

DOI: 10.16285/j.rsm.2017.10.009

# 含层理砂岩热膨胀系数的试验研究

刘海涛<sup>1,2</sup>, 周 辉<sup>1,2</sup>, 胡大伟<sup>1,2</sup>, 张传庆<sup>1,2</sup>, 渠成堃<sup>1,2</sup>, 汤艳春<sup>3</sup>

(1. 中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071; 2. 中国科学院大学, 北京 100049;  
3. 三峡大学 土木与建筑学院, 湖北 宜昌 443002)

**摘 要:** 在放射性核废料处置、地热能开采以及地下油气储存等工程中, 热量的传递将会在很大程度上改变岩土材料的力学性质, 因此, 岩土体及缓冲材料的热力学参数, 包括热传导系数、热膨胀系数、比热容对工程设计以及安全性评价有着至关重要的作用。利用自主研发的岩石膨胀系数测试仪对含层理砂岩进行了热膨胀系数试验, 研究了岩石轴向和径向热膨胀系数的变化规律, 结果表明: 对于含水平层理岩样, 随着温度的变化, 当膨胀均匀后, 轴向热膨胀系数约为  $14 \times 10^{-6} \text{ }^{-1}$ , 而径向热膨胀系数约为  $9 \times 10^{-6} \text{ }^{-1}$ , 前者约为后者的 1.56 倍, 表现出明显的各向异性; 相比于含水平层理岩样, 含竖直或倾斜层理岩样的轴向膨胀系数未见显著差异, 但径向热膨胀系数明显增加; 相同温度下, 径向热膨胀系数从大到小的顺序为: 竖直方向、倾斜方向和水平方向; 由于岩样中沉积层的存在, 砂岩与沉积物质的膨胀性能并不相同, 这将导致岩样的轴向和径向热膨胀系数表现出各向异性。该研究成果对于岩体的热-力耦合特性研究具有一定的参考意义。

**关 键 词:** 温度; 砂岩; 热膨胀系数; 试验研究

**中图分类号:** TU 458

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000 - 7598 (2017) 10 - 2841 - 06

## Experiment study of thermal expansion coefficient of sandstone with beddings

LIU Hai-tao<sup>1,2</sup>, ZHOU Hui<sup>1,2</sup>, HU Da-wei<sup>1,2</sup>, ZHANG Chuan-qing<sup>1,2</sup>, QU Cheng-kun<sup>1,2</sup>, TANG Yan-chun<sup>3</sup>

(1. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China; 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China; 3. College of Civil Engineering and Architecture, China Three Gorges University, Yichang, Hubei 443002, China)

**Abstract:** Heat transportation will change the mechanical properties of rock and soil materials considerably in subsurface engineering applications such as radioactive waste repositories, geothermal energy extraction and underground oil/gas storage. Thermal properties of rocks, soils and buffer materials, including thermal conductivity, thermal expansion coefficient, specific heat capacity, play a crucial role in design and evaluation of safety performance of these projects. The thermal expansion coefficient tests are conducted on sandstone with bedding planes by using the independently developed instrument for thermal expansion coefficient of rocks. The evolution of axial and radial thermal expansion coefficients of rocks are studied. The results show that for rock samples with horizontal beddings, with the change of temperature, axial thermal expansion coefficient is about  $14 \times 10^{-6} \text{ }^{-1}$ , while about  $9 \times 10^{-6} \text{ }^{-1}$  in radial direction under uniform expansion. The axial thermal expansion coefficient is about 1.56 times as large as the radial thermal expansion coefficient, and the rock sample shows obvious anisotropy. Compared with rock samples with horizontal beddings, the samples with inclined and vertical beddings shows no significant difference in axial thermal expansion coefficient, but their radial thermal expansion coefficients are larger. Under the same temperature, the order of radial expansion coefficient from big to small is vertical, inclined and horizontal beddings. Because of the existence of beddings, the expansion properties of sandstone and compositions of beddings are different, which leads to the difference of axial and radial expansion coefficients. The results may provide a helpful reference for better understanding the thermo-mechanical behaviors of rocks.

**Keywords:** temperature; sandstone; thermal expansion coefficient; experiment study

收稿日期: 2016-05-08

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973)项目(No. 2014CB046902); 国家自然科学基金项目(No. 51427803, No. 51404240, No. 51479193); 中国科学院“百人计划”项目。

This work was supported by the National Program on Key Basic Research Project of China (973 Program)(2014CB046902), the National Natural Science Foundation of China (51427803, 51404240, 51479193) and the “100 Talent Program” of the Chinese Academy of Sciences.

第一作者简介: 刘海涛, 男, 1990 年生, 博士研究生, 主要从事岩石力学试验、数值分析计算研究。E-mail: liuhaitaozky@163.com

通讯作者: 周辉, 男, 1972 年生, 博士, 研究员, 主要从事岩石力学试验、理论、数值分析与工程安全性分析方面的研究。E-mail: hzhou@whrsm.ac.cn

## 1 引 言

在放射性核废料处置、地热能源开采以及地下油气储存等工程中,热量的传递是需要考虑的重要因素。热量的传递将会在很大程度上改变岩土材料的力学性质,因此,岩土体及缓冲材料的热力学参数,包括热传导系数、热膨胀系数、比热容对这些工程的设计以及安全性评价有着至关重要的作用。

近几十年来,已有不少国内外专家学者在岩土体热力学参数的确定方面开展了大量的研究工作。Abdulagatova 等<sup>[1]</sup>研究了温度以及压力对砂岩热传导系数的影响。Chen Yi-feng 等<sup>[2]</sup>提出了考虑 THM 耦合的非饱和膨润土有效热传导系数模型并总结了岩石导热系数预测的理论及经验、半经验模型。Clauser 等<sup>[3]</sup>对不同类别岩石、矿物的热传导系数及其影响因素进行了分析。Brodsky 等<sup>[4]</sup>测定了内华达州尤卡山凝灰岩的热膨胀系数、热传导系数、比热容,并分析了含水率、温度及矿物组成对热力学参数的影响。既有文献中关于岩石热传导系数的研究较多,然而,热膨胀系数在上述地下工程以及混凝土材料的性能方面也同要重要。热膨胀系数在计算由于岩体温度变化而产生的热应力以及热应变方面有着至关重要的作用。因此,对岩石热膨胀系数的研究是非常有必要的。张艳聪等<sup>[5]</sup>利用光杠杆系统进行了水泥混凝土线膨胀系数的试验研究。钱春香等<sup>[6]</sup>研究了骨料粒径对混凝土热膨胀系数的影响。姚武等<sup>[7]</sup>采用正交设计的试验方法研究了配合比设计参数对热膨胀系数的影响,并用功效系数法确定满足多项指标的优化配合比方案。高桂波等<sup>[8]</sup>采用颗粒表面密封法和压汞法研究了不同品种的固相颗粒、孔隙率和龄期对水泥石热膨胀系数的影响,并采用扫描电镜和能谱分析验证了表面密封法的可靠性。黄杰等<sup>[9]</sup>进行了不同粗骨料混凝土早期热膨胀系数试验研究,得到了混凝土早期热膨胀系数随龄期变化规律。钱文勋等<sup>[10]</sup>采用非接触位移传感器结合循环式恒温水浴装置,通过小幅温升的方式实现了原位连续测试混凝土早期热膨胀系数。江凯等<sup>[11]</sup>结合某在建特高拱坝,利用埋设在混凝土内的无应力计测值和相对应的温度值,采用最小二乘法进行了混凝土热膨胀系数反演分析。张研等<sup>[12]</sup>用细观力学方法对混凝土有效热膨胀系数和温度应力进行研究,提出了有效热膨胀系数理论公式。张子明等<sup>[13]</sup>用细观力学方法对复合材料宏观有效热膨胀系数进行研究,得到了含有一球形夹杂物的无限大介质在均匀变温作用下的应力场。

然而,关于含层理岩石热膨胀系数方面的研究还不多见。岩石作为一种天然材料,尤其是沉积岩,往往存在着许多层理。在复杂的地质构造形成中这些层理具有不同方向,且层理间的矿物成分与岩石基质本身不同。这些层理对岩石的热膨胀系数的影响规律仍然未知。为此,本文自主研制了热膨胀系数测试仪器,该仪器能够同时对轴向和径向热膨胀系数进行测量。采用不同层理方向的砂岩进行了热膨胀系数测试,并对试验结果进行了处理分析,初步研究了不同层理方向以及温度对岩石热膨胀系数的影响,本文试验所测的为岩样的线膨胀系数。

## 2 热膨胀系数试验

利用取自我国山东省济宁 3 号煤矿的砂岩进行了热膨胀系数的测试试验,试验时的温度匀速上升,为 90 min 内均匀上升到 200 。

### 2.1 岩样制备

选取完整性较好的岩块,通过观察发现其中存在一些平行沉积层,通过钻机钻取直径 50 mm 的圆柱形岩样,钻取过程中分别使岩样的轴向与沉积层面平行、垂直、呈一定倾斜角度,然后在锯石机上锯成高度为 100 mm 的岩样,再通过磨石机磨平岩样的两个端面,形成  $\phi 50 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$  大小的标准圆柱状试件。每个试件的加工精度包括平行度、平直度和垂直度均控制在《水利水电工程岩石试验规程》<sup>[14]</sup>规定范围之内。3 种不同层理岩样如图 1 所示,字母 H、X、V 分别代表水平、倾斜、竖直方向层理,与沉积面的夹角分别为  $0^\circ$ 、 $45^\circ$  和  $90^\circ$ 。

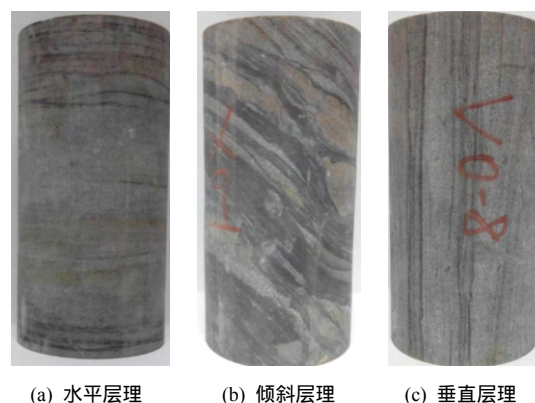


图 1 3 种不同层理方向的岩样  
Fig.1 Rock samples including three different directions beddings

### 2.2 热膨胀系数测试仪器及原理简介

试验在中国科学院武汉岩土力学研究所自主研制的岩石各向异性热膨胀系数测试仪上进行,该仪

器的主体部分包括一个加热炉腔和计算机控制系统，能够同时测量岩样轴向和径向的热膨胀系数，仪器的计算机系统可以记录下岩样的热变形、热应变以及热膨胀系数。在岩样的环向一周布置有 6 个千分表，人工读取记录径向的热变形，然后计算岩样径向的热膨胀系数。测试仪器外观如图 2 所示。

试验开始时首先输入岩样的长度并设定升温的控温曲线。然后安装记录岩样侧向变形的千分表，试验开始时将千分表读数清零。试验过程中通过炉腔中的加热层对岩样均匀加热，控制精度为 0.1℃，岩样由于受热产生的轴向变形可由仪器中的位移传感器测出并记录，侧向变形可按一定的温度间隔人为记录，本试验为每 50℃记录一次（由于初始温度为 30℃，第 1 次记录侧向变形为 50℃ 时）。岩样热膨胀系数的计算采公式为

$$\alpha = \frac{L - L_0}{L_0(T - T_0)} \quad (1)$$

式中： $\alpha$  为岩样热膨胀系数； $T_0$  为岩样加热时的初始温度，本文中为 30℃； $T$  为试样加热的温度； $L_0$  为岩样初始加热时的长度； $L$  为温度为  $T$  时的岩样长度。



图 2 热膨胀系数测试仪器

Fig.2 Testing instrument of thermal expansion coefficient

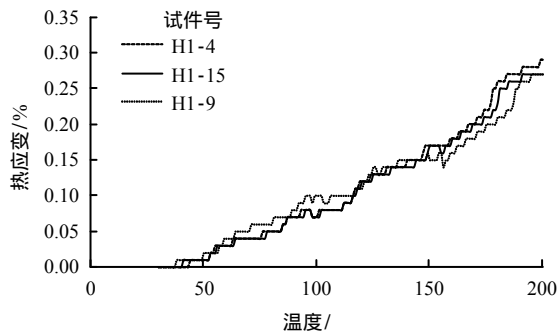
### 3 试验结果分析

总的来说，岩石的轴向热膨胀系数随温度的升高而增加，径向热膨胀系数随温度的升高呈减小的趋势，下面就 3 种层理方向岩样的轴向与径向的热膨胀系数分别进行分析。

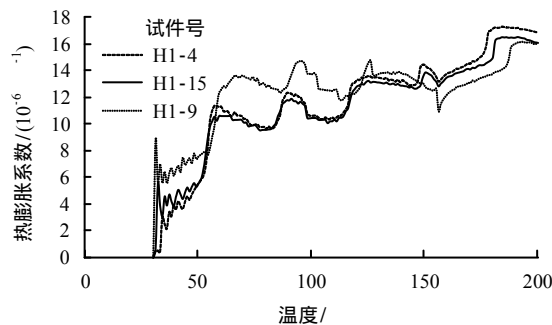
#### 3.1 水平层理方向岩样热膨胀系数分析

温度的升高导致岩石的膨胀，图 3(a)为岩石轴向热应变，从图中可以看出，轴向热应变随着温度的升高不断增加，在某些温度区间增加较快，另外

一些温度区间内则增速缓慢甚至近似保持不变。随着温度的升高，轴向热膨胀系数总体趋势是不断增加，在某些温度区间内是下降的。由图 3(b)中可以看出，在 30~60℃ 这一温度范围内轴向热膨胀系数增加最快，60℃ 时的轴向热膨胀系数已达到了 200℃ 时的 67%左右。这其中，30~35℃ 与 50~60℃ 之间的轴向热膨胀系数上升速度很快，而在 35~50℃ 范围内，轴向热膨胀系数上升与下降交替出现，总体趋势是不断上升，应是岩样初始受热，热量在岩样内部传递不均造成的。对比图 3(a)、3(b)可以看出，图 3(b)中轴向热膨胀系数下降的温度区间与图 3(a)中轴向热应变增速缓慢的温度区间是吻合的。这说明，由于温度升高导致的岩石膨胀并不是均匀发展的，而是有快有慢，在膨胀缓慢的阶段，岩石的轴向热膨胀系数会下降。



(a) 轴向热应变与温度曲线



(b) 热膨胀系数与温度曲线

图 3 水平层理岩样轴向热应变与热膨胀系数测试曲线  
Fig.3 Testing curves of axial strain and thermal expansion coefficient of rock samples including horizontal beddings

3 块岩样的径向热膨胀系数曲线见图 4，从图中可以看出，加热温度在 100℃ 之前，岩样的径向热膨胀系数呈缓慢增加趋势；100~150℃ 之间，径向热膨胀系数呈下降趋势，速度比之前增加的大；150~200℃ 之间，径向热膨胀系数基本保持不变或有缓慢的增加或减少。随温度的变化，径向与轴向热膨胀系数并不遵循同样的变化规律，在 200℃ 时的径向热膨胀系数大约是轴向热膨胀系数的 52%左

右。这说明了砂岩层理间矿物成分的热膨胀系数比砂岩基质的热膨胀系数大。

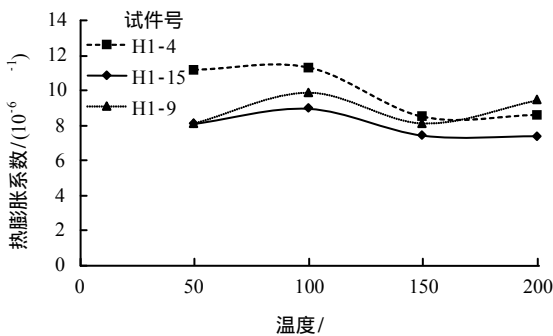


图4 水平层理岩样径向热膨胀系数测试曲线  
Fig.4 Testing curves of radial thermal expansion coefficient of rock samples including horizontal beddings

由于岩样中沉积层的存在，且砂岩基质与沉积层的膨胀系数并不相同，这将导致岩样的不均匀膨胀，在达到一定的温度值时，甚至发生了岩样沿着沉积层面开裂的情况，在试验过程中可以清楚地听到岩样开裂时发出的清脆声响，如图5所示。图中编号为 H1-7 岩样只发生了开裂，并未有岩块从岩样上剥落下来，只有张开的裂缝；编号 H1-11 岩样开裂较为严重，端部有岩块从岩样上剥落。岩样开裂导致被记录下的应变包括了开裂导致的不连续变形，因此，导致了岩样热膨胀系数的突然升高，如图6所示。在进行试验的5块岩样中，只有编号为

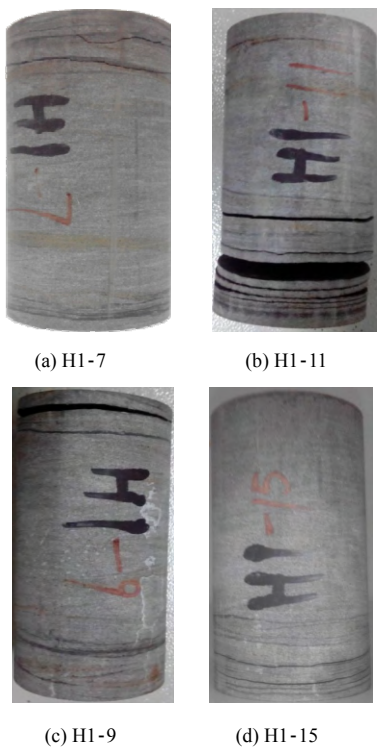


图5 岩样开裂情况  
Fig.5 Cracking situation of rock samples

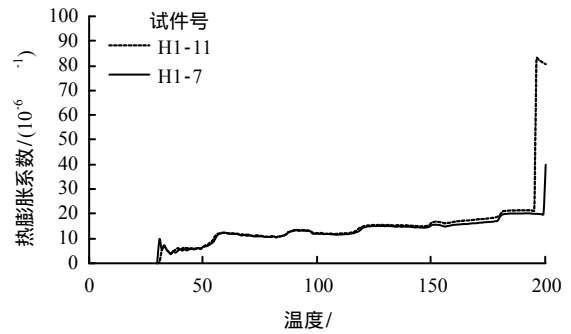


图6 水平层理开裂岩样轴向热膨胀系数测试曲线  
Fig.6 Testing curves of axial thermal expansion coefficient of cracking rock samples including horizontal beddings

H1-4 的岩样没有发生开裂，其余4块岩样均发生了不同程度的开裂，编号为 H1-9 以及 H1-15 的岩样是在将岩样从加热炉膛中拿出时发生的开裂，所以热膨胀系数曲线并未出现突变的现象。

### 3.2 竖直及倾斜层理方向岩样热膨胀系数分析

图7~9给出了不同温度条件下竖直及倾斜层理方向岩样热膨胀系数试验结果。将图7、8与图6进行比较，可以看出，与水平层理方向的岩样相比，竖直以及倾斜方向层理的轴向热膨胀系数随温度变化规律类似，但相同温度下其数值相对更小，这说明层理方向对岩石轴向热膨胀系数具有一定的影响。

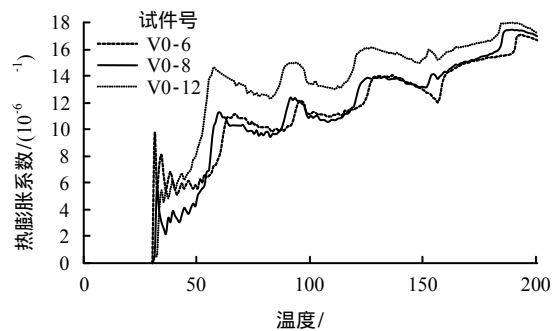


图7 竖向层理岩样轴向热膨胀系数测试曲线  
Fig.7 Testing curves of axial thermal expansion coefficient of rock samples including vertical beddings

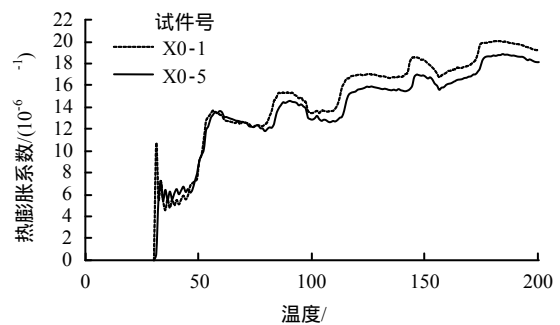


图8 倾斜层理岩样轴向热膨胀系数测试曲线  
Fig.8 Testing curves of axial thermal expansion coefficient of rock samples including inclined beddings

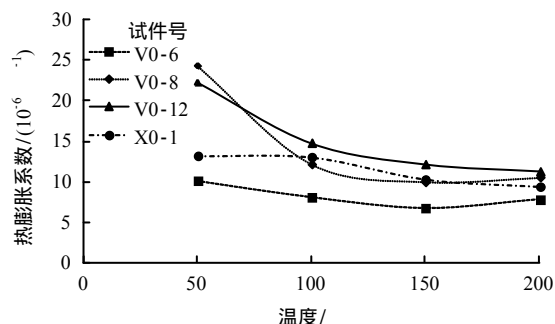


图 9 竖直及倾斜层理岩样径向热膨胀系数测试曲线

Fig.9 Testing curves of radial thermal expansion coefficient of rock samples including vertical or inclined beddings

从图 9 可以看出，竖直及倾斜层理方向的径向热膨胀系数随温度变化规律与水平层理的并不相同，并没有初始的上升阶段，而是一直呈下降趋势，最后趋于平稳。此外，相同温度下，径向热膨胀系数从大到小的顺序为：竖直方向、倾斜方向和水平方向。这再次说明了砂岩层理间矿物成分的热膨胀系数比砂岩基质的热膨胀系数大。值得注意的是，竖直及倾斜方向岩样并没有像水平层理岩样那样产生开裂的现象，这可归因于含水平层理砂岩试样的夹层中泥质含量较高，在温度的作用下夹层中泥质胶结物受热软化，导致与岩石基质之间的黏结断裂；而含竖直及倾斜方向层理的砂岩试样夹层中的泥质胶结物含量较少，因此，没有发生开裂现象。

## 4 结 论

本文利用自主研发的岩石膨胀系数测试仪对含层理砂岩进行了热膨胀系数试验，研究了岩石热膨胀系数随温度的变化规律，主要结论如下：

(1) 对于含水平层理岩样，随着温度的变化，当膨胀均匀后，轴向热膨胀系数约为  $14 \times 10^{-6} \text{ } ^{-1}$ ，而径向热膨胀系数约为  $9 \times 10^{-6} \text{ } ^{-1}$ ，前者约为后者的 1.56 倍，表现出明显的各向异性。

(2) 相比于含水平层理岩样，含竖直或倾斜层理岩样的轴向膨胀系数未见显著差异，但径向热膨胀系数明显增加。相同温度下，径向热膨胀系数从大到小的顺序为：含竖直方向层理岩样、含倾斜方向层理岩样和含水平方向层理岩样。

(3) 由于岩样中沉积层的存在，砂岩与沉积物质的膨胀性能并不相同，这将导致岩样的轴向和径向热膨胀系数表现出各向异性。此外，这种不均匀膨胀，在达到一定的温度值时，甚至发生了岩样沿着沉积层面开裂的情况。

## 参 考 文 献

- [1] ABDULAGATOVA Z, ABDULAGATOV I M, EMIROV V N. Effect of temperature and pressure on the thermal conductivity of sandstone[J]. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 2009, 46(6): 1055 - 1071.
- [2] CHEN Yi-feng, ZHOU Song, HU Ran, et al. Estimating effective thermal conductivity of unsaturated bentonites with consideration of coupled thermo-hydro-mechanical effects[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2014, 72(3): 656 - 667.
- [3] CLAUSER C, HUENGES E. Thermal conductivity of rocks and minerals[M]//Rock Physics and Phase Relations: A Handbook of Physical Constants. Washington: AGU Reference Shelf, 1995: 105 - 126.
- [4] BRODSKY N S, RIGGINS M, CONNOLLY J. Thermal expansion, thermal conductivity, and heat capacity measurements at Yucca Mountain, Nevada[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 1997, 34(3 - 4): 74.e1 - 74.e15.
- [5] 张艳聪, 田波, 彭鹏, 等. 水泥混凝土线膨胀系数试验研究[J]. *公路*, 2011, (9): 201 - 205.  
ZHANG Yan-cong, TIAN Bo, PENG Peng, et al. Experimental study on coefficient of thermal expansion of cement concrete[J]. *Highway*, 2011, (9): 201 - 205.
- [6] 钱春香, 朱晨峰. 骨料粒径对混凝土热膨胀性能的影响[J]. *硅酸盐学报*, 2009, 37(1): 18 - 22.  
QIAN Chun-xiang, ZHU Chen-feng. Influence of aggregate size on thermal expansion property of concrete[J]. *Journal of the Chinese Ceramic Society*, 2009, 37(1): 18 - 22.
- [7] 姚武, 郑欣. 配合比参数对混凝土热膨胀系数的影响[J]. *同济大学学报(自然科学版)*, 2007, 35(1): 77 - 87.  
YAO Wu, ZHENG Xin. Effect of mix proportion coefficient of thermal expansion of concrete[J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2007, 35(1): 77 - 87.
- [8] 高桂波, 钱春香, 朱晨峰, 等. 粉煤灰对混凝土热膨胀系数的影响[J]. *东南大学学报(自然科学版)*, 2006, 36(增刊): 185 - 190.  
GAO Gui-bo, QIAN Chun-xiang, ZHU Chen-feng, et al. Effect of fly ash on thermal expansion coefficient of concrete[J]. *Journal of Southeast University (Natural Science)*, 2006, 36(Supp.): 185 - 190.
- [9] 黄杰, 吴胜兴, 沈德建. 不同粗骨料混凝土早期热膨胀系数试验研究[J]. *结构工程师*, 2010, 26(3): 154 - 158.

- HUANG Jie, WU Sheng-xing, SHEN De-jian. Experimental study on thermal expansion coefficient of different type coarse aggregates concrete at early ages[J]. **Structural Engineers**, 2010, 26(3): 154 - 158.
- [10] 钱文勋, 张燕迟. 大坝混凝土早期热膨胀系数试验研究[J]. 水利水运工程学报, 2010, (3): 71 - 74.  
QIAN Wen-xun, ZHANG Yan-chi. Experimental study on the thermal expansion coefficient of dam concrete at early age[J]. **Hydro-Science and Engineering**, 2010, (3): 71 - 74.
- [11] 江凯, 高祥泽, 谌东升, 等. 大体积混凝土热膨胀系数反演分析[J]. 三峡大学学报(自然科学版), 2011, 33(6): 17 - 19.  
JIANG Kai, GAO Xiang-ze, SHEN Dong-sheng, et al. Inverse analysis of thermal expansion coefficient of mass concrete[J]. **Journal of China Three Gorges University (Natural Science)**, 2011, 33(6): 17 - 19.
- [12] 张研, 陈海燕, 张子明, 等. 基于细观尺度的混凝土热膨胀性能研究[J]. 建筑材料学报, 2011, 14(3): 310 - 316.  
ZHANG Yan, CHEN Hai-yan, ZHANG Zi-ming, et al. Meso-scale study on thermal expansion coefficient of concrete[J]. **Journal of Building Materials**, 2011, 14(3): 310 - 316.
- [13] 张子明, 张研, 宋智通. 基于细观力学方法的混凝土热膨胀系数预测[J]. 计算力学学报, 2007, 24(6): 806 - 810.  
ZHANG Zi-ming, ZHANG Yan, SONG Zhi-tong. Prediction on thermal expansion coefficient of concrete based on meso-mechanics method[J]. **Chinese Journal of Computational Mechanics**, 2007, 24(6): 806 - 810.
- [14] 长江水利委员会长江科学院. SL264-2001 水利水电工程岩石试验规程[S]. 北京: 中国水利水电出版社, 2001.  
Changjiang River Scientific Research Institute of Changjiang Water Resources Commission. SL264-2001 Specifications for rock tests in water conservancy and hydroelectric engineering[S]. Beijing: China Water Power Press, 2001.
- 
- 上接第 2840 页**
- [16] YAO Y P, YAMAMOTO H, WANG N D. Constitutive model considering sand crushing[J]. **Soils and Foundations**, 2008, 48(4): 603 - 608.
- [17] 中华人民共和国交通运输部. JTG E40-2007 公路土工试验规程[S]. 北京: 人民交通出版社, 2007.  
Ministry of Transport of the People's Republic of China. JTG E40-2007 Test methods of soils for highway engineering[S]. Beijing: China Communications Press, 2007.
- [18] MIURA N, O-HARA S. Particle-crushing of a decomposed granite soil under shear stresses[J]. **Soils and Foundations**, 1979, 19(3): 1 - 14.
- [19] 姚仰平, 路德春, 周安楠, 等. 广义非线性强度理论及其变换应力空间[J]. 中国科学(E辑), 2004, 34(11): 1283 - 1299.  
YAO Yang-ping, LU De-chun, ZHOU An-nan, et al. Generalized non-linear strength theory and its transformed stress space[J]. **Scientia Sinica (Series E)**, 2004, 34(11): 1283 - 1299.
- [20] YAO Y P, ZHOU A N, LU D C. Extended transformed stress space for geomaterials and its application[J]. **Journal of Engineering Mechanics, ASCE**, 2007, 133(10): 1115 - 1123.
- [21] YAO Y P, SUN D A, MATSUOKA H. A unified constitutive model for both clay and sand with hardening parameter independent on stress path[J]. **Computers and Geotechnics**, 2008, 35(2): 210 - 222.
- [22] NAKAI T. An isotropic hardening elastoplastic model for sand considering[J]. **Soils and Foundations**, 1989, 29(1): 119 - 137.
- [23] YAO Y P, MATSUOKA H, SUN D A. A unified elastoplastic model for clay and sand with the SMP criterion[C]//Proceedings of the 8th Australia-New Zealand Conference on Geomechanics. Hobart, Australia: Australian Geomechanics Society, 1999: 997 - 1003.
- [24] 姚仰平, 孙德安, 罗汀, 等. 黏土和砂土简单的三维本构模型[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(2): 240 - 246.  
YAO Yang-ping, SUN De-an, LUO Ting, et al. A simple 3-D constitutive model for both clay and sand[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2002, 24(2): 240 - 246.
- [25] SUN D A, MATSUOKA H. Estimate of initial modulus of hyperbolic stress-strain relation from results of consolidation tests[C]//Proceedings of the 13th Southeast Asian Geotechnical Conference. Taipei: [s. n.], 1998: 171 - 176.
- [26] 殷宗泽, 钱家欢. 土工原理与计算[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1996.  
YIN Zong-ze, QUAN Jia-huan. Principle and calculation of soil mechanics[M]. Beijing: China Water Power Press, 1996.