基于率效应的岩石材料次加载面动态模型在岩体工程中的初步应用

周永强[1]，盛 谦[1]，冷先伦[1]，朱泽奇[1]，付晓东[1]，李娜娜[2]

(1. 中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室，湖北 武汉 430071；2. 武汉科技大学 城市学院，湖北 武汉 430083)

摘要：为较准确反映岩体工程在地震荷载下的响应，结合 Drucker-Prager 屈服准则和次加载面理论，初步构建基于 Drucker-Prager 准则的次加载面应力路径模型，在此基础上，除计算弹性模量的率效应之外，还在 Drucker-Prager 准则上考虑强度的率效应，提出岩石材料的动态模型，并把该模型运用到滇中引水香炉山隧洞中。计算结果表明，相对于 Drucker-Prager 准则，应力路径模型能较好地描述玄武岩在循环荷载下体现的曼辛效应和棘轮效应，由于没有考虑率效应，表现出应力－应变曲线的斜率没有试验曲线大，且累计应变也比试验曲线大；在岩石循环加卸载过程中，动态模型得出的模量上比次加载面应力路径模型模拟的要大，同时变形量也较次加载面应力路径模型要小，因此该模型能较好地反映岩石的动态力学性质和变形性质；相比于 Drucker-Prager 准则下，采用动态模型得出隧洞的左侧监测点和右侧监测点的瞬时相对变形峰值增大了 0.67 cm，同样底部和顶部以及左右两侧的永久相对变形也分别增大了 0.19 和 0.77 cm，说明动态模型可以较好地反映围岩残余大变形；岩石动态模型相对于 Drucker-Prager 准则和线弹性本构，更具有滤掉高频的功能。说明该模型能很好地运用到岩石动力学中，同时也为准确分析岩体工程在地震作用下的响应奠定了一个很好的基础。

关键词：岩石力学；次加载面；Drucker-Prager 准则；率效应；动态模型；岩体工程

中图分类号：TU 45 **文献标识码：**A **文章编号：**1000－6915(2017)10－2503－11

Preliminary application of dynamic constitutive model with subloading surface for rock materials considering rate effect in rock engineering

ZHOU Yongqiang[1]，SHENG Qian[1]，LENG Xianlun[1]，ZHU Zeqi[1]，FU Xiaodong[1]，LI Nana[2]

(1. *State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering*，*Institute of Rock and Soil Mechanics*，*Chinese Academy of Sciences*，*Wuhan*，*Hubei* 430071，*China*；2. *City College*，*Wuhan University of Science and Technology*，*Wuhan*，*Hubei* 430083，*China*)

Abstract：A stress path model with the subloading surface based on the Drucker-Prager yield criterion and the subloading surface theory was established to reflect accurately the response of rock under the action of earthquake. A dynamic constitutive model of rock material was proposed considering the rate effect of elastic modulus and strength. The proposed model was applied to the Xianglushan tunnel. The results show that the stress path model describes the Masing effect and the ratchet effect of basalt better than Drucker-Prager criterion under cyclic

收稿日期：2017－04－09；**修回日期：**2017－06－14

基金项目：国家重点基础研究发展计划(973)项目(2015CB057905)；云南联合基金重点项目(U1402231)

Supported by National Program on Key Basic Research Project of China(973 Program)(Grant No. 2015CB057905) and Key Projects of Joint Fund of Yunnan(Grant No. U1402231)

作者简介：周永强(1990－)，男，博士，2011 年毕业于四川大学农业水利工程专业，现任助理研究员，主要从事岩体本构及抗震方面的研究工作。E-mail：852538607@qq.com

DOI：10.13722/j.cnki.jrme.2017.0383

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

loading. When the rate effect is not taken into account，the slope of the stress-strain curve is smaller than that of test curve and the cumulative strain is larger than that of test curve. In the process of cyclic loading and unloading，the dynamic modulus obtained with the dynamic model is larger than that from the stress path model with subloading surface and the deformation obtained with the dynamic model is smaller than that from the stress path model with subloading surface. Therefore，the proposed model reflected well the dynamic mechanical properties and deformation properties of the rock. In comparison with the results from Drucker-Prager criterion，the instantaneous relative peak deformation between the left and right monitoring points of the tunnel from the dynamic model increased 0.67 cm，and the permanent relative deformation between the bottom and top monitoring points and between the left and right monitoring points are increased 0.19 cm and 0.77 cm respectively. This indicates that the dynamic model reflected better the large deformation of the surrounding rock. The dynamic model of rocks is more effective in filtering the high frequency than Drucker-Prager criterion and linear elastic constitutive.

Key words：rock mechanics；subloading surface；Drucker-Prager criterion；rate effect；dynamic model；rock mass engineering

1　引　言

一些岩体工程，如地下洞室和边坡工程等，在强地震作用下可能会产生破坏，直接影响着生产生活甚至是威胁到生命安全，因此有必要研究岩体工程在地震荷载下的响应，而其研究基础就是能反映岩石在地震荷载下的力学性质的动态模型。地震作用是很复杂的，但是通常情况下可以把地震荷载等效成循环荷载，而循环荷载也属于动态荷载，因此地震荷载不但具有循环荷载的特点，还具备了动态荷载所包含的一般性质。

与静载不同，在动态荷载作用下岩石材料的强度与加载速率/应变率关系密切，即岩石材料强度具有明显的率相关性[1-2]。梁昌玉等[3]通过对大量岩石试验的统计认为与地震荷载对应的应变率为 10^{-4}～$10^{-2}\,\mathrm{s}^{-1}$ 范围，属于中低应变率。国内外学者已对岩石在中低应变率的动态荷载下的力学性质进行了大量的研究，得到了许多有益的结论。另外，岩石材料在循环载荷下的力学特性主要表现在 2 个方面：一方面是变形特性，表现为卸载曲线与加载曲线不相重合，形成一封闭的塑性滞回环，即曼辛效应；另一方面是棘轮效应，随着循环数的增加，滞回环向应变增大的方向移动，且越来越密集，岩石的不可逆塑性变形随动应变增加而小幅度增大。

岩石的本构模型是其强度和变形等指标的综合描述，是内部裂纹的宏观表现，因此岩石的动态模型应是应变率效应、曼辛效应和棘轮效应的综合反映介质。目前关于岩石动态模型主要分为两大类：一类基于动态荷载下的应变率效应和损伤效应，称为“强度模型”，另一类是反映循环荷载下的力学特性，称为“变形模型”。基于动态荷载下的应变率效应和损伤效应，国内外学者提出了许多既有理论依据又有工程使用价值的动态模型，主要为经验和半经验模型、力学模型、损伤模型和组合模型。基于试验数据，结合经典的静力强度准则，考虑应变率，建立相应的动态模型关系，即经验和半经验模型，如钱七虎和戚承志[4]提出了考虑应变率效应的莫尔－库仑准则，宫凤强等[1]给出了动态 Mohr-Coulomb 准则和动态 Hoek-Brown 准则的具体表达形式；力学模型是基于岩石的动力特性，通过基本力学元件按照一定的组合方式而实现的，过应力模型则是典型代表[5]，此外还有黏塑性模型[6]；损伤模型分为基于唯象学法的损伤模型[7]和基于细观学法建立的损伤模型[8]；组合模型是基于上述几种方法，组合并综合运用相关理论，以求更好地表征岩石的力学特性[9]。上述模型虽在一定程度上可以较好地反映岩石的应变率效应及损伤效应，但却不能模拟岩石在循环荷载下的滞回圈及变形累积现象。对于反映循环荷载下岩石的力学特性，刘恩龙等[10]根据岩土破损力学理论，针对岩石材料提出了一个考虑循环荷载作用的二元介质本构模型；莫海鸿[11]提出了岩石内时模型。以上模型在模拟岩石在循环荷载下的动态响应具有很好的实用性，然而模型参数较多，参数确定存在较大的难度，物理意义不是很明确。

次加载面理论在描述材料的曼辛效应和棘轮效应具有很好的优势，满足循环塑性模型满足的连续

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

性和光滑性等力学特性，K. Hashiguchi[12]把次加载面来模拟金属材料在循环荷载下的变形。国内孔 亮等[13]则建立了基于广义塑性力学的土体次加载面循环塑性模型，其后次加载面应力路径模型被运用到了混凝土[14]以及软岩[15]中，都取得了很好的结果。因此把次加载理论运用到描述岩石在循环加载条件下的力学性质是一个不错的尝试[16]，而且目前还没有相关研究把次加载面理论运用到岩体工程中。因此本文的思路是结合 Drucker-Prager 屈服准则和次加载面理论，建立适用于岩石在循环荷载下的次加载面应力路径模型，在此基础上考虑率效应，初步提出能应用于地震作用下的岩石材料动态模型，最后运用到岩体工程中。

2　基于 Drucker-Prager 准则的岩石次加载面应力路径模型

2.1　次加载面的基本思路

次加载面模型的基本思路是假设在正常屈服面(常规模型的屈服面)的内部存在一个与之保持几何相似的次加载面，当前应力点始终位于该加载面上，因此加载准则不需要判断应力点是否位于屈服面上。该模型可反映塑性应变增量对应力增量的相关性，能较好地模拟曼辛效应、棘轮效应等材料的主要循环加载特性，与常规模型相比，该模型的弹性阶段与塑性阶段能光滑过渡，即应力－应变关系是连续光滑的，因为塑性模量是用次加载面与正常屈服面大小的比值来表示。

如图 1 所示，可以得出如下的几何相似关系：

$$\bar{\sigma}=\sigma-\bar{\alpha}=R\hat{\sigma}_{\mathrm{y}}=R(\sigma_{\mathrm{y}}-\alpha) \tag{1}$$

$$\hat{s}=s-\alpha=\frac{\bar{s}}{R}=\frac{s-\bar{\alpha}}{R} \tag{2}$$

$$\tilde{\sigma}=\sigma-s=R\tilde{\sigma}_{\mathrm{y}}=R(\sigma_{\mathrm{y}}-s) \tag{3}$$

式中：s 为相似中心，α 为正常屈服面的几何中心，$\bar{\alpha}$ 为次加载面的几何中心，σ_{y} 为位于次加载面上当前应力 σ 在正常屈服面上的对偶应力。图 2 给出了流程图。

当 $R=0$ 时，$\sigma=s=\bar{\alpha}$，表示次加载面与相似中心面重合，即次加载面收缩为一个点；当 $R=1$ 时，$\sigma=\sigma_{\mathrm{y}}$，即为传统的弹塑性模型，因此传统的弹塑性模型为次加载面应力路径模型的一个特例。综合次加载面理论的假设和要求，根据一致性条件，可以得出弹塑性矩阵的表达式为

$$D^{\mathrm{ep}}=D^{\mathrm{el}}-[\partial f/\partial\bar{\sigma}\otimes D^{\mathrm{el}}\otimes D^{\mathrm{el}}\otimes\partial f/\partial\bar{\sigma}]\Big/\left\{\partial f\Big/\left\{\partial\bar{\sigma}\otimes D^{\mathrm{el}}\otimes\partial f/\partial\bar{\sigma}+\partial f\Big/\left\{\partial\bar{\sigma}\left[\frac{\partial F}{F\partial\varepsilon^{\mathrm{p}}}\hat{\sigma}+\frac{\partial\alpha}{\partial\varepsilon^{\mathrm{p}}}+U\frac{\tilde{\sigma}}{R}+C(1-R)\left(\frac{\bar{\sigma}}{R}-\frac{\hat{s}}{\chi}\right)\right]\right\}\right\}\right. \tag{4}$$

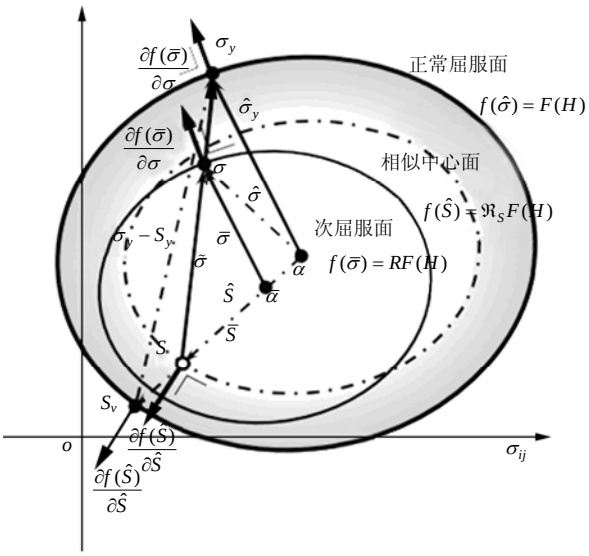


图 1　次加载面示意图

Fig.1　Sketch of subloading surface

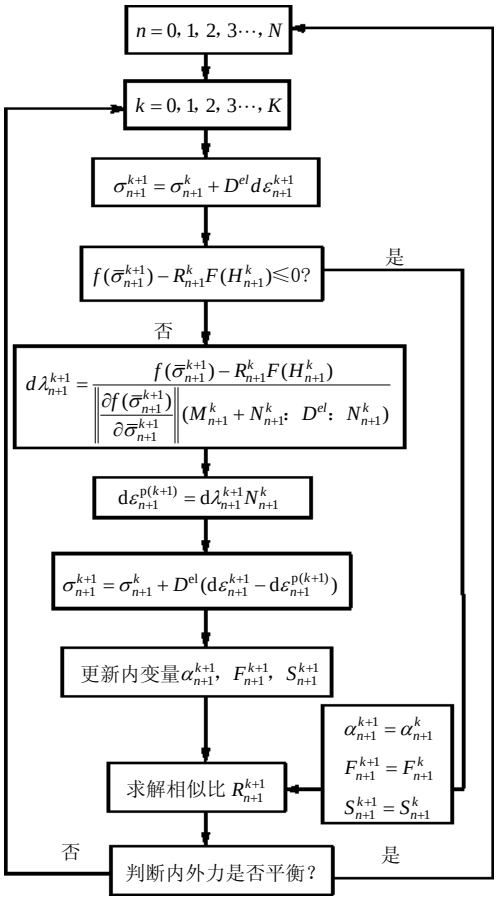


图 2　流程图

Fig.2　Flow chart

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

2.2 基于 Drucker-Prager 准则的岩石次加载面应力路径模型

Drucker-Prager 准则的具体表达式为

$$f(\sigma)=AI_1+\sqrt{J_2}=F(H)=k(H) \tag{5}$$

式中：A，k 为材料参数；c，φ分别为黏聚力和内摩擦角φ，其关系式详见郑颖人等[17]研究；I_1，J_2 分别为应力的第一不变量和偏应力第二不变量。参考白 冰等[18]研究，$k(H)$可表示为

$$k(H)=k(1+H\varepsilon^{\mathrm{p}}) \tag{6}$$

则正常屈服面为

$$f(\sigma_{\mathrm{y}})=AI_{\mathrm{y1}}+\sqrt{J_{\mathrm{y2}}}=F(H)=k(H) \tag{7}$$

由于次加载面与正常屈服面保持几何相似的，因此次加载面应力路径模型为

$$f(\bar{\sigma})=A\bar{I}_1+\sqrt{\bar{J}_2}=RF(H)=Rk(H) \tag{8}$$

将式(8)代入式(4)，即可求解出基于 Drucker-Prager 准则的次加载面应力路径模型的弹塑性模量。

相似比 R 可以根据 $R=f(\bar{\sigma})/F(H)$ 求解，然而 $\bar{\sigma}=\tilde{\sigma}+R\hat{s}$ 包含了 R，因此须联合求解，即

$$f(\bar{\sigma})=f(\tilde{\sigma}+R\hat{s})=Atr(\tilde{\sigma}+R\hat{s})+\sqrt{1/2}\left\|\tilde{\sigma}'+R\hat{s}'\right\|=RF(H) \tag{9}$$

变换式(9)，可得相似比 R 为

$$R=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac'}}{2a} \tag{10}$$

其中，

$$a=F(H)^2-6F(H)A\hat{s}_{\mathrm{m}}+9A^2\hat{s}_{\mathrm{m}}{}^2-1/2\left\|\hat{s}'\right\|^2 \tag{11}$$

$$b=-6F(H)A\tilde{\sigma}_{\mathrm{m}}+18A^2\tilde{\sigma}_{\mathrm{m}}\hat{s}_{\mathrm{m}}-(\tilde{\sigma}'\otimes\hat{s}') \tag{12}$$

$$c'=9A^2\tilde{\sigma}_{\mathrm{m}}{}^2-1/2\left\|\tilde{\sigma}'\right\|^2 \tag{13}$$

运用弹性预测－塑性修正的思想，通过自编程序，基于修正 Drucker-Prager 准则的次加载面模型的数值实现过程如图 2 所示。具体的推导过程见周永强等[16]研究。

2.3 验　证

采用圆柱形玄武岩试样，直径是 48.58 m，高度是 99.92 m，在中国科学院武汉岩土力学研究所自行研制的 RDT－10000 型岩石高压动三轴试验系统进行动态压缩试验。围压为 20 MPa，加载波形为正弦波，幅值为 65 MPa，频率为 1 Hz，加载路径如图 3 所示。利用该模型及传统的 Drucker-Prager 屈服准则分别对其进行模拟，并与试验数据进行对比。玄武岩参数如表 1 所示，次加载面模拟结果与玄武岩试验数据的对比如图 4 所示。

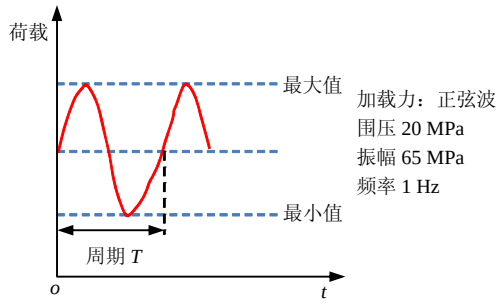


图 3　加载应力路径示意图

Fig.3　Loading stress path

表 1　玄武岩参数

Table 1　The parameters of basalt

E/Pa	ν	c/Pa	φ/(°)	H	u	C	χ
3.2×10^{10}	0.2	6.4×10^{6}	50	1	8×10^{2}	1×10^{2}	0.7

注：E 为弹性模量，ν为泊松比，H 为硬化参数，u 为材料参数，C 为材料参数，χ为相似中心比 R 的最大值。

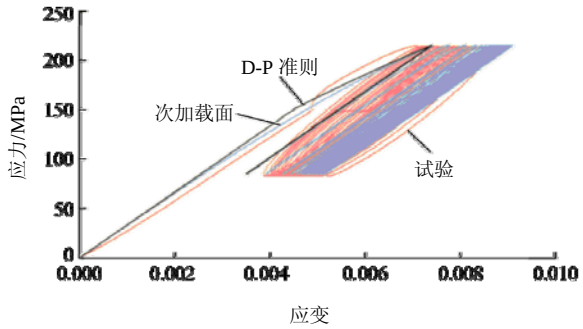


图 4　次加载面模拟结果与玄武岩试验数据的对比

Fig.4　Comparison between the simulation result from subloading surface model and the measured data of basalt

从图 4 可以看出，该模型基本上能反映玄武岩在循环加卸载下的响应。相对于 Drucker-Prager 准则，应力路径模型能模拟滞回圈，也能反映累计应变，同时揭示了玄武岩的发展形态。由于该模型没有考虑率效应，表现出应力－应变曲线的斜率没有试验曲线大，且累计应变也比试验曲线大，此外该模型在滞回圈大小方面模拟不是很好，但是在累积应变方面能较好地反映。

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

3　考虑率效应的次加载面模型

如上所述，岩石在动态荷载作用下表现出了明显的率效应，因此为反映岩石在地震作用下表现出的力学性质，需在次加载面应力路径模型的基础上考虑率效应，从而建立能适用于地震作用下的岩石动态模型。

3.1　率效应的体现与计算

笔者所在课题组已完成的研究成果表明：白鹤滩玄武岩的弹性模量和抗压强度随应变率增加而增加，动态弹性模量和抗压强度较静态的提高了10%～30%[19]。因此岩石的率效应不仅表现在强度上，也体现在弹性模量上。

(1) 动态强度

对于强度，赵 坚和李海波[20]认为，岩石强度的率效应主要体现在黏聚力上，而与内摩擦角无关，此外戚承志和钱七虎[21]对岩石等脆性材料动力强度依赖应变率的物理机制进行了探讨，提出在小应变率的范围内，岩石强度－应变率依赖性受热活化机制控制，随着应变率的增加，岩石的宏观黏性阻尼机制出现，并逐渐占据主导地位，因此也佐证了岩石黏聚力的增加是岩石在中高应变率下率效应的主要原因。然而在地震动等中等应变率作用下的复杂围岩，其强度和应变率的关系尚未形成统一的公式。由于混凝土与岩石材料性质相似，都属于脆性材料，且混凝土在动态荷载作用下率效应的研究成果比较成熟，因此可以借鉴混凝土。1988 年欧洲混凝土协会给出了混凝土抗压强度随中低加载速率变化的经验公式：

$$\frac{f_{\mathrm{d}}}{f_{\mathrm{s}}}=\left(\frac{\dot{\varepsilon}_{\mathrm{d}}}{\dot{\varepsilon}_{\mathrm{s}}}\right)^{\gamma}=\left(\frac{\dot{\varepsilon}_{\mathrm{d}}}{\dot{\varepsilon}_{\mathrm{s}}}\right)^{(5+3f_{\mathrm{u}}/4)^{-1}} \tag{14}$$

式中：f_{d} 为动态抗压强度，f_{s} 为静态抗压强度，$\dot{\varepsilon}_{\mathrm{d}}$，$\dot{\varepsilon}_{\mathrm{s}}$ 分别为动态应变率和静态应变率，f_{u} 为立方体静态抗压强度。宋玉普[22]根据多个文献的研究成果，指出混凝土的抗压强度和弹性模量平均值与应变率的对数基本成线性关系，并得出如下公式：

$$\frac{f_{\mathrm{d}}}{f_{\mathrm{s}}}=1.0+\beta\lg\frac{\dot{\varepsilon}_{\mathrm{d}}}{\dot{\varepsilon}_{\mathrm{s}}} \tag{15}$$

式中：β 为系数。当 β 取得比较合适时，式(14)和(15)基本等效。岩石的黏聚力与抗压强度的关系为

$$c=\frac{f}{2}\frac{1-\sin\varphi}{\cos\varphi} \tag{16}$$

由此可知，φ 与应变率无关，因此综合式(15)和(16)可知黏聚力与应变率的关系为

$$\frac{c_{\mathrm{d}}}{c_{\mathrm{s}}}=1.0+\beta\lg\frac{\dot{\varepsilon}_{\mathrm{d}}}{\dot{\varepsilon}_{\mathrm{s}}} \tag{17}$$

式中：c_{d}，c_{s} 分别为动态黏聚力和静态黏聚力。

(2) 动态弹性模量

对于弹性模量的率效应计算方法，欧洲混凝土协会在总结多数试验成果的基础上，给出了不同应变率下弹性模量的强化系数，即

$$K_{\mathrm{E}}=\frac{E_{\mathrm{d}}}{E_{\mathrm{s}}}=\left(\frac{\dot{\varepsilon}_{\mathrm{d}}}{\dot{\varepsilon}_{\mathrm{s}}}\right)^{0.026} \tag{18}$$

则动态弹性模量为

$$E_{\mathrm{d}}=E_{\mathrm{s}}\left(\frac{\dot{\varepsilon}_{\mathrm{d}}}{\dot{\varepsilon}_{\mathrm{s}}}\right)^{0.026} \tag{19}$$

式中：E_{d} 和 E_{s} 分别为动态弹性模量和静态弹性模量。$\dot{\varepsilon}_{\mathrm{s}}$ 取为 $10^{-5}\ \mathrm{s}^{-1}$。

3.2　反映率效应的岩石屈服准则

为考虑应变率效应，目前学者主要是通过对一些已有的岩石类材料的准静态屈服准则进行修正来描述材料的动态力学特性，从而建立相应的动态模型关系。通常在准静态屈服准则中考虑应变率效应有 2 种方法，一种方法是把应变率考虑在应力－应变关系中，另一种则是把应变率考虑在屈服函数中。

(1) 把应变率考虑在应力－应变关系中

① 在动态荷载条件下，材料内部产生的应力是由准静态应力 σ_{s} 和过应力 σ_{d} 两部分组成，过应力 σ_{d} 则反映了应变率效应[5]，即

$$\sigma=\sigma_{\mathrm{s}}(\varepsilon)+\sigma_{\mathrm{d}}(\varepsilon,\ \dot{\varepsilon}) \tag{20}$$

$$\sigma_{\mathrm{d}}=q\varepsilon^{n}(\dot{\varepsilon})^{p} \tag{21}$$

式中：n 为描述应力–应变曲线的形状，p 为确定过应力的大小，q 为影响系数。李夕兵等[23]采用组合模型研究方法，将统计损伤模型和黏弹性模型相结合，分别建立中应变率下岩石在一维和三维的动静组合加载本构模型。

② 通常引入一个强化因子 R 来表征应变率效应的影响，即

$$\sigma=\sigma_{\mathrm{s}}(\varepsilon)R(\dot{\varepsilon}) \tag{22}$$

从式(22)可以看出，材料准静态下应力－应变

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

关系已经包含了在不同应变率下的应力－应变关系的主要特征。常用的模型有 Johnson-Cook 模型[24]等。

(2) 把应变率考虑在屈服函数中

屈服函数能反映材料的强度特性，因此有的学者直接在屈服准则中考虑材料的应变率。钱七虎和戚承志[4]在 Mohr-Coulomb 屈服准则中考虑了强度－应变率效应得到了复杂应力状态的岩石材料的动态屈服准则；宫凤强等[1]则在 Mohr-Coulomb 准则和 Hoek-Brown 准则中考虑了率效应。

基于上述研究成果，可知目前的研究基本上都是直接在应力－应变关系或静态屈服准则中考虑应变率，因此本文直接在 Drucker-Prager 准则基础上，添加应变率(作为状态变量)，结合次加载面理论，从而建立能同时反映应变率效应、曼辛效应和棘轮效应的岩石动态模型，其正常屈服面的表达式为

$$f=(J_2)^{1/2}+\alpha I_1-k(\dot{\varepsilon})=0 \tag{23}$$

$$k(\dot{\varepsilon})=k\left(1+\beta\lg\frac{\dot{\varepsilon}_{\mathrm{d}}}{\dot{\varepsilon}_{\mathrm{s}}}\right) \tag{24}$$

3.3 验　证

(1) 动态单轴加载

为验证该模型在强度和弹性模量上体现出的率效应，本文对一个 100 mm×100 mm×100 mm 的立方体岩石，采用单轴加载方式，荷载为 12 MPa。模型参数如表 2 所示。本文设置了 3 种工况：

① 考虑应变率对强度的影响，不考虑对弹性模量的影响；

② 同时考虑应变率对强度和弹性模量的影响；

③ 不同应变率对岩石的影响。

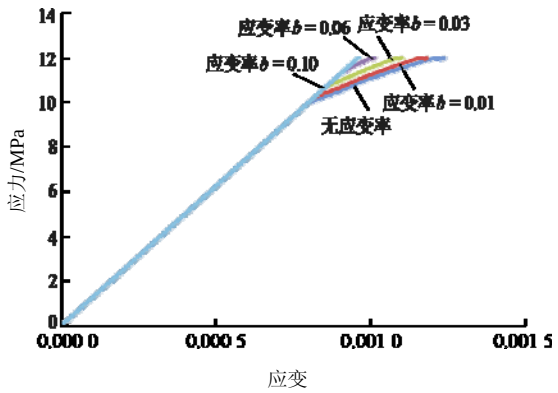
表 2　模型参数

Table 2　The parameters of model

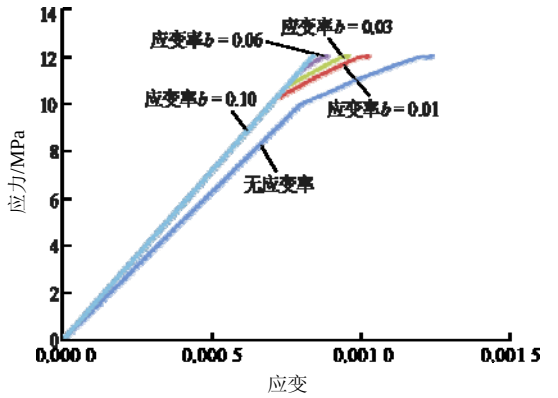
E/Pa	ν	c/Pa	φ /(°)	H	u	C	χ
1.2×10^{10}	0.2	4×10^{6}	30	0	3×10^{8}	1×10^{3}	0.7

工况一：该工况分析了应变率对黏聚力 c 的影响，暂没有考虑对弹性模量的作用。对于式(23)中的 β (此处为 b)参数，分别设置为 0，0.01，0.03，0.06，0.1 五种情况，结果见图 5。随着 b 值的增加，岩石的黏聚力随应变率的增长就越大，其变形也就越小，岩石的变形趋于一个稳定值，当 $b=0.1$ 时，即基本上只产生弹性变形，而此时弹性模量保持不变，说明了该动态模型较好地反映了对强度的率效应。

工况二：在应变率效应的作用下，岩石的弹性



(a) 工况一



(b) 工况二

图 5　应力－应变随 b 的变化

Fig.5　Stress-strain curves change with b

模量得到增加，变形量则越来越小，同工况一类似，随着 b 值的增加，岩石的黏聚力随应变率的增长就越大，其变形也就越小，最后趋于一个定值，当 $b=0.1$ 时，岩石基本不产生塑性变形，与此同时，弹性模量也随 b 值在增加，最后也趋于一个常数，说明了该动态模型能同时反映了对强度和弹性模量的率效应。

工况三：该工况设置了 2×10^{-4}，2×10^{-3} 和 2×10^{-2} s^{-1} 三种情况，得到了如图 6 所示的不同应变率下的应力－应变，由图可知，相对于次加载面应力路径模型，动态模型得出的弹性模量随应变率的增加而增加，变形量则随应变率的增加而相应地减少，同时加载的应变率越大，岩石的弹性模量越大，变形则越小，正好符合岩石在动态加载过程中所体现的力学性质。

(2) 循环加卸载

采用动态单轴加载的例子，其参数一样，β 为 0.1，加载路径见图 7，得到了如图 8 所示的应力－应变曲线。从图 8 可以看出，在循环加卸载过程中，由于率效应作用，动态模型得出的岩石模量上比次加载面应力路径模型模拟的要大，同时变形量也较次加载面应力路径模型要小，因此该模型不但能模

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

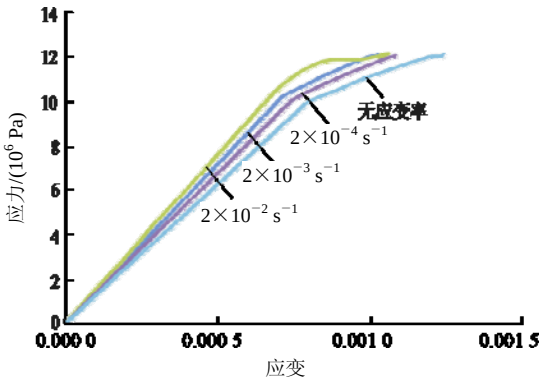


图 6　工况三不同应变率下岩石的应力－应变

Fig.6　Stress-strain curves in case 3 under different strain rates

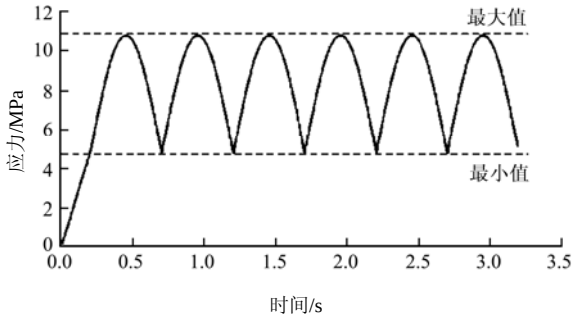


图 7　加载应力路径

Fig.7　Curve of loading stress path

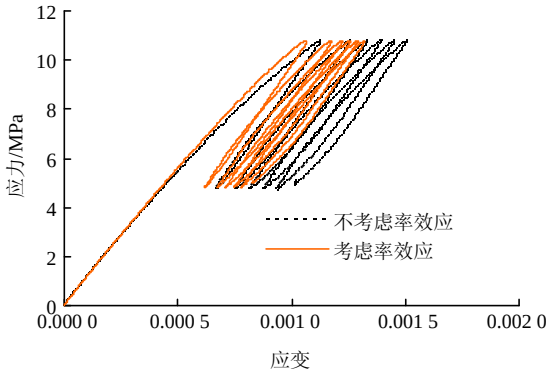


图 8　岩石的应力－应变曲线

Fig.8　Stress-strain curve of rock

拟岩石在循环加卸载下表现的曼辛效应和棘轮效应，还能同时反映率效应。

4　工程应用

4.1　工程概况

滇中引水工程是云南省委省政府的重大决策部署，是云南省可持续发展的战略性基础工程，可从根本上解决滇中区水资源短缺问题。滇中引水工程是从金沙江上游石鼓河段取水，以解决滇中区水资源短缺问题的特大型跨流域引(调)水工程。香炉山隧洞全长 63.426 km，隧洞起点设计水位 2 035 m，隧洞综合纵坡 1/1 814。隧洞断面为圆形，直径 8.40 m，设计水深 6.38 m。

4.2　地震荷载的选择

根据《滇中引水工程水源及总干渠线路重点工程场地地震安全性评价报告》(中震安评[2015]136 号)最新地震危险性分析成果：隧洞 DLI01+400 段的 50 a 超越概率 5%，100 a 超越概率 2%水平向地震动峰值加速度值见表 3。

表 3　不同超越概率水平向地震动峰值加速度统计

Table 3　Different transcendence probability of peak acceleration of horizontal ground motion

超越概率隧洞计算点位置	50 a 超越概率峰值加速度/gal			100 a 超越概率峰值加速度(2%)/gal
	63%	10%	5%	
香炉山隧洞 DLI01+400	93	252	326	532

地震荷载的输入决定工程的响应，输入不同，响应则不同，因此地震荷载的选择是关键。地震荷载的首选是工程场地的实测地震记录，若工程场地没有实测地震记录，则可以选择与该工程场地地质、地震机制等类似的其他实测地震和相应的人工合成地震。崔　臻[25]根据国际岩土工程抗震设计规范和《水电工程防震抗震研究设计及专题报告编制暂行规定》，认为地下洞室的抗震水平为：以 50 a 超越概率 5%作为运行基准地震动水平，以 100 a 超越概率 2%为安全校核地震动水平，因此为说明香炉山隧洞的安全稳定性，本文选择 100 a 超越概率 2%作为计算工况。由于该工程场地缺乏实测地震记录，因此本文选择了 Kobe 波作为地震荷载的输入。Kobe 波经过基线校正和高频滤波的修正之后如图 9 所示。

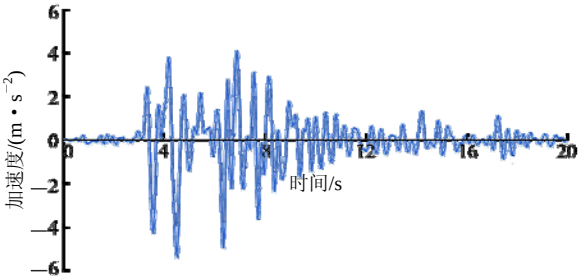


图 9　Kobe 波水平向加速度时程

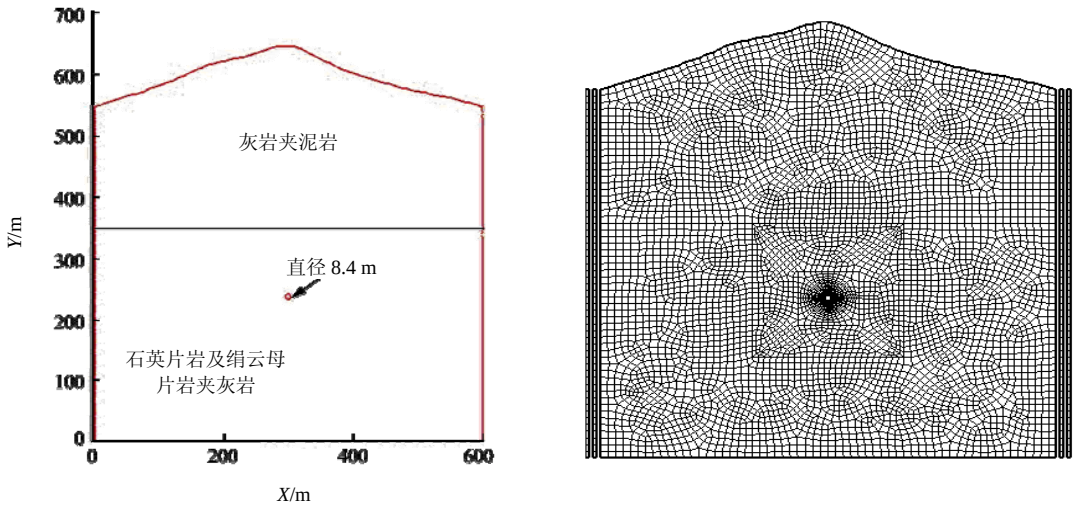
Fig.9　Time curve of horizontal acceleration of Kobe wave

4.3　计算模型

本文截取了 DL I 1+750 处的剖面作为计算模型图，该区域主要为石英片岩及绢云母片岩夹灰岩和灰岩夹泥岩，如图 10 所示。

根据大量现场及室内试验，并参考类似工程经验，香炉山隧洞工程相关的岩石物理力学参数建议值如表 4 所示。

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net



(a) 尺寸图　　(b) 有限元自由场耦合网格图

图 10　香炉山计算模型图

Fig.10　Calculation domain and mesh of Xianglushan

表 4　香炉山隧洞岩石的物理力学参数建议值

Table 4　Recommended values of physical and mechanical parameters of Xianglushan tunnel rock

岩石类别	密度/(kg • m^{-3})	弹性模量/GPa	泊松比	内摩擦角/(°)	黏聚力/MPa	P 波波速/(m • s^{-1})	S 波波速/(m • s^{-1})	抗拉强度/MPa
石英片岩及绢云母片岩夹灰岩	2 720	5	0.27	38.66	1.4	1 515.59	850.71	3
灰岩夹泥岩	2 700	7.5	0.27	45.00	1.8	1 863.07	1 045.76	3

为了验证岩石的动态模型模拟岩体工程的地震响应过程的可行性，本文设计了以下工况：(1) 线弹性本构；(2) Drucker-Prager 准则；(3) 岩石动态模型。

4.4　隧洞地震响应分析

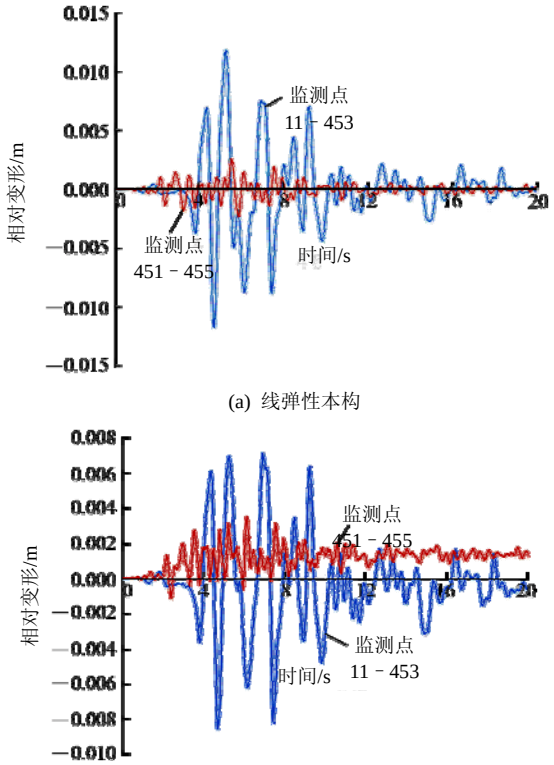
(1) 经典本构下隧洞变形响应分析

针对工况①和②，分别从底部垂直输入 Kobe 波，输入方向为水平向。图 11 为隧洞围岩的响应。水平方向输入时，表现为剪切波，其振动方向与传播方向垂直，因此在同一高度，或者在不同高度的变形都有一定的不同：隧洞顶部监测点 11 和底部监测点 453 瞬时相对变形最大值到达 1.25 cm(线弹性本构)和 0.85 cm(Drucker-Prager 准则)；左侧监测点 451 和右侧监测点 455 的瞬时相对变形最大值也有 0.2 cm(线弹性本构)和 0.35 cm(Drucker-Prager 准则)，且永久变形也有 0.2 cm(Drucker-Prager 准则)。

(2) 岩石动态模型下隧洞变形响应分析

① 次加载面应力路径模型

由于缺乏香炉山隧洞围岩在循环荷载作用下的资料，因此很难确定岩石动态模型的特有参数，以节 2 玄武岩岩石动态模型参数作为参考，针对 kobe 波作用下香炉山隧洞的动力响应，设计了 5 种工况



(a) 线弹性本构

(b) Drucker-Prager 准则

图 11　隧洞围岩监测点的相对变形时程曲线

Fig.11　Time curve of relative deformation at monitoring points on surrounding rock of tunnel

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

③，得出的结果如表 5 所示。由表可知，特定参数 u 的增加，左右侧相对变形相应减少，而底部和顶部相对变形则随特定参数 s 增加而增加。综合隧洞左右两则围岩安全考虑，选择特定参数为 $s = 1\times10^2$ 和 $u = 3\times10^2$。图 12 为特定参数为 $s = 1\times10^2$ 和 $u = 3\times10^2$ 下隧洞的相对变形时程图。相比于 Drucker-Prager 准则下的隧洞围岩的相对变形，底部和顶部的瞬时相对变形峰值基本相等，但左右两则增大了 0.73 cm，大约是其 3 倍，同样底部和顶部以及左右两侧的永久相对变形也分别增大了 0.37 和 0.83 cm，分别增加了 7 和 4 倍左右。

表 5　不同特定系数下隧洞围岩的相对变形

Table 5　Relative deformation of tunnel surrounding rock under different specific coefficients

工况	瞬时相对变形峰值/cm		相对变形永久值/cm	
	底部 453 和顶部 11	左侧 451 和右侧 455	底部 453 和顶部 11	左侧 451 和右侧 455
$s = 1\times10^3$，$u = 3\times10^3$	1.00	0.57	0.31	0.34
$s = 1\times10^3$，$u = 3\times10^2$	1.20	0.69	0.48	0.42
$s = 1\times10^2$，$u = 3\times10^3$	0.84	0.69	0.21	0.46
$s = 1\times10^2$，$u = 3\times10^2$	0.84	1.08	0.42	1.03
$s = 3\times10^3$，$u = 4\times10^3$	1.12	0.53	0.23	0.34

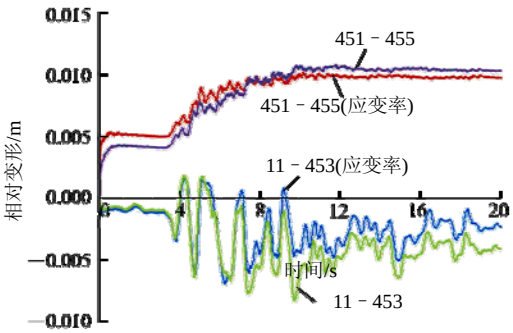


图 12　隧洞周围监测点的相对变形时程曲线

Fig.12　Time curve of relative deformation at the monitoring points around the tunnel

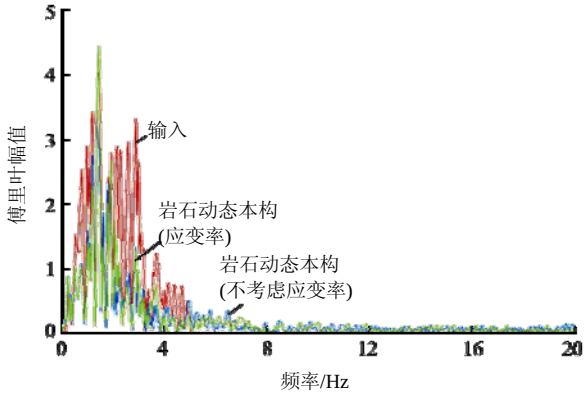
因此采用本文提出的动态模型比采用 Drucker-Prager 准则和线弹性更能反映工程的危险性。

② 岩石动态模型

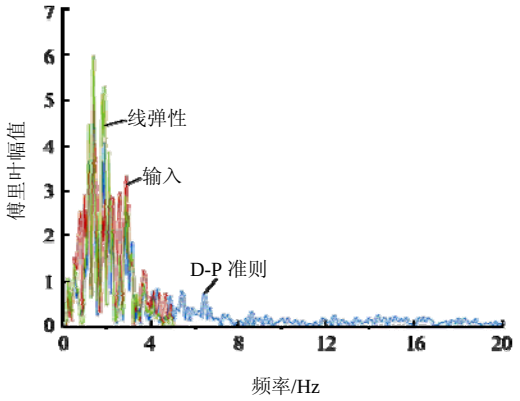
为反映出应变率效应，本文设定应变率系数 β 为 0.1。图 12 为采用岩石应力路径模型和动态模型时隧洞围岩监测点的相对变形图。采用岩石动态模型反映出的隧洞左右两则相对变形比应力路径模型反映的要小：瞬时峰值小 0.06 cm，永久相对变形小 0.06 cm；在 5 s 之前，对于隧洞底部和顶部监测点，采用岩石动态模型得出的相对变形与应力路径模型得出的结果基本相同，之后，后者得出的相对变形相比前得到的结果有个整体的增加，为 0.35 cm 左右，因此前者的瞬时相对变形峰值比后者小。

(3) 不同本构下隧洞的频谱分析

为研究不同本构模型对隧洞围岩响应的频谱特性的影响，计算了各种本构下顶部监测点 11 的傅里叶幅值谱曲线，如图 13 所示。由图可知，线弹性本构和 Drucker-Prager 准则得出隧洞围岩的傅里叶谱基本相同，岩石动态模型与应力路径模型模拟出隧洞围岩的傅里叶谱也基本相同，但线弹性和 Drucker-Prager 准则与岩石动态模型反映的监测点的傅里叶谱则相差比较大。岩石动态模型相对于 Drucker-Prager 准则和线弹性本构，更具有滤掉高频的功能：岩石动态模型滤掉了 3～5 Hz 的地震波。对于卓越频率段的傅里叶幅值，岩石动态模型基本与输入波的傅里叶幅值相同，而 Drucker-Prager 准则和线弹性本构则大于输入波的傅里叶幅值。



(a) 岩石动态模型



(b) 线弹性和 Drucker-Prager 准则

图 13　顶部监测点 11 的傅里叶幅值谱曲线

Fig.13　Spectrum of Fourier amplitude at the top monitoring point 11

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

5 结　论

本文主要介绍了基于 Drucker-Prager 准则的次加载面应力路径模型，在此基础上考虑了率效应，建立了岩石材料的动态模型，利用自主程序把该模型运用到模拟香炉山隧洞在地震作用下的响应，其主要研究成果有：

(1) 相对于 Drucker-Prager 准则，应力路径模型能较好地描述玄武岩在循环荷载下体现的曼辛效应和棘轮效应，由于没有考虑率效应，表现出应力－应变曲线的斜率没有试验曲线大，且累计应变也比试验曲线大。

(2) 利用岩石的动态模型对动态单轴加载进行模拟，发现加载的应变率越大，岩石的弹性模量越大，其变形则越小，正好符合岩石在动态加载过程中所体现的力学性质；在循环加卸载过程中，动态模型得出的岩石模量上比次加载面应力路径模型模拟的要大，同时变形量也较次加载面应力路径模型要小。说明该模型能较好地同时反映岩石的动态力学性质和变形性质。

(3) 相比于 Drucker-Prager 准则，采用岩石动态模型得出隧洞围岩的左侧和右侧的瞬时相对变形峰值增大了 0.67 cm，几乎是其 3 倍，同样底部和顶部以及左右两侧的永久相对变形也分别增大了 0.19 和 0.77 cm，均增加了 4 倍左右。说明该动态模型比采用 Drucker-Prager 准则和线弹性更能反映工程的危险性。

(4) 线弹性本构和 Drucker-Prager 准则得出隧洞围岩监测点的傅里叶谱基本相同，岩石动态模型与应力路径模型模拟出隧洞围岩监测点的傅里叶谱也基本相同，岩石动态模型相对于 Drucker-Prager 准则和线弹性本构，更具有滤掉高频的功能。

参考文献(References)：

[1] 宫凤强，陆道辉，李夕兵，等. 不同应变率下砂岩动态强度准则的试验研究[J]. 岩土力学，2013，34(9)：2 433－2 441.(GONG Fengqiang，LU Daohui，LI Xibing，et al. Experimental research of sandstone dynamic strength criterion under different strain rates[J]. Rock and Soil Mechanics，2013，34(9)：2 433－2 441.(in Chinese))

[2] 李海波，王建伟，李俊如，等. 单轴压缩下软岩的动态力学特性试验研究[J]. 岩土力学，2004，25(1)：1－4.(LI Haibo，WANG Jianwei，LI Junru，et al. Mechanical properties of soft rock under dynamic uniaxial compression[J]. Rock and Soil Mechanics，2004，25(1)：1－4.(in Chinese))

[3] 梁昌玉，李　晓，李守定，等. 岩石静态和准动态加载应变率的界限值研究[J]. 岩石力学与工程学报，2012，31(6)：1 156－1 161.(LIANG Changyu，LI Xiao，LI Shouding，et al. Study of strain rates threshold value between static loading and quasi-dynamic loading of rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2012，31(6)：1 156－1 161.(in Chinese))

[4] 钱七虎，戚承志. 岩石、岩体的动力强度与动力破坏准则[J]. 同济大学学报：自然科学版，2008，36(12)：1 599－1 605.(QIAN Qihu，QI Chengzhi. Dynamic strength and dynamic fracture criteria of rock and rock mass[J]. Journal of Tongji University：Natural Science，2008，36(12)：1 599－1 605.(in Chinese))

[5] LINDHOLM U S，YEAKLEY L M，NAGY A. The dynamic strength and fracture properties of dresser basalt[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts，1974，11(2)：181－191.

[6] PERZYNA P. Fundamental problems in visco-plasticity[J]. Advances in Applied Mechanics，1966，(9)：243－377.

[7] WANG Z L，LI Y C，WANG J G. A damage softening statistical constitutive model considering rock residual strength[J]. Computers and Geosciences，2007，33(1)：1－9.

[8] 戴　俊. 岩石动力学特性与爆破理论[M]. 2 版. 北京：冶金工业出版社，2014：56－60.(DAI Jun. Dynamic behaviors and blasting theory of rock[M]. 2nd ed. Beijing：Metallurgical Industry Press，2014：56－60.(in Chinese))

[9] 单仁亮，薛友松，张　倩. 岩石动态破坏的时效损伤本构模型[J]. 岩石力学与工程学报，2003，22(11)：1 771－1 776.(SHAN Renliang，XUE Yousong，ZHANG Qian. Time dependent damage model of rock under dynamic loading[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2003，22(11)：1 771－1 776.(in Chinese))

[10] 刘恩龙，张建海，何思明，等. 循环荷载作用下岩石的二元介质模型[J]. 重庆理工大学学报：自然科学，2013，27(9)：6－11.(LIU Anlong，ZHANG Jianhai，HE Siming，et al. Binary medium model of rock subjected to cyclic loading[J]. Journal of Chongqing University of Technology：Natural Science，2013，27(9)：6－11.(in Chinese))

[11] 莫海鸿. 岩石的循环试验及本构关系的研究[J]. 岩石力学与工程学报，1988，7(3)：215－224.(MO Haihong. Investigation of cyclic loading tests and constitutive relation of rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，1988，7(3)：215－224.(in Chinese))

[12] HASHIGUCHI K. Generalized plastic flow rule[J]. International

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

Journal of Plasticity，2005，21(2)：321－351.

[13] 孔　亮，花丽坤，王燕昌. 次加载面理论及其在土体循环塑性模型中的应用[J]. 宁夏大学学报：自然科学版，2003，24(1)：50－56.(KONG Liang，HUA Likun，WANG Yanchang. The subloading surface theory and its application to the cyclic plastic model for soil[J]. Journal of Ningxia University：Natural Science，2003，24(1)：50－56.(in Chinese))

[14] 伍大鹏. 混凝土在循环荷载作用下的次加载面应力路径模型[硕士学位论文][D]. 北京交通大学，2012.(WU Dapeng. The sub-loading surface model of concrete under cyclic loading[M. S. Thesis][D]. Beijing：Beijing Jiaotong University，2012.(in Chinese))

[15] FU Y K，IWATA M K，DING W Q，et，al. An elastoplastic model for soft sedimentary rock considering inherent anisotropy and confining-stress dependency[J]. Soil and Foundations，2012，52(4)：575－589.

[16] 周永强，盛　谦，冷先伦，等. 基于循环加卸载的次加载面模型在岩石中的初步应用[J]. 岩石力学与工程学报，2015，34(10)：2 073－2 082.(ZHOU Yongqiang，SHENG Qian，LENG Xianlun，et al. Preliminary application of subloading surface to cyclic plastic model for rock under cyclic loading[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2015，34(10)：2 073－2 082.(in Chinese))

[17] 郑颖人，沈珠江，龚晓南. 广义塑性力学——岩土塑性力学原理[M]. 北京：中国建筑工业出版社，2011：63－91.(ZHENG Yingren，SHEN Zhujiang，GONG Xiaonan. The generalized plastic mechanics- geotechnical plastic mechanics principle[M]. Beijing：China Building Industry Press，2011：63－91.(in Chinese))

[18] 白　冰，李小春，石　露，等. 基于虚强度参数的塑性硬化模式[J]. 长江科学院院报，2012，29(8)：24－28.(BAI Bing，LI Xiaochun，SHI Lu，et al. A plastic hardening mode based on virtual strength parameters[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute，2012，29(8)：24－28.(in Chinese))

[19] 张玉敏. 大型地下洞室群地震响应特征研究[博士学位论文][D]. 北京：中国科学院研究生院，2010.(ZHANG Yumin. Study on response characteristics of large underground cavern group under earthquake[Ph. D. Thesis][D]. Beijing：Graduate School of the Chinese Academy of Sciences，2010.(in Chinese))

[20] 赵　坚，李海波. 莫尔－库仑和霍克－布朗强度准则用于评估脆性岩石动态强度的适用性[J]. 岩石力学与工程学报，2003，22(2)：171－176.(ZHAO Jian，LI Haibo. Estimating the dynamic strength of rock using Mohr-coulomb and Hoek-brown criteria[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2003，22(2)：171－176.(in Chinese))

[21] 戚承志，钱七虎. 岩石等脆性材料动力强度依赖应变率的物理机制[J]. 岩石力学与工程学报，2003，22(2)：177－181.(QI Chengzhi，QIAN Qihu. Physical mechanism of dependence of material strength on strain rate for rock-like material[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2003，22(2)：177－181.(in Chinese))

[22] 宋玉普. 混凝土的动力本构关系和破坏准则[M]. 北京：科学出版社，2013：9－37.(SONG Yupu. Dynamic constitutive relation and failure criterion of concrete[M]. Beijing：Science Press，2013：9－37.(in Chinese))

[23] 李夕兵，左宇军，马春德. 中应变率下动静组合加载岩石的本构模型[J]. 岩石力学与工程学报，2006，25(5)：865－874.(LI Xibing，ZUO Yujun，MA Chunde. Constitutive model of rock under coupled static-dynamic loading with intermediate strain rate[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2006，25(5)：865－874.(in Chinese))

[24] JOHNSON G R，COOK W H. A constitutive model and data for metals subjected to large strain，high strain rates and high temperatures[C]// Proceedings of the 7th IntSymp Ballistics，Am Def Pre Org(ADPA). The Hague，Netherlands：[s.n.]，1983：541－547.

[25] 崔　臻. 大型地下洞室群地震响应分析及动力稳定性问题研究[博士学位论文][D]. 北京：中国科学院大学，2013.(CUI Zhen. Seismic response and stability of underground cavern complex[Ph. D. Thesis][D]. Beijing：University of Chinese Academy of Sciences，2013.(in Chinese))

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net