的影响程度也不尽相同。现有爆破块度预测模型，较少考虑各因素间的相互影响，也未能区分不同情况下各爆破因素对块度分布影响程度的不同。

基于此，本文依托多样化的爆破数据，将主成分分析法(PCA)与分类判别方法引入回归统计分析中。首先为避免各爆破因素间相互影响对模型的干扰，通过主成分分析法对原始数据进行处理，获得相对独立的、代表原始数据大多数信息的新变量，后将新变量作为指标代入分类判别法中，建立爆破块度分级标准，利用多元回归分析求得不同级别相对应的平均块度预测公式，从而获得更符合实际的爆破块度预测模型。

2　块度影响因素间相关性分析

影响爆后块度平均尺寸的因素众多，大致可分为爆破设计参数、炸药系数、岩石物理性质与结构特征，各因素间互不独立，相互作用。在构建爆后块度预测方程时，若不对影响因素间相关性加以考虑，会造成方程失真，预测误差偏大。为消除相关干扰，获得相对独立的变量，应用主成分分析法对原始数据加以处理。

2.1　主成分分析法 PCA

PCA 是一种数据结构简化方法。PCA 通过分析现有数据集的潜在因素，将具有多重共线性的高维变量，转化为互相独立无关的低维变量。新获得的变量数据既包含原有数据集的大部分信息，也避免因素间相互干扰造成后续分析结果失真。

PCA 原理为依据线性组合数据变异最大原则，将具有相关性的原始数据矩阵 $\boldsymbol{X}$ 的 n 个变量重新线性组合成一组互不相关的矩阵组 $\boldsymbol{Y}$，方程式[13]如下：

$$\left.\begin{aligned} Y_1 &= a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \cdots + a_{1n}X_n \\ Y_2 &= a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \cdots + a_{2n}X_n \\ &\vdots \\ Y_n &= a_{n1}X_1 + a_{n2}X_2 + \cdots + a_{nn}X_n \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

方程式满足：

$$a_{i1} + a_{i2} + \cdots + a_{in} = 1 \quad (i = 1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

且 Y_1，Y_2，…，Y_n 间互不相关；Y_1，Y_2，…，Y_n 的方差之和与 X_1，X_2，…，X_n 的方差之和相等。

2.2　PCA 分析步骤

(1) 将原始数据矩阵中的变量做标准化处理，计算各原始变量间的协方差矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}$。

(2) 计算矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}$ 的特征值并将其由大到小排序编号，即 $\lambda_1 \geqslant \lambda_2 \geqslant \cdots \geqslant \lambda_n$，$\lambda_n$ 为相应的主成分 Y_n 的方差，$\boldsymbol{\Sigma}$ 的特征向量矩阵 T_n 为式(1)的系数矩阵。

(3) 当前 k 个主成分的方差累积贡献率即 $\sum_{i=1}^{k}\lambda_i \Big/ \sum_{j=1}^{k}\lambda_j > 80\%$时，$k$ 个主成分变量包含了原始数据的大部分信息，可用于下一步计算。

3　岩石爆破块度分级指标

在不同的爆破情况下，各因素对岩块平均尺寸的影响程度不同。根据 R. F. Chiappetta[14]的工程经验，按照各因素对爆后平均块度尺寸影响程度的大小，对于完整的岩石，依次排序为炸药单耗、爆孔分布参数、炸药类型、岩石物理性质与结构特征；对于多节理岩石，依次为节理发育情况、炸药类型、炸药单耗和爆孔分布参数。因此，为充分考虑不同的爆破情况，在获得代表原始数据的大部分信息的

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　　http://www.cnki.net

新变量后，应以新变量作为指标，构建爆破块度分级标准，再针对不同级别建立相对应的平均块度预测公式。本文采用判别分类法，通过获得的判别函数与各级之间的阈值，实现对不同爆破情况的量化分级。

3.1 判别法的数学基础

判别分类方法是一种判别和分级的多变量统计分类手段，目前应用最广泛为 Fisher 判别法。Fisher 判别法是将多组级多维数据投影到某个方向上，使不同组级之间得到明确区分。按照减小组级内方差、增大组级间方差的原则，建立分类判别函数，随后利用判别函数确定待判样本所属级别。在获得判别函数后，需回代训练样本，通过观察误判率来评判分组的合理性与正确性。

设有 n 个 p 维总体 $\boldsymbol{T}_1$，$\boldsymbol{T}_2,\cdots$，$\boldsymbol{T}_n$，从总体 $\boldsymbol{T}_i$ 中选出数量为 m_i 的样本[15]：

$$\boldsymbol{X}_a^i=\{x_{a1}^i,\ x_{a2}^i,\ \cdots,\ x_{ap}^i\}^{\mathrm{T}} \tag{2}$$

式中：$a=1，2，\cdots，m_i$；$i=1，2，\cdots，n$。则

$$\bar{\boldsymbol{X}}^{(i)}=\frac{1}{m_i}\sum_{i=1}^{m_i}\boldsymbol{X}_a^{(i)} \tag{3}$$

$$\bar{\boldsymbol{X}}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sum_{a=1}^{m_i}\boldsymbol{X}_a^{(i)} \tag{4}$$

式中：$n=\sum_{i=1}^{n}m_i$；$\bar{\boldsymbol{X}}^{(i)}$，$\bar{\boldsymbol{X}}$ 分别为组级内样本均值和总样本均值。

$\boldsymbol{X}_a^{(i)}$ 在 p 维空间方向 $\boldsymbol{r}=\{r_1,\ r_2,\cdots,\ r_p\}^{\mathrm{T}}$ 上的投影为

$$\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}X_a^{(i)}=\{\boldsymbol{r}_1x_{a1}^{(i)},\ \boldsymbol{r}_2x_{a2}^{(i)},\ \cdots,\ \boldsymbol{r}_px_{ap}^{(i)}\} \tag{5}$$

则一组级样本组内在 $\boldsymbol{r}$ 方向的离差 $\boldsymbol{e}$ 为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{e}&=\sum_{i=1}^{m}\sum_{a=1}^{n_i}[\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_a^{(i)}-\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{X}}^{(i)}]^2=\\&\sum_{i=1}^{m}\sum_{a=1}^{n_i}[\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_a^{(i)}-\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{X}}^{(i)}][\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_a^{(i)}-\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{X}}^{(i)}]^{\mathrm{T}}=\\&\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\left\{\sum_{i=1}^{m}\left[\sum_{a=1}^{n_i}(\boldsymbol{X}_a^{(i)}-\bar{\boldsymbol{X}}^{(i)})(\boldsymbol{X}_a^{(i)}-\bar{\boldsymbol{X}}^{(i)})^{\mathrm{T}}\right]\right\}\boldsymbol{r}=\\&\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\left\{\sum_{i=1}^{m}\boldsymbol{S}_i\right\}\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{r}\end{aligned} \tag{6}$$

式中：$\boldsymbol{S}_i$ 为 $m_i(i=1，2，\cdots，n)$ 样本的离差阵，$\boldsymbol{W}$ 为样本组级内离散度矩阵。

样本组级间的离差 $\boldsymbol{b}$ 为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{b}&=\sum_{i=1}^{m}(\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{x}}^{(i)}-\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{x}}^{(i)})^2=\\&\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}[\sum_{i=1}^{m}(\bar{\boldsymbol{X}}^{(i)}-\bar{\boldsymbol{X}})(\bar{\boldsymbol{X}}^{(i)}-\bar{\boldsymbol{X}})^{\mathrm{T}}]\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}\boldsymbol{r}\end{aligned} \tag{7}$$

式中：$\boldsymbol{B}$ 为样本组级间离散度矩阵。

为使建立的判别函数最大程度区分各类别，令

$$\varPhi=\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{e}}=\frac{\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}\boldsymbol{r}}{\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{r}} \tag{8}$$

为使 $\varPhi$ 达到最大值即唯一极大值，需设

$$\boldsymbol{F}=-\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}\boldsymbol{r}-\lambda(\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}-\boldsymbol{I}) \tag{9}$$

且

$$\frac{\partial\boldsymbol{F}}{\partial\boldsymbol{r}}=2\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}-2\lambda\boldsymbol{W}\boldsymbol{u}=(\boldsymbol{W}\boldsymbol{B}-\lambda I)\boldsymbol{u}=0 \tag{10}$$

式中：λ，$\boldsymbol{u}$ 分别为矩阵 $\boldsymbol{W}^{-1}\boldsymbol{B}$ 的最大特征值与对应的特征向量。

由上述一系列推导计算后可得 $\boldsymbol{W}^{-1}\boldsymbol{B}$ 的最大特征值 λ 与特征向量 $\boldsymbol{u}$，从而得到判别函数 $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}$。

3.2 判别法的计算步骤

(1) 列出样本的总体 $\boldsymbol{T}_1$，$\boldsymbol{T}_2,\cdots$，$\boldsymbol{T}_n$ 与选取的样本 $\boldsymbol{X}_a^{(i)}$。

(2) 求得选取的各组级样本与总样本均值 $\bar{\boldsymbol{X}}^{(i)}$ 与 $\bar{\boldsymbol{X}}$。

(3) 求得类内离散度矩阵 $\boldsymbol{W}$ 与类间离散度矩阵 $\boldsymbol{B}$。

(4) 计算 $\boldsymbol{W}^{-1}$，$\boldsymbol{W}^{-1}\boldsymbol{B}$。

(5) 计算 $\boldsymbol{W}^{-1}\boldsymbol{B}$ 方程的最大特征值 λ 与相对应的特征向量 $\boldsymbol{u}$。

(6) 构建判别函数 $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}$。

(7) 将 $\boldsymbol{X}_a^{(i)}$ 代入判别函数得到 $\boldsymbol{y}_a^{(i)}$，将 $\boldsymbol{y}_a^{(i)}$ 从小到大排列，则相邻两类 $\boldsymbol{T}_i$，$\boldsymbol{T}_{i+1}$ 的判别阈值为

$$y_{\mathrm{c}}(i,\ i+1)=\frac{m_iy_i+m_{i+1}y_{i+1}}{m_i+m_{i+1}} \tag{11}$$

(8) 将待判样本代入判别函数，得到各样本 y 值，与阈值对比可知分级后的级别。

4 爆破平均块度尺寸 X_{50} 预测模型

基于主成分分析法(PCA)、判别分类法与多元回归分析建立爆破块度预测模型。依托 F. Hudaverdi 等[8]建立的包含全球多地爆破信息的数据库，选取其中具有代表性的 37 个爆破数据用来构建预测模型。其中 27 个数据用来获得预测爆破块度的回归模型，10 个数据作为待判样本验证建立的模型。分别列于表 1，2。本文建立模型的计算流程为：

(1) 对数据 $\boldsymbol{X}$ 进行标准化处理。

(2) 对标准化的数据进行相关分析，判断各变量间相关性。

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　　http://www.cnki.net

表 1　爆破 X_{50} 预测训练样本

Table 1　Training samples for predicting X_{50} of blasting

样本	S/B	H/B	B/D	T/H	$P_f/(\mathrm{kg\cdot m^{-3}})$	X_B/m	E/GPa	X_{50}/m	级别
1	1.24	1.33	27.27	0.59	0.48	0.58	60	0.37	I
2	1.24	1.33	27.27	0.59	0.48	0.58	60	0.37	I
3	1.24	1.33	27.27	0.59	0.48	1.08	60	0.33	I
4	1.24	1.33	27.27	0.59	0.48	1.11	60	0.42	I
5	1.24	1.33	27.27	0.59	0.48	1.08	60	0.46	I
6	1.24	1.33	27.27	0.88	0.27	1.08	60	0.37	I
7	1.24	1.33	27.27	0.80	0.33	1.08	60	0.64	II
8	1.24	1.33	27.27	0.68	0.41	1.11	60	0.42	I
9	1.24	1.33	27.27	0.68	0.41	1.11	60	0.26	I
10	1.24	1.33	27.27	0.74	0.36	1.08	60	0.42	I
11	1.17	1.50	26.20	0.75	0.30	0.68	45	0.48	I
12	1.17	1.58	26.20	0.77	0.28	0.68	45	0.48	I
13	1.17	1.96	26.20	0.66	0.34	1.56	45	0.75	II
14	1.17	1.75	26.20	0.75	0.29	1.56	45	0.96	II
15	1.17	1.75	26.20	0.66	0.36	1.56	45	0.76	II
16	1.17	1.67	26.20	0.73	0.31	1.80	45	0.53	II
17	1.00	2.67	27.27	0.33	0.75	0.83	50	0.23	I
18	1.00	2.67	27.27	0.33	0.75	0.78	50	0.25	I
19	1.00	2.40	30.30	0.33	0.61	1.02	50	0.27	I
20	1.00	2.40	30.30	0.33	0.61	0.75	50	0.3	I
21	1.10	2.40	30.30	0.33	0.55	1.18	50	0.38	I
22	1.10	2.40	30.30	0.33	0.55	1.24	50	0.37	I
23	1.13	5.00	39.47	0.39	0.31	2.00	45	0.64	II
24	1.20	6.00	32.89	0.61	0.30	2.00	45	0.54	II
25	1.20	6.00	32.89	0.62	0.30	2.00	45	0.51	II
26	1.20	6.00	32.89	0.78	0.22	2.00	45	0.64	II
27	1.20	6.00	32.89	0.52	0.35	2.00	45	0.54	II

注：S 为孔间间距(m)，B 为排间间距(m)，H 为炮孔孔深(m)，D 为炮孔直径(m)，T 为炮孔堵塞长度(m)，P_f 为炸药单耗(kg)，X_B 为原位岩石块度(m)，使用单位体积节理密度来评估，E 为岩石的弹性模量(GPa)。

表 2　X_{50} 预测判别样本

Table 2　Prediction samples of X_{50}

样本	S/B	H/B	B/D	T/H	$P_f/(\mathrm{kg\cdot m^{-3}})$	X_B/m	E/GPa	分组	X_{50}/m	X_m/m	X_f/m	X_K/m
1	1.24	1.33	27.27	0.80	0.33	1.11	60	I	0.31	0.48	0.42	0.48
2	1.24	1.33	27.27	0.80	0.33	1.11	60	I	0.38	0.48	0.42	0.46
3	1.24	1.33	27.27	0.59	0.48	1.11	60	I	0.47	0.37	0.41	0.42
4	1.17	1.83	26.20	0.73	0.30	1.80	45	II	0.56	0.67	0.67	0.68
5	1.17	1.83	26.20	0.70	0.32	1.80	45	II	0.74	0.65	0.69	0.65
6	1.10	2.40	30.30	0.33	0.55	1.33	50	I	0.38	0.36	0.38	0.42
7	1.10	2.40	30.30	0.33	0.55	1.23	50	I	0.44	0.36	0.37	0.39
8	1.00	2.67	27.27	0.33	0.75	0.77	50	I	0.25	0.28	0.27	0.29
9	1.20	6.00	32.89	0.54	0.34	2.00	45	II	0.69	0.58	0.59	0.64
10	1.13	5.00	39.47	0.62	0.31	2.00	45	II	0.64	0.56	0.57	0.71

注：X_m 为未分组时的 X_{50} 预测值，X_f 为分组后即本文建立模型的 X_{50} 预测值，X_K 为 Kum-Ram 模型的计算值。

(3) 对变量进行 PCA 分析，获得包含大部分变量信息的主成分变量。

(4) 将主元变换为主成分变量的训练样本代入 Fisher 判别，获得判别函数与各级间的阈值，即实现对爆破块度分级标准的量化。

(5) 针对不同级别的爆破，利用多元回归分析建立不同级别相对应的 X_{50} 预测式。

(6) 利用 Fisher 判别模型对待判样本进行分级。

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

(7) 将分级后的待判样本代入相对应的爆破块度预测方程，获得待判样本的 X_{50} 值。

4.1 原始数据标准化处理

获得的爆破数据需转化为量纲一的数值后才能计算，标准化过程的公式为

$$x^*=\frac{x-\mu}{\sigma} \tag{12}$$

式中：μ为所有样本的均值，σ为所有样本的标准差。处理后的样本数据符合标准正态分布，即均值为 0，标准差为 1。写成矩阵形式为

$$\boldsymbol{X}^*=\begin{bmatrix}
0.917 & -0.732 & -0.494 & 0.017 & 0.403 & -1.527 & 1.280\\
0.917 & -0.732 & -0.494 & 0.017 & 0.403 & -1.527 & 1.280\\
0.917 & -0.732 & -0.494 & 0.017 & 0.403 & -0.454 & 1.280\\
0.917 & -0.732 & -0.494 & 0.017 & 0.403 & -0.390 & 1.280\\
0.917 & -0.732 & -0.494 & 0.017 & 0.403 & -0.454 & 1.280\\
0.917 & -0.732 & -0.494 & 1.681 & -1.061 & -0.454 & 1.280\\
0.917 & -0.732 & -0.494 & 1.222 & -0.643 & -0.454 & 1.280\\
0.917 & -0.732 & -0.494 & 0.533 & -0.085 & -0.390 & 1.280\\
0.917 & -0.732 & -0.494 & 0.533 & -0.085 & -0.390 & 1.280\\
0.917 & -0.732 & -0.494 & 0.878 & -0.434 & -0.454 & 1.280\\
0.050 & -0.628 & -0.809 & 0.935 & -0.852 & -1.312 & -0.975\\
0.050 & -0.580 & -0.809 & 1.050 & -0.991 & -1.312 & -0.975\\
0.050 & -0.347 & -0.809 & 0.419 & -0.573 & 0.576 & -0.975\\
0.050 & -0.476 & -0.809 & 0.935 & -0.922 & 0.576 & -0.975\\
0.050 & -0.476 & -0.809 & 0.419 & -0.434 & 0.576 & -0.975\\
0.050 & -0.525 & -0.809 & 0.820 & -0.782 & 1.091 & -0.975\\
-2.054 & 0.086 & -0.494 & -1.475 & 2.286 & -0.990 & -0.223\\
-2.054 & 0.086 & -0.494 & -1.475 & 2.286 & -1.098 & -0.223\\
-2.054 & -0.079 & 0.398 & -1.475 & 1.310 & -0.583 & -0.223\\
-2.054 & -0.079 & 0.398 & -1.475 & 1.310 & -1.162 & -0.223\\
-0.816 & -0.079 & 0.398 & -1.475 & 0.892 & -0.239 & -0.223\\
-0.816 & -0.079 & 0.398 & -1.475 & 0.892 & -0.111 & -0.223\\
-0.445 & 1.509 & 3.097 & -1.130 & -0.782 & 1.520 & -0.975\\
0.422 & 2.120 & 1.160 & 0.132 & -0.852 & 1.520 & -0.975\\
0.422 & 2.120 & 1.160 & 0.189 & -0.852 & 1.520 & -0.975\\
0.422 & 2.120 & 1.160 & 1.107 & -1.410 & 1.520 & -0.975\\
0.422 & 2.120 & 1.160 & -0.385 & -0.503 & 1.520 & -0.975
\end{bmatrix}$$

4.2 数据相关系数矩阵计算分析

对数据 $\boldsymbol{X}^*$ 进行相关性计算，可得 7 种因素间的相关性系数矩阵：

$$\boldsymbol{Con}=\begin{bmatrix}
1.000 & -0.141 & -0.177 & 0.163 & -0.669 & 0.154 & 0.454\\
-0.141 & 1.000 & 0.824 & 0.901 & -0.234 & 0.743 & -0.593\\
-0.177 & 0.824 & 1.000 & 0.612 & -0.137 & 0.605 & -0.375\\
0.163 & 0.901 & 0.612 & 1.000 & -0.525 & 0.761 & -0.515\\
-0.669 & -0.234 & -0.137 & -0.525 & 1.000 & -0.542 & 0.239\\
0.154 & 0.743 & 0.605 & 0.761 & -0.542 & 1.000 & 0.239\\
0.454 & -0.593 & -0.375 & -0.515 & 0.239 & 0.239 & 1.000
\end{bmatrix}$$

由训练样本相关系数矩阵可知，数据间相关性显著，信息相互重叠，多元回归分析受到干扰。需对数据进行主成分分析，提取相互独立的量。

4.3 PCA 分析过程

根据前述理论，将相关值代入计算，结果显示提取 3 个主成分即可代表原数据 92.9%的信息量。进而计算得到主成分与变量数据间的线性关系组合式为

$$\left.\begin{aligned}
\boldsymbol{Y}_1(\boldsymbol{X}^*)={}&-0.015\,4\boldsymbol{X}_1-0.480\,6\boldsymbol{X}_2-0.354\boldsymbol{X}_3-\\
&0.489\,5\boldsymbol{X}_4+0.266\,1\boldsymbol{X}_5-0.457\,8\boldsymbol{X}_6+\\
&0.351\,5\boldsymbol{X}_7\\
\boldsymbol{Y}_2(\boldsymbol{X}^*)={}&0.732\,1\boldsymbol{X}_1-0.161\,5\boldsymbol{X}_2-0.172\,2\boldsymbol{X}_3+\\
&0.096\,3\boldsymbol{X}_4-0.537\,5\boldsymbol{X}_5+0.104\,6\boldsymbol{X}_6+\\
&0.315\boldsymbol{X}_7\\
\boldsymbol{Y}_3(\boldsymbol{X}^*)={}&0.159\,2\boldsymbol{X}_1+0.287\boldsymbol{X}_2+0.498\,2\boldsymbol{X}_3+\\
&0.117\,3\boldsymbol{X}_4+0.385\,2\boldsymbol{X}_5-0.062\,5\boldsymbol{X}_6+\\
&0.691\,4\boldsymbol{X}_7
\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

对原始数据进行主元变换，得到变换后的数据矩阵：

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{X}^*)=\begin{bmatrix}
2.14 & 0.20 & 0.80\\
2.14 & 0.20 & 0.80\\
1.60 & 0.42 & 0.86\\
1.56 & 0.43 & 0.87\\
1.60 & 0.42 & 0.86\\
1.44 & 2.16 & 0.18\\
1.49 & 1.67 & 0.37\\
1.51 & 0.99 & 0.65\\
1.51 & 0.99 & 0.65\\
1.50 & 1.36 & 0.50\\
0.83 & 0.76 & -1.65\\
0.78 & 0.90 & -1.70\\
-0.26 & 0.68 & -1.30\\
-0.22 & 1.17 & -1.52\\
-0.16 & 0.61 & -1.30\\
-0.43 & 1.13 & -1.45\\
0.69 & -3.42 & -0.42\\
0.74 & -3.45 & -0.42\\
-0.02 & -2.89 & -0.18\\
0.28 & -3.01 & -0.21\\
-0.14 & -1.89 & 0.23\\
-0.21 & -1.86 & 0.24\\
-3.68 & -0.60 & 1.22\\
-2.98 & 0.81 & 0.43\\
-2.97 & 0.84 & 0.42\\
-3.01 & 1.66 & 0.09\\
-2.95 & 0.33 & 0.63
\end{bmatrix}$$

4.4 Fisher 判别分析法应用

根据节 2.2 中的 Fisher 数学模型及计算步骤，

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　　http://www.cnki.net

将 $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{X}^*)$作为样本代入。根据获得的块度实测数据，结合以往的研究与结论[8]，按 X_{50} 分为 2 个等级，第一级别区间的 X_{50} 在 0.2～0.5 m，第二级别区间的 X_{50} 均大于 0.5 m，分级情况见表 1。

(1) 将训练样本代入理论公式，得判别函数为

$$y = 0.735\,8Y_1 - 0.230\,7Y_2 + 0.636\,7Y_3 \tag{14}$$

(2) 计算得到的 2 个级别间阈值：$y_c = -0.509$ 。

(3) 判别函数与不同级别之间的阈值构成了爆破块度的分级标准，将相关数据代入判别函数中计算，求得的数值与阈值比较可得知其所属级别。

(4) 为了检验 Fisher 判别的效果，将表 1 中所有训练样本代入判别函数中进行回判。结果表明有 3 组样本判别错误，编号为 7，10，11 判别正确率为 85%。

(5) 运用 PCA-Fisher 判别模型对表 2 中列出的 10 个待判样本进行判别，得到的判别值分别为 0.92，0.92，1.60，－1.55，－1.46，0.36，0.44，1.08，－1.90，－2.08，分级情况列于表 2，全部判别正确。判别结果也证明了以 0.5 m 作为分级标准的正确性。

4.5 模型的建立

多元统计方法广泛用于多个领域，在岩土工程分析中的运用也获得了成功。本文基于最小二乘法，以 PCA 得到的代表原数据变量大部分信息的主成分来构建回归方程式。利用分组后的 27 个训练样本分别进行多元回归分析，得到如下公式：

$$X_f = \begin{cases} X_{f1} = 0.435 - 0.049Y_1 + 0.038Y_2 - 0.007Y_3 \\ X_{f2} = 0.699 + 0.024Y_1 - 0.048Y_2 - 0.037Y_3 \end{cases} \tag{15}$$

4.6 模型的验证

为证明分组的必要性与优越性，与不分级建立的模型进行对比，即将 27 组训练样本进行多元回归分析，得到如下公式：

$$X_m = 0.472 - 0.042Y_1 + 0.057Y_2 - 0.074Y_3 \tag{16}$$

为验证本文建立模型的实用性，与工程中广泛应用的爆破块度预测模型 Kuz-Ram 模型对比，Kuz-Ram 模型预测平均块度的数学表达式[1]为

$$X_K = K\left(\frac{V_0}{Q}\right)^{0.8} Q^{\frac{1}{6}}\left(\frac{115}{E}\right)^{\frac{19}{30}} \tag{17}$$

式中：K 为岩石系数，可根据刘殿中和杨仕春[16]的研究取值；V_0 为单孔破碎岩石体积(m^3)；Q 为单孔炸药能量的 TNT 当量(kg)；E 为炸药威力指数，本文所选爆破均采用铵油炸药，取 $E = 90$。

将表 2 中的数据代入上述 3 个模型的公式中，得到 3 种模型相对应的岩石爆破平均块度预测值，如表 2 所示。

将上述 3 种模型进行对比分析。在对比前，选用绝对误差(ε)和均方根误差($RMSE$)指标来检验方程的预测能力。绝对误差是测量值与预测值之间的差值；均方根误差代表了模型的预测误差，是评判多因素分析模型预测能力的常用工具，由概念可知这两者的值越小越好。二者的计算公式为

$$\varepsilon = \frac{|y_i - x_i|}{n} \tag{18}$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - x_i)^2} \tag{19}$$

式中：y_i 为实际爆后块度尺寸，x_i 为预测块度尺寸，n 为预测的爆破样本数。

表 3 为对未分组回归模型、本文建立的分组回归模型和 Kuz-Ram 模型的预测能力评估表，表中分别对比了 3 个模型总体、数据的绝对误差、均方根误差，分组数据算得的绝对误差、均方根误差。

表 3　爆后平均块度预测模型对比
Table 3　Comparison of the prediction models for mean fragment size

模型类别		整体绝对误差	分组绝对误差	整体均方根误差	分组均方根误差
X_m	I	0.081	0.062	0.094	0.078
	II		0.107		0.112
X_f	I	0.057	0.043	0.074	0.048
	II		0.082		0.090
X_K	I	0.074	0.068	0.085	0.084
	II		0.083		0.087

注：I，II 为平均块度尺寸小于 0.5 m 与大于 0.5 m 的数据，各自计算的相关值。

由表 2，3 对比可知，分组后建立的回归模型在总体上的绝对误差、均方根误差都小于未分组时建立的模型与 Kuz-Ram 模型；分组后第一组的预测值获得了明显的改善，预测结果明显优于未分组前模型和 Kuz-Ram 模型的预测；分组后第二组数据的预测除第 9 待判样本 Kuz-Ram 模型较好外，在其他数据的预测上本文建立的模型优于未分组模型与 Kuz-Ram 模型。由表 2 预测结果的对比可知，本文建立的模型在大多数预测中的爆后块度预测值都比未分组前模型和 Kuz-Ram 模型更接近真实值。

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　　http://www.cnki.net

5　结　论

考虑各爆破因素间相互影响，及在不同的爆破情况下各因素对岩块平均尺寸的影响程度不同，使用主成分分析法获得相对独立的变量后，将新变量作为指标代入判别分类法中，建立爆破块度分级标准，再对各级别构建相对应的爆破平均块度尺寸预测方程式，实现了爆后岩块平均尺寸的准确预测。

(1) 在构建爆破块度预测方程时，考虑影响因素间的相互干扰，通过主成分分析法(PCA)完成对高维数据的降维，获得能代表原始数据 92.9%信息量的相互独立的新变量。

(2) 在不同爆破参数下，各因素对爆后平均块度尺寸的影响程度不同，将新变量作为指标代入判别分类法，得到的判别函数与不同级别之间的阈值构成了爆破块度的分级标准。

(3) 针对不同类型爆破情况建立爆后块度预测模型，结合预测实例结果，本文建立的模型均方根误差与绝对误差均小于 Kuz-Ram 模型，证明本文建立的模型优于未分组模型与 Kuz-Ram 模型，验证了模型的可行性与有效性。

本文采用的数据来自 T. Hudaverdi 等[8]建立的爆破数据库，数据库还在完善阶段，所包含的数据仍旧较少，特别是分组后用于构建每个多元回归分析式的数据更少，部分影响了结果的判别。但作为一种预测爆后块度的新方法，如果能够使用更多的数据建立相关模型，就可以实现更广泛的预测。

参考文献(References)：

[1] KUZNETSOV V M. Mean diameter of fragments formed by blasting rock[J]. Soviet Mining Science，1973，9(2)：144－148.

[2] 张继春. 岩体爆破的块度理论及应用[M]. 成都：西南交通大学出版社，1999：15－20.(ZHANG Jichun. Theory and application of rock mass blasting[M]. Chengdu：Southwest Jiaotong University Press，1999：15－20.(in Chinese))

[3] 刘　慧，冯叔瑜. 炸药单耗对爆破块度分布影响的理论探讨[J]. 爆炸与冲击，1997，(4)：359－362.(LIU Hui，FENG Shuyu. Theoretical study on the influence of explosive consumption on blasting fragmentation distribution[J]. Explosion and Shock，1997，(4)：359－362.(in Chinese))

[4] 张宪堂，陈士海. 考虑碰撞作用的节理裂隙岩体爆破块度预测研究[J]. 岩石力学与工程学报，2002，21(8)：1 141－1 146.(ZHANG Xiantang，CHEN Shihai. Study on the prediction of blasting fragmentation of jointed rock mass considering collision effect[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2002，21(8)：1 141－1 146.(in Chinese))

[5] 蔡建德，郑炳旭，汪旭光，等. 多种规格石料开采块度预测与爆破控制技术研究[J]. 岩石力学与工程学报，2012，31(7)：1 462－1 468.(CAI Jiande，ZHENG Bingxu，WANG Xuguang，et al. Study on the prediction of fragmentation and blasting control technology for multi class stone mining[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2012，31(7)：1 462－1 468.(In Chinese))

[6] MONJEZI M，AHMADI Z，VARJANI Y，et al. Backbreak prediction in the Chadormalu iron mine using artificial neural network[J]. Neural Computing and Applications，2013，23(3/4)：1 101－1 107.

[7] 汪学清，单仁亮. 人工神经网络在爆破块度预测中的应用研究[J]. 岩土力学，2008，29(增)：529－532.(WANG Xueqing，SHAN Huiliang. Application of on artificial neural networks to blasting fragment prediction[J]. Rock and Soil Mechanics，2008，29(Supp.)：529－532.(in Chinese))

[8] HUDAVERDI T，KULATILAKE P H，KUZU C. Prediction of blast fragmentation using multivariate analysis procedures[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. 2011，35(12)：1 318－1 333.

[9] FARAMARZI F，MANSOURI H，EBRAHIMI FARSANGI M A. A rock engineering systems based model to predict rock fragmentation by blasting[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences，2013，60：82－94.

[10] SINGH P K，ROY M P，PASWAN R K，et al. Rock fragmentation control in opencast blasting[J]. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering，2016，8(2)：225－237.

[11] 李　迎，池恩安，赵明生，等. 利用正交法探究三种微差爆破技术与块度的影响[J]. 矿业研究与开发，2015，35(8)：27－30.(LI Ying，CHI En′an，ZHAO Mingsheng，et al. Influence of three mil-lisecind blasting technologies on fragmentation by orthogonal method[J]. Mining Research and Development，2015，35(8)：27－30.(in Chinese))

[12] ALER J，DU MOUZA J，ARNOULD M. Evaluation of blast fragmentation efficiency and its prediction by multivariate analysis procedures[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geotechnical Abstracts，1996，33(2)：189－196.

[13] 李庆扬，王能超，易大义，等. 数据分析[M]. 北京：清华大学出版社，2008：147－178.(LI Qingyang，WANG Nengchao，YI Dayi，et al. Data analysis[M]. Beijing：Tsinghua University Press，2008：147－178.(in Chinese))

[14] CHIAPPETTA R F. Choosing the right delay timing for the blasting application，optimization and maintaining field control[C]// Proceedings of the 8th High-Tech-Seminar on State-of-the Art，Blasting Technology，Instrumentation and Explosives Applications. [S. l.]：[s. n.]，2014：215－254.

[15] 高惠璇. 应用多元统计分析[M]. 北京：北京大学出版社，2005：233－256.(GAO Huixuan. Multivariate statistical analysis[M]. Beijing：Peking University Press，2005：233－256.(in Chinese))

[16] 刘殿中，杨仕春. 工程爆破实用手册[M]. 北京：冶金工业出版社，2003：164－167.(LIU Dianzhong，YANG Shichun. A practical handbook of engineering blasting[M]. Beijing：Metallurgical Industry Press，2003：164－167.(in Chinese))

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net