

基于 Griffith 强度理论的岩石裂纹起裂 经验预测方法研究

刘泉声^{1,2}, 魏 莱^{1,3}, 刘学伟¹, 刘建平^{1,3}, 潘玉丛^{1,3}

(1. 中国科学院武汉岩土力学研究所 岩石力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071;

2. 武汉大学 岩土与结构工程安全湖北省重点实验室, 湖北 武汉 430072; 3. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘要: 裂纹起裂强度是岩石破坏过程中的重要应力阈值, 研究岩石起裂准则对于揭示其破坏机制及预测围岩工程性质有着重要意义。首先进行青砂岩试样的单轴及三轴压缩起裂试验, 并基于多种应变响应分析其中的起裂机制及细观破坏特征, 指出局部张拉应力集中是起裂破坏的主因, 总结提出低围压条件下的张开型起裂模型及高围压条件下的滑动型起裂模型。然后基于 Griffith 强度理论分析应力场中岩石缺陷端部的局部最大张拉应力, 其大小随差应力 $\sigma_1 - \sigma_3$ 的升高而增大, 同时在围压条件下受表面摩擦作用的影响较大。针对岩石细观起裂机制提出起裂预测经验准则, 准则中引入起裂参数 m_{ci} 作为围压影响系数以表征摩擦作用, 从而适用于不同围压条件下的起裂破坏预测。利用 3 组起裂试验结果对经验准则进行验证, 其准确性及实用性明显优于传统线性起裂准则。最后通过分析不同围压下岩石起裂强度与峰值强度之比 σ_{ci} / σ_F , 发现试样在围压 60 MPa 以下时其起裂破坏属于细观张拉破坏机制。

关键词: 岩石力学; 裂纹起裂; 围压作用; 起裂准则; 张拉破坏

中图分类号: TU 45

文献标识码: A

文章编号: 1000-6915(2017)07-1561-09

A revised empirical method for predicting crack initiation based on Griffith strength criterion

LIU Quansheng^{1,2}, WEI Lai^{1,3}, LIU Xuewei¹, LIU Jianping^{1,3}, PAN Yucong^{1,3}

(1. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China; 2. Key Laboratory of Safety for Geotechnical and Structural Engineering of Hubei Province, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430072, China; 3. Graduate University of Chinese Academy of Science, Beijing 100049, China)

Abstract: Crack initiation stress is an important stress threshold in rock failure process. A better understanding of the rock failure mechanism can be obtained by studying its initiation criterion and a more reliable prediction of the rock properties can be acquired. The crack initiation tests on green sandstone from Chongqing under uniaxial and triaxial compression were conducted. The crack initiation mechanism and micromechanical feature were analyzed based on the multiple strain response, and it was found out that the induced tensile stress concentration caused by rock defects was the main reason for crack initiation. The initiation model of opening crack under the low pressure of confinements and the initiation model of sliding crack under the high pressure of confinements were obtained

收稿日期: 2016-04-19; **修回日期:** 2017-01-11

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973)项目(2014CB046904, 2015CB058102); 国家自然科学基金青年基金项目(41602324)

Supported by the Key Basic Research and Development Program of China(973 Program)(Grants Nos. 2014CB046904 and 2015CB058102) and National Natural Science Foundation of China(Grant No. 41602324)

作者简介: 刘泉声(1962-), 男, 博士, 1983年毕业于山东矿业学院矿山建设专业, 现任研究员、博士生导师, 主要从事岩土工程方面的教学与研究工作。E-mail: liuqs@whrsm.ac.cn

DOI: 10.13722/j.cnki.jrme.2016.0398

based on the above analysis. The maximum tensile stress around the rock defects was studied by employing the Griffith theory. The tensile stress increases as the deviatoric stress $\sigma_1 - \sigma_3$ rises, which is strongly influenced by the friction effects under the high confining pressure. An empirical criterion of crack initiation prediction based on the different crack initiation patterns was proposed by introducing the parameter m_{ci} as the influence coefficient of the confining pressure. The parameter m_{ci} , closely related to the internal frictional angle of rock, characterizes the friction effects in crack initiation, so the proposed empirical criterion can be applied to conditions of different confining pressures. The revised empirical criterion of crack initiation was verified with three sets of triaxial test on sandstone, granodiorite and granite, and its validity and applicability are much better than the conventional linear crack initiation criterion. It was also found that the crack initiation mechanism based on the analysis of σ_{ci} / σ_F is mainly tensile under the confining pressure of 60 MPa.

Key words : rock mechanics ; crack initiation ; confining pressure ; crack initiation threshold ; tensile fracture

1 引言

岩石的断裂破坏过程受控于内部大量的微裂纹,其强度及变形性质都将随着裂纹的起裂、扩展及连通而发生变化。研究岩石中裂纹的形成和演化规律,对于了解岩石破坏机制及预测围岩工程性质有着重要意义。

在压缩荷载下岩石的变形破坏过程是高度非线性的,通过分析其应力-应变特征^[1],可以将其划分为几个不同阶段:(1) 裂纹压密阶段;(2) 弹性变形阶段;(3) 裂纹稳定扩展阶段;(4) 裂纹失稳扩展阶段。这一过程中包含有几个重要的岩石应力阈值,即表征弹性阶段起始的裂纹闭合强度(σ_{cc}),表征微破裂萌生的起裂强度(σ_{ci}),表征裂纹失稳扩展及剪胀(扩容点)的损伤强度(σ_{cd})。当岩石所受荷载超过上述特定应力阈值后,其物理力学性质都将产生重大变化。

通过大量室内试验及现场研究,许多学者利用裂纹起裂强度对岩石的破坏进行了分析及预测。如 C. D. Martin^[2]综合加拿大原子能公司(AECL)地下实验室(URL)中开展的相关研究,提出利用室内试验测得的裂纹起裂强度来预测隧洞板裂化破坏的位置及破坏深度。M. S. Diederichs 等^[3]认为,由于起裂强度大小受加载条件影响较小,因此在隧洞设计中可以将其作为围岩长期强度的参考下限值,同时还分析了影响起裂应力水平的多种因素。M. Cai 等^[4]则利用现场声发射和微震监测将围岩扰动区(EDZ)与起裂强度对应了起来。同时,由于裂纹的萌生改变了岩石内部裂隙结构,为气液迁移提供新的路径,因此利用起裂强度还能预测围岩渗透性方面的变化。P. Bossart 等^[5]研究了裂纹起裂后岩石渗透性的

变化,并提出了表征扰动围岩水文地质特性的方法。

影响岩石起裂强度的因素有很多,如岩石种类、矿物成分、颗粒尺寸、构造类型等。单轴压缩条件下通常使用与抗压强度的比值来表征其大小,即起裂应力水平 $K = \sigma_{ci} / \sigma_c$ ^[6],取值一般为 0.3 ~ 0.6^[1]。而岩石在围压条件下的起裂强度,目前仍较少研究。C. D. Martin^[2]针对花岗岩组提出了考虑围压作用的简单线性经验准则: $\sigma_1 - \sigma_3 = (0.4 \pm 0.05)\sigma_c$,但其预测值与高围压试验结果仍存在一定差距,同时也难以推广至其他种类的岩石。本文将通过对 Griffith 强度准则的修正,引入起裂参数 m_{ci} ,提出一种适用于围压条件下不同种类岩石的裂纹起裂强度经验预测方法。

2 岩石压缩起裂机制

岩石中存在着大量细观缺陷,在应力集中作用下易萌生出微裂纹,进而扩展连通形成宏观破裂面。微裂纹的萌生起裂可以看作是岩石渐进破坏过程的起点。本节将探讨岩石室内试验及现场失稳破坏过程中的裂纹起裂机制。

2.1 压缩起裂试验

试验是在中国科学院武汉岩土力学研究所 RMT-301 电液伺服刚性试验机上进行的。岩石试样为重庆青砂岩,并按照国际岩石力学学会建议的方法和岩石力学试样规范,加工为直径 50 mm、高度 100 mm 的圆柱形标准试样。

对青砂岩试样分别进行了单轴及三轴压缩试验,加载速率为 0.005 mm/s,围压范围 0 ~ 24 MPa,试验结果如图 1 所示。

岩石在加载过程中的变形性质是受其内部裂纹状态控制的,分析其应变规律可以得到各阶段关键

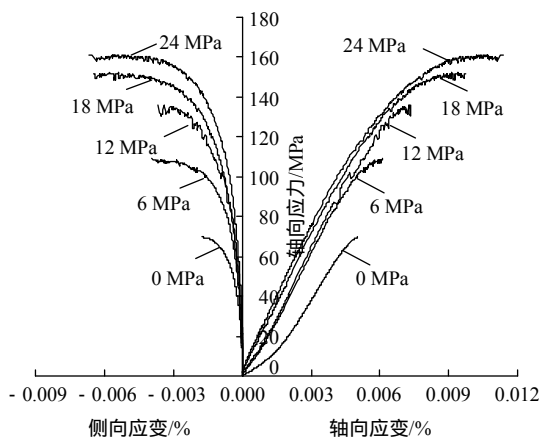


图 1 青砂岩三轴压缩试验结果

Fig.1 Results of triaxial compression tests on green sandstone

应力阈值。如图 2 所示，砂岩试样在初始阶段由于原生裂纹的闭合压密，轴向应变曲线上出现小段硬化部分。而后荷载达到闭合强度 σ_{cc} ，试样进入线弹性阶段。当荷载进一步升高至起裂强度 σ_{ci} ，试样内部微裂纹萌生，侧向应变快速增大，变形进入非线性阶段。随着荷载升高，裂纹密度不断增大。在达到损伤强度 σ_{cd} 后，体积应变达到最大值，开始向膨胀方向发展。此后裂纹间扩展贯通，进而演化为宏观破坏面，并最终导致试样破坏。

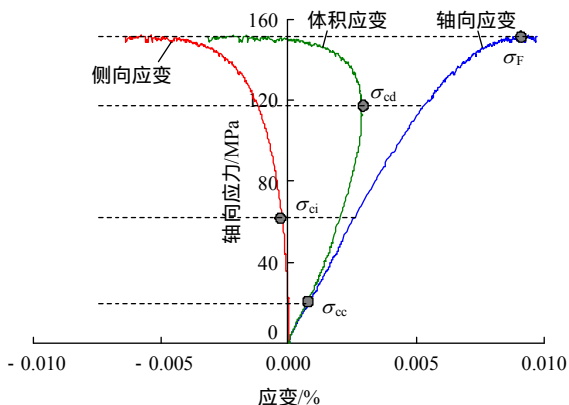


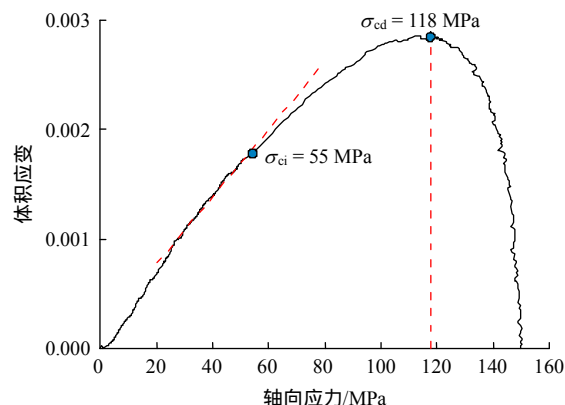
图 2 围压 18 MPa 下青砂岩试样各应力阈值

Fig.2 Stress thresholds of green sandstone under the confinement of 18 MPa

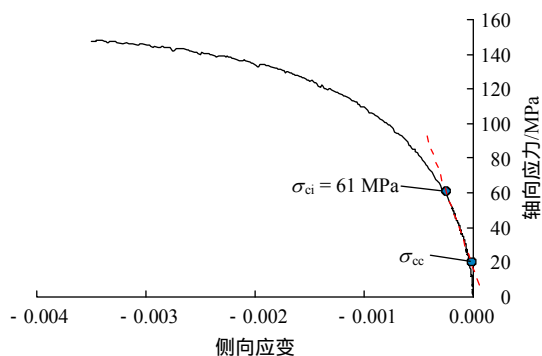
在这一过程中由于裂纹的萌生主要以细观张拉破坏为主^[7]，新裂纹在起裂后将产生一定张开变形，从而使测得的应变值迅速增大。因此在试验中当轴向应力达到起裂强度后，试样的应变将不再保持线弹性增长，转而进入快速增长阶段。同时在轴向加载条件下，张拉微裂纹一般沿主压应力方向扩展，即沿轴向方向。因此，由于起裂而产生的张开膨胀变形将主要体现在侧向应变及体积应变上。通过判

断侧向应变及体积应变曲线上的线性变形段终点，可以直接确定其起裂强度^[8-9]。

图 3 为围压 18 MPa 下青砂岩试样的体积应变及侧向应变曲线，可以看到在裂纹起裂后侧向膨胀变形速率加快，体积应变也逐渐向膨胀方向偏转。图 3(a)中通过确定体积应变曲线上的线性变形段终点，得到其起裂强度为 55 MPa。图 3(b)中通过确定侧向应变曲线上的线性变形段终点，得到其起裂强度为 61 MPa。以上方法十分简洁，但由于需要人为判定曲线上的线性段终点，存在一定主观误差。



(a) 基于体积应变确定起裂强度



(b) 基于侧向应变确定起裂强度

图 3 应变分析方法确定起裂强度

Fig.3 Identification of crack initiation stress with the strain response method

为了排除主观因素干扰，可以采用侧向应变差方法(LSR)^[9]，通过简单的计算准确确定侧向应变线性阶段终点，从而得到岩石起裂强度。如图 4(a)由加载起点至损伤强度处作辅助线，在此阶段内岩石试样由线弹性变形过渡至裂纹稳定扩展。计算岩石侧向应变与辅助线间的差值，得到侧向应变差 (ΔLSR)。由于线弹性阶段侧向变形增长较慢，侧向应变差达到最大值时对应着试样线性变形阶段结束，此时的应力即为起裂强度。图 4(b)为围压 18 MPa 下青砂岩试样侧向应变差与轴向应力间的关系曲

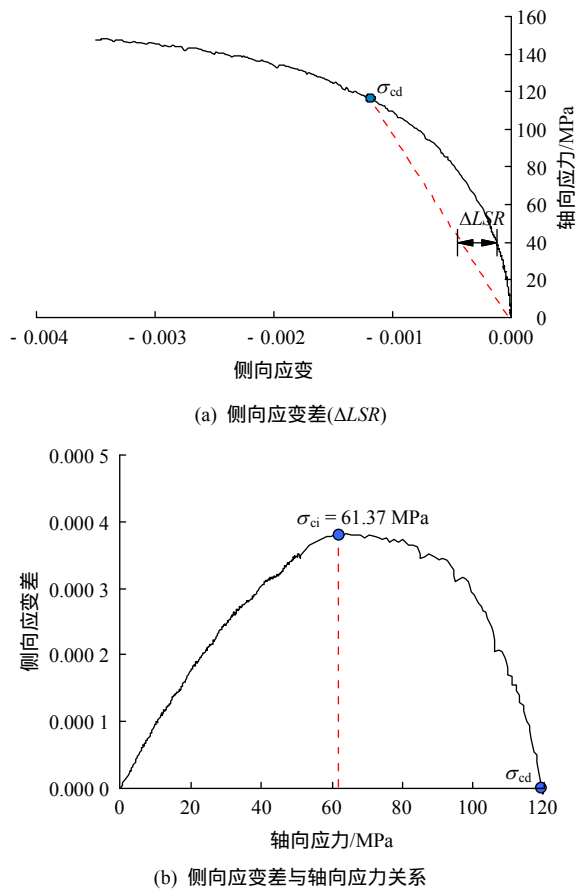


图4 侧向应变差方法确定起裂强度

Fig.4 Identification of crack initiation stress with LSR method

线, 确定曲线上的最大值, 得到起裂强度为 61.37 MPa。

试验中其他围压条件下的青砂岩起裂强度也都能通过上述侧向应变差方法确定, 其起裂阶段的变形规律是一致的, 具体结果如表 1 所示。

表 1 重庆青砂岩三轴测试结果

Table 1 Results of triaxial tests on Chongqing sandstone

围压/MPa	起裂应力/MPa	峰值强度/MPa
0	26.65	61.79
0	29.39	71.31
0	28.01	69.63
6	44.99	108.98
12	52.64	135.57
18	61.37	151.64
24	74.95	161.01

以上试验中测得的起裂强度 σ_{ci} , 从细观结构的观点上来看, 也可以认为就是岩石试样的弹性极限强度。当试样所受轴向应力超过起裂强度后, 内部微裂纹萌生, 产生了不可恢复的变形。同时导致岩

石变形性质发生变化, 不再保持线弹性。测得的侧向应变及体积应变曲线也进入加速变形阶段。

2.2 围岩中的起裂机制

由于岩石的非均质特性, 裂纹的萌生大都集中于微结构面周围, 如矿物节理、颗粒边界、微裂隙等。上述缺陷在荷载作用下会产生出局部张拉应力, 进而导致细观起裂破坏, 萌生出微裂纹。最终的宏观破坏面都是由这些微裂纹聚集连通形成的。

低围压条件下, 岩石内部缺陷处于张开状态, 易于产生较大局部张拉应力。当其超过颗粒间的黏结强度后, 发生细观劈裂破坏, 张拉微裂纹起裂萌生。由于缺少围压的限制, 起裂后新裂纹沿主压应力方向迅速扩展, 并最终连通形成宏观劈裂破坏面。如图 5 所示, 隧洞开挖中常见的围岩板裂剥落就属于上述劈裂破坏。在开挖过程中径向围压迅速卸除, 而切向应力则不断增大, 表层围岩受力近似于单轴压缩状态。当切向应力达到岩石起裂强度后, 平行于洞壁的方向会萌生大量劈裂张拉裂纹。微裂纹不断积累进而扩展连通, 将围岩切割为板状薄片。板裂化的岩块在切向应力的作用下, 受压失稳, 产生朝向洞内的鼓胀变形^[10], 并最终呈薄板状剥落。因此在实际工程中, 可以利用岩石起裂强度对围岩板裂破坏进行预测。

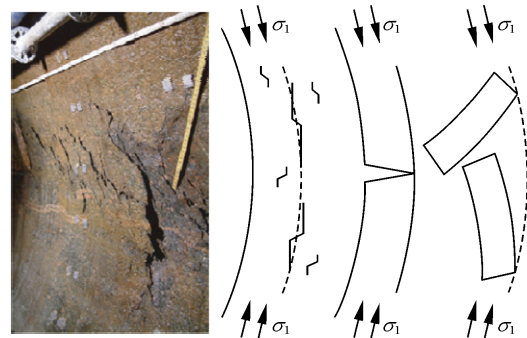


图5 板裂化破坏及其形成机制

Fig.5 Rock spalling and its formation mechanism

而围压作用下的岩石, 其内部缺陷受到压应力作用, 处于闭合状态。此时在新裂纹萌生过程中, 首先需要克服岩石颗粒间的摩擦作用, 使缺陷发生相对滑动^[11], 进而在其端部产生足够的拉应力集中。张拉裂纹(翼裂纹)将在缺陷端部沿周向最大拉应力方向起裂, 但其扩展长度将受到围压的抑制。此后, 裂纹密度不断积累升高, 裂纹方向随进一步变形而偏转(次生裂纹), 逐步转向岩石剪切变形方向。最终连通形成宏观剪切带(见图 6)。

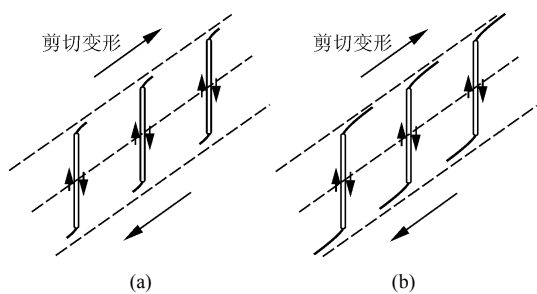


图 6 剪切带的形成过程
Fig.6 Development of the shear band

围压条件下的滑动起裂破坏模式类似于断裂力学中，II 型荷载作用下的初始裂纹又叠加了 I 型荷载的情况。裂纹在产生相对滑动后，受其端部张拉应力的影响，起裂方向偏离初始平面，转向剪切荷载最小方向^[12]，即最大拉应力方向。

不同围压条件下的岩石起裂破坏模式，可以分为上述张开型起裂模型和滑动型起裂模型。在这两种情况中，微裂纹的萌生由于岩石脆性特性都起始于细观张拉破坏。但受围压影响二者的起裂机制略有不同，其主要区别是缺陷闭合后表面上的摩擦作用。由于围压的作用，激活了岩石颗粒间的摩擦强度(φ)，起裂阈值相应提高。而在低围压条件下，裂纹的起裂只需克服颗粒间的黏结强度(c)。

3 起裂强度预测

由以上分析可知，岩石内部大量细观缺陷引起的局部张拉应力集中是裂纹起裂破坏的主因。本节将基于 Griffith 理论，提出一种考虑围压影响的起裂预测经验方法。

3.1 起裂破坏理论分析

与传统强度理论不同，A. A. Griffith^[13]考虑了材料中的细观结构，认为脆性破坏将在缺陷的端部起始。只要缺陷的方位合适，即使处在压应力场中，其端部也能产生足够高的张拉应力，从而导致裂纹的产生。F. Erdogan 和 G. C. Sih^[14]也提出了类似的最大正应力理论，即周向最大正应力 σ_θ 方向上应力强度因子达到断裂韧性 K_{IC} 时，裂纹起裂扩展。

Griffith 强度理论中隐含了对裂纹不稳定扩展的假设，即裂纹起裂后即迅速扩展直至材料失稳破坏。该理论实质上局限在裂纹的起裂破坏阶段，而非最终的宏观破坏。E. Hoek 和 C. D. Martin^[15]认为，Griffith 强度准则在判定宏观剪切破坏上的准确性较差，但可运用于张拉裂纹萌生的预测。因此下面将借助 Griffith 理论来分析起裂过程中的局部张拉

应力。

通过椭圆裂纹模型^[16]，计算缺陷两侧正应力 σ_n 及剪应力 τ 在其边壁上的切向应力分量，并对裂纹方位求导取极值，得到局部最大张拉应力表达式如下：

$$\xi\sigma_\theta = -\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)^2}{4(\sigma_1 + \sigma_3)} \quad (1)$$

式中： σ_θ 为缺陷边壁切向最大张拉应力， ξ 为椭圆裂纹短轴与长轴之比。上式为裂纹与主应力斜交的情况，而当裂纹垂直于主应力方向时， $\xi\sigma_\theta = 2\sigma_3$ 。

可以看到，局部张拉应力 σ_θ 随差应力 $\sigma_1 - \sigma_3$ 的增加而快速升高。这一结果与线性经验起裂准则一致： $\sigma_1 - \sigma_3 = K\sigma_c \approx (0.3 \sim 0.6)\sigma_c$ ^[2]。曾有学者据此经验准则认为，式中 $\sigma_1 - \sigma_3$ 表征的是剪应力，而起裂机制则为剪切破坏。由式(1)可得，差应力 $\sigma_1 - \sigma_3$ 实质为局部张拉破坏的驱动力，微裂纹的起裂仍属于张性断裂。即使处于压应力场中，只要施加足够差应力，缺陷端部产生的局部张拉应力即能克服颗粒间的黏聚强度。

式(1)中 $\xi\sigma_\theta$ 达到某一临界强度即发生起裂破坏，但岩石缺陷细观结构参数椭圆轴比 ξ 难以直接测得。考虑岩石单轴拉伸时的破坏情况， $\xi\sigma_\theta = -2\sigma_1$ ，代入式(1)中即可得到压缩条件下的 Griffith 破坏准则：

$$(\sigma_1 - \sigma_3)^2 = 8\sigma_1(\sigma_1 + \sigma_3) \quad (2)$$

在以上推导过程中假定原生缺陷是张开的，即类似张开型起裂模型。但在实际工程中，裂纹受围压作用，应处于闭合状态。在考虑了裂纹闭合后缝壁间摩擦作用后，局部最大张拉应力变为以下形式：

$$\xi\sigma_\theta = -\frac{\sqrt{1 + \mu^2} - \mu}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) + \mu\sigma_3 \quad (3)$$

式中： μ 为表面摩擦因数，其大小假定为岩石内摩擦角的正切值^[16]。

式(3)中假设缺陷受围压抑制作用，处于完全闭合状态。其两侧正应力 σ_n 的边壁切向分量受裂纹面间接触应力而抵消，剪应力则减小为 $(\tau - \mu\sigma_n)$ 。因此式(3)中可视为纯 II 型加载，产生的局部张拉应力也大幅降低。其表达式中差应力 $\sigma_1 - \sigma_3$ 前增加了小于 1 的系数，且退化为了线性形式。在主应力空间对应的起裂破坏强度包络线如图 7 所示，其斜率为 $a = (1 + \sin \varphi) / (1 - \sin \varphi)$ ，与库仑摩擦准则相同。随着摩擦系数的增加，强度包线更加陡峭，围压的抑制作用体现的更为强烈。

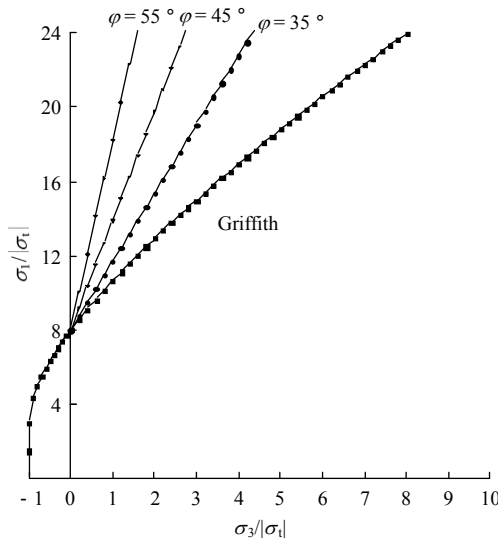


图 7 Griffith 强度曲线及摩擦强化

Fig.7 Griffith strength criterion curve and the frictional strengthening

但在实际情况中，岩石内部缺陷的微观结构十分复杂，无法达到理论上的完全闭合状态。缺陷两侧正应力 σ_n 的边壁切向分量受闭合影响而减小，但只要裂纹厚度为非 0 值，其产生的张拉应力 σ_θ 便不能被忽略^[17]，所以缺陷端部所受荷载形式应为 I-II 混合型。因此式(3)在一定程度上低估了围压条件下的局部张拉应力，而得到了偏高的起裂强度值。将上一节试验中测得的青砂岩内摩擦角 ($\varphi = 35.6^\circ$) 代入式(3)，得到的起裂强度明显高于试验测定起裂应力。而根据式(3)由起裂试验结果反推得到内摩擦角仅为 19° 。

综合以上分析，岩石中起裂阈值与差应力 $\sigma_1 - \sigma_3$ 所引起的局部张拉应力有关，且在围压条件下受摩擦作用而提高。实际局部张拉应力大小应介于式(1)和(3)范围。但由于岩石颗粒间的真实摩擦系数难以准确取值，同时其内部还存在着无法定量的微观结构参数，因此仅通过理论分析难以得到准确的裂纹起裂准则。

3.2 起裂强度经验预测方法

基于 Griffith 强度准则，并参考式(3)对起裂准则进行修正，在局部张拉应力表达式中增加阻力项 $\mu\sigma_1\sigma_3$ ，即考虑由围压条件下的缺陷表面的摩擦作用，得到下式：

$$\xi\sigma_\theta = -\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)^2 - \mu\sigma_1\sigma_3}{4(\sigma_1 + \sigma_3)} \quad (4)$$

式(4)相对与式(1)而言，此时差应力 $\sigma_1 - \sigma_3$ 需进一步增大来克服增加的摩擦作用，才能产生足够起裂的局部张拉应力。再考虑拉伸破坏时 $\xi\sigma_\theta = -2\sigma_t$ ，

代入式(4)并转化为显式形式，可得

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sqrt{(16 + \mu)\sigma_t\sigma_3 + 16\sigma_t^2} + 4\sigma_t \quad (5)$$

同时考虑单轴压缩条件下的起裂破坏，将 $\sigma_1 = \sigma_{ci}$ ， $\sigma_3 = 0$ 代入式(5)，得到： $\sigma_{ci} = 8\sigma_t$ 。如前所述，Griffith 强度理论中得到的岩石抗压强度 σ_c 实质上对应的是微观起裂破坏，因此满足假定的压拉 8 倍关系是单轴起裂应力与抗拉强度 σ_{ci} / σ_t ^[18]。针对岩石起裂破坏，将式(5)中宏观强度参数 σ_t 替换为起裂强度参数 $\sigma_{ci} = K\sigma_c = 8\sigma_t$ ，可得

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_{ci} = K\sigma_c \sqrt{m_{ci} \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}K\sigma_c} \quad (6)$$

式中： m_{ci} 为起裂参数，其大小与摩擦因数 μ 成正比，表征起裂破坏中的摩擦作用。

为方便表征不同种类岩石中的摩擦作用，起裂参数 m_{ci} 的取值将基于 H-B 岩石强度经验参数 m_i 。Hoek 曾指出，经验参数 m_i 与莫尔-库仑准则中的内摩擦角非常类似^[15]，都在一定程度上表征岩石的摩擦强度。因此针对不同种类岩石，起裂参数 m_{ci} 的表达式为

$$m_{ci} = Km_i \quad (7)$$

式中： K 为单轴起裂应力水平。将式(7)代入式(6)中，即得到修正的 Griffith 起裂经验准则。

式(7)中起裂参数 m_{ci} 为单轴起裂应力水平 K 与 H-B 岩石强度经验参数 m_i 的乘积。根据 J. P. Zuo 等^[19]的推导，经验参数 $m_i = (\mu / \kappa)(\sigma_c / |\sigma_t|)$ ，其中 κ 为混合型裂纹参数，在最大正应力理论中取为 $\sqrt{3} / 2$ ，在最大能量释放率理论中取为 1^[19]。而 K 的取值，根据岩石种类分布在 0.3 ~ 0.6 区间。由关系式 $\sigma_{ci} = K\sigma_c = 8\sigma_t$ ，可得 $K = 8|\sigma_t| / \sigma_c$ ，即 K 与岩石压拉比成反比。M. Cai^[18]也通过断裂力学的推导，认为 K 应是岩石压拉比及其晶粒尺寸 a 的函数： $K \sim (\sigma_c / |\sigma_t|)^{-1} a^{-0.5}$ 。所以通过 m_i 与 K 的乘积，得到的起裂参数 m_{ci} 是正比于岩石摩擦因数 μ 及岩石颗粒尺寸 a 的，能够表征起裂阶段围压作用下的摩擦作用。

基于经验参数 m_i 在各类岩石中的成熟取值经验，可以依照 E. Hoek 和 E. T. Brown^[20]给出的详细参数取值方法，根据岩石种类确定其 m_i 大小。同时综合单轴起裂应力水平 K 的测定，得到准确的起裂参数 m_{ci} ，将其代入式(6)中，即可得到不同围压条件下岩石的起裂强度。

4 应用与验证

下面将利用三轴压缩条件下的岩石起裂试验数据，对修正的 Griffith 起裂经验准则进行验证。

4.1 算例一：重庆青砂岩

本文对重庆青砂岩试样进行了三轴压缩条件下的起裂应力测定试验，采用侧向应变差(LSR)方法确定起裂强度。围压范围 0~24 MPa，试验结果如表 1 所示。

根据 E. Hoek 和 E. T. Brown^[20]给出的 m_i 取值指南，细颗粒砂岩取值为(7±2)。结合试样峰值强度数据，其经验参数 $m_i = 9$ 。同时由单轴起裂测试数据，得到砂岩起裂应力水平 $K = 0.42$ 。换算得到起裂参数 $m_{ci} = Km_i = 3.78$ 。

将参数 m_{ci} 代入修正 Griffith 起裂准则，得到图 8 中起裂强度曲线。可以看到新准则预测的起裂结果与测得的青砂岩三轴压缩起裂应力有较好的一致性。同时，在图 8 中还绘出了经验线性起裂准则： $\sigma_1 - \sigma_3 = K\sigma_c$ ，可以看出其明显的低估了围压条件下的岩石起裂应力值。在围压 24 MPa 时，线性准则的估值误差达到 30%以上。

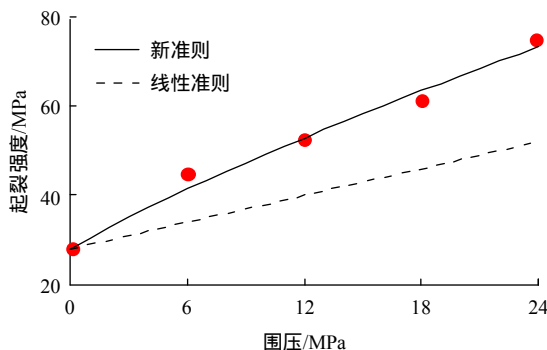


图 8 重庆青砂岩起裂应力及其预测值

Fig.8 Crack initiation stress of Chongqing sandstone and its empirical prediction

4.2 算例二：北山花岗闪长岩

X. G. Zhao 等^[21]对采自甘肃北山的花岗闪长岩试样进行了三轴压缩条件下的损伤起裂研究，并采用侧向应变差(LSR)方法确定了起裂强度。围压范围 0~40 MPa，试验结果如表 2 所示。

根据 E. Hoek 和 E. T. Brown^[20]给出的 m_i 取值指南，花岗闪长岩取值为(29±3)。结合试样峰值强度数据，其经验参数 $m_i = 26$ 。同时由单轴起裂测试数据，得到起裂应力水平 $K = 0.51$ 。换算得到起裂参

表 2 北山花岗岩三轴测试结果

Table 2 Results of triaxial tests on Beishan granodiorite

围压/MPa	起裂应力/MPa	峰值强度/MPa
0.0	74.41	145.99
1.0	75.42	154.63
2.0	77.81	163.83
3.5	96.37	182.44
5.0	103.05	206.91
10.0	109.23	243.23
15.0	126.64	271.01
20.0	165.96	331.41
30.0	179.80	387.65
40.0	202.72	447.51

数 $m_{ci} = Km_i = 13.26$ 。

将参数 m_{ci} 代入修正 Griffith 起裂准则，得到图 9 中起裂强度曲线。预测得到的起裂强度值与试验结果十分一致，而线性准则则低估了围压条件下的起裂应力值，高围压下估值误差达到 40%以上。

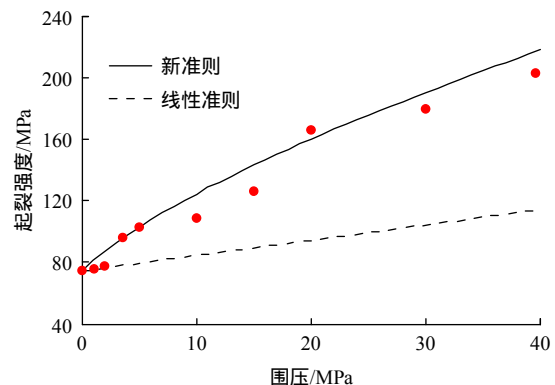


图 9 北山花岗岩起裂应力及其预测值

Fig.9 Crack initiation stress of Beishan granodiorite and its empirical prediction

根据试验中岩样显微观测结果显示，试样中含有约 12%的黑云母矿物成分^[21]。由于黑云母强度较低，其莫氏硬度及弹性模量仅为石英矿物的 1/2，所以此时在起裂强度预测中还应相应降低起裂参数 m_{ci} 的取值。

4.3 算例三：Lac du Bonnet 花岗岩

B. Gorski^[22]利用声发射及应变监测手段，测定了三轴压缩条件下加拿大 Lac du Bonnet 地区花岗岩组的起裂强度值。围压范围 0~60 MPa，试验结果如表 3 所示。

根据 E. Hoek 和 E. T. Brown^[20]给出的 m_i 取值指南，花岗岩取值为(32±3)。结合试样峰值强度数据，

表 3 加拿大花岗岩组三轴测试结果

Table 3 Results of triaxial tests on Lac du Bonnet granite

围压/MPa	起裂应力/MPa	峰值强度/MPa
0	131	220
2	157	255
4	159	298
6	219	344
8	199	368
10	264	391
15	258	432
20	286	471
30	-	591
40	354	593
60	533	712

其经验参数 m_i 取为 34。同时由单轴起裂测试数据，得到起裂应力水平 $K = 0.60$ 。换算得到起裂参数 $m_{ci} = Km_i = 20.4$ 。

将参数 m_{ci} 代入修正 Griffith 起裂准则，得到图 10 中起裂阈值曲线。该组试验中采用的围压较高，可以看到新准则的预测起裂应力与花岗岩试验结果有较好的一致性，而经验线性起裂准则大幅低估了高围压条件下的起裂应力值。

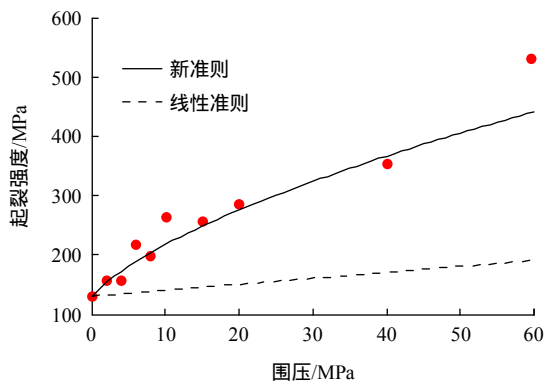


图 10 Lac du Bonnet 花岗岩起裂应力及其预测值

Fig.10 Crack initiation stress of Lac du Bonnet granite and its empirical prediction

4.4 小结与讨论

以上试验数据覆盖了高、中、低 3 种强度的岩石。通过试验结果验证，证明了本文提出的修正 Griffith 起裂经验准则对于不同围压条件下各类岩石起裂强度预测的准确性。

不同围压条件下的裂纹起裂基本都属于张拉破坏，但由于高围压下缺陷闭合压紧，其起裂机制不再是简单的局部劈裂，而是由张开型起裂模型转化为滑动型起裂模型。因此在研究深部高地压围岩的裂纹起裂破坏时，不能继续使用线性起裂准则，而

需综合考虑由围压引起的摩擦作用。

对比上述试验中的起裂强度 σ_{ci} 与岩石峰值强度 σ_F ，可以发现随围压的增长两者间的比值基本保持不变。如图 11 所示，不同围压下 σ_{ci} / σ_F 的比值都保持在起裂应力水平 K 左右。而由前述分析可知， $K - (\sigma_c / \sigma_t)^{-1} a^{-0.5}$ 其大小正比于岩石拉压比。这表明在各围压条件下，岩石起裂强度与峰值强度之比 σ_{ci} / σ_F 与其拉压比 σ_t / σ_c 保持一致。可以认为 σ_{ci} 表征着细观张拉起裂强度(σ_t)， σ_F 则表征宏观剪切强度(σ_c)。因此，当岩石 σ_{ci} / σ_F 保持在 K 值附近，即与拉压比成正比，说明其细观起裂应属于张拉劈裂破坏。

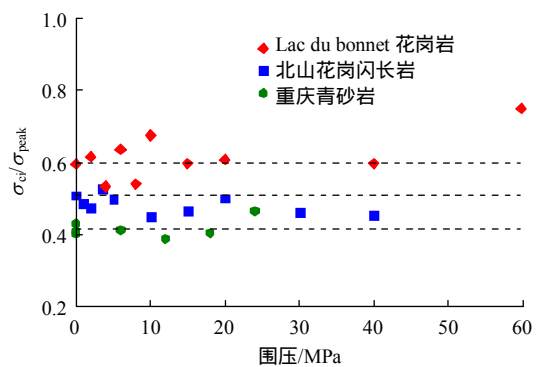


图 11 起裂强度与岩石峰值强度比值

Fig.11 Relationship between crack initiation stress and peak stress

图 11 中 3 种岩石在围压 60 MPa 以下时，其 σ_{ci} / σ_F 都保持在对应的 K 值附近，应属于前述滑动型张拉起裂。而 Lac du Bonnet 花岗岩组中，围压达到 60 MPa 时起裂与峰值强度之比明显偏离了 K 值。利用修正 Griffith 起裂准则预测得到的起裂应力为 442.55 MPa，低于 533 MPa 的实测值。而假设花岗岩内部缺陷完全闭合，将其内摩擦角($\varphi = 51.2^\circ$)代入前述纯 II 型加载的式(3)中，得到起裂强度为 614.6 MPa。可以认为，此时裂纹起裂逐渐由张拉破坏过渡为细观剪切破坏。

在常见的岩石工程中，围岩所受围压较少能达到 60 MPa，因此实际过程中岩石起裂阶段也难以出现细观剪切破坏，仍以张拉起裂为主。因此本文基于局部张拉破坏提出的修正 Griffith 起裂经验准则，能适用在常见的岩石起裂破坏预测中，同时具有较高准确性。

5 结 论

本文进行了砂岩试样起裂强度测定试验，并通

通过对不同围压条件下岩石裂纹起裂机制的探讨，提出了适用于深部高地压条件的裂纹起裂准则，最后通过 3 组三轴试验结果验证了该准则的准确性与实用性。结合本文可以提出以下结论：

(1) 基于青砂岩压缩试验中不同围压下试样的多种应变响应，确定了其起裂应力值。并通过对变形特征观察，发现裂纹起裂方向主要沿主压应力方向，认为裂纹的起裂以张拉破坏机制为主。

(2) 总结分析出了 2 种裂纹起裂模型。低围压条件下，新裂纹受局部张拉应力作用，按张开型模型起裂，并沿主压应力方向扩展连通，形成宏观劈裂面。而在围压条件下，岩石内部缺陷按滑动型模型首先克服摩擦阻力发生相对滑动，进而由端部拉应力集中萌生出新裂纹。并在达到临界裂纹密度后随剪切变形而偏转，连通形成宏观剪切面。

(3) 基于 Griffith 强度理论分析了岩石缺陷端部的局部张拉应力。并通过引入起裂参数 m_{ci} ，表征受围压影响的界面摩擦作用，从而得到了修正的 Griffith 起裂经验准则。其中 m_{ci} 的取值基于起裂应力水平 K 与 H-B 岩石强度经验参数 m_1 。最后通过 3 组不同岩样的起裂试验结果，证明了新准则对围压条件下起裂应力预测的准确性及实用性。

(4) 通过对多组试验数据的分析，发现当围压在 60 MPa 以下时，岩石起裂强度与峰值强度之比始终与起裂应力水平 K 相当，即 σ_{ci} / σ_F 与 σ_t / σ_c 保持一致。其中 σ_{ci} 表征着细观张拉起裂强度，而 σ_F 则表征宏观剪切强度，说明此范围内岩石的细观起裂应属于张拉破坏机制。

参考文献(References)：

- [1] BRACE W F, PAULDING B W, SCHOLZ C H. Dilatancy in the fracture of crystalline rocks[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1966, 71(16): 3 939–3 953.
- [2] MARTIN C D. Seventeenth Canadian geotechnical colloquium: the effect of cohesion loss and stress path on brittle rock strength[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1997, 34(5): 698–725.
- [3] DIEDERICHS M S, KAISER P K, EBERHARDT E. Damage initiation and propagation in hard rock during tunnelling and the influence of near-face stress rotation[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2004, 41(5): 785–812.
- [4] CAI M, KAISER P K, TASAKA Y, et al. Generalized crack initiation and crack damage stress thresholds of brittle rock masses near underground excavations[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2004, 41(5): 833–847.
- [5] BOSSART P, MAYOR J C, MEIER P M, et al. Geological and hydraulic characterization of the excavation disturbed zone in the Opalinus Clay of the Mont Terri Rock Laboratory[J]. *Engineering Geology*, 2002, 66(1): 19–38.
- [6] 王宇, 李 晓, 武艳芳, 等. 脆性岩石起裂应力水平与脆性指标关系探讨[J]. *岩石力学与工程学报*, 2014, 33(2): 264–275. (WANG Yu, LI Xiao, WU Yanfang, et al. Research on relationship between crack initiation stress level and brittleness indices for brittle rocks[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2014, 33(2): 264–275. (in Chinese))
- [7] 朱泽奇, 盛 谦, 冷先伦, 等. 三峡花岗岩起裂机制研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2007, 26(12): 2 570–2 575. (ZHU Zeqi, SHENG Qian, LENG Xianlun, et al. Research on relationship between crack initiation stress level and brittleness indices for brittle rocks[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2007, 26(12): 2 570–2 575. (in Chinese))
- [8] LAJTAI E Z. Brittle fracture in compression[J]. *International Journal of Fracture*, 1974, 10(4): 525–536.
- [9] NICKSIAR M, MARTIN C D. Evaluation of methods for determining crack initiation in compression tests on low-porosity rocks[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2012, 45(4): 607–617.
- [10] 侯哲生, 龚秋明, 孙卓恒. 锦屏二级水电站深埋完整大理岩基本破坏方式及其发生机制[J]. *岩石力学与工程学报*, 2011, 30(4): 727–732. (HOU Zhesheng, GONG Qiuming, SUN Zhuoheng. Primary failure types and their failure mechanisms of deep buried and intact marble at Jinping II hydropower station[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2011, 30(4): 727–732. (in Chinese))
- [11] ZHANG P, LI N, LI X B, et al. Compressive failure model for brittle rocks by shear faulting and its evolution of strength components[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2009, 46(5): 830–841.
- [12] LAWN B. *Fracture of brittle solids*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1993: 36–39.
- [13] GRIFFITH A A. The theory of rupture[C]// *Proceedings of the 1st Int Cong on Applied Mechanics*. [S. l.]: [s. n.], 1924: 55–63.
- [14] ERDOGAN F, SIH G C. On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear[J]. *Journal of Fluids Engineering*, 1963, 85(4): 519–525.
- [15] HOEK E, MARTIN C D. Fracture initiation and propagation in intact rock—A review[J]. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 2014, 4(4): 287–300.
- [16] HOEK E, BIENIAWSKI Z T. Brittle fracture propagation in rock under compression[J]. *International Journal of Fracture*, 1984, 26(3): 276–294.
- [17] 李银平, 杨春和. 裂纹几何特征对压剪复合断裂的影响分析[J]. *岩石力学与工程学报*, 2006, 25(3): 462–466. (LI Yingping, YANG Chunhe. Influence of geometric characteristics of pre-existing cracks on mixed fractures under compression-shear loading[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2006, 25(3): 462–466. (in Chinese))
- [18] CAI M. Practical estimates of tensile strength and Hoek–Brown strength parameter m_i of brittle rocks[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2010, 43(2): 167–184.
- [19] ZUO J P, LI H T, XIE H P, et al. A nonlinear strength criterion for rock-like materials based on fracture mechanics[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2008, 45(4): 594–599.
- [20] HOEK E, BROWN E T. Practical estimates of rock mass strength[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 1997, 34(8): 1 165–1 186.
- [21] ZHAO X G, CAI M, WANG J, et al. Damage stress and acoustic emission characteristics of the Beishan granite[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2013, 64(12): 258–269.
- [22] GORSKI B. Uniaxial and triaxial compression tests on URL rock samples from boreholes 207–045–GC3 and 209–069–PH3[M]. [S. l.]: Mining Research Laboratories, 1992: 46–47.