

岩土强度参数空间中的极限状态面 与系统可靠度分析

朱 勇, 冯夏庭, 周 辉, 张传庆

(中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071)

摘要:采用 FOSM, PEM 和 FORM 等方法计算边坡可靠度时, 随机参数空间中的极限状态面是对于某一固定滑面而言的, 这种处理方式低估了滑动面不确定所带来的风险。为解决这一问题, 提出参数空间中的系统极限状态面概念, 将系统可靠度与固定滑面可靠度做了区分。以边坡全局安全系数求解为基础, 建立一种新的边坡系统可靠度的计算方法, 采用 Monte-Carlo 模拟方法生成一组随机参数, 利用 Excel 编程实现安全系数的快速计算, 对计算结果进行统计分析, 获得边坡系统可靠度。以简单均质边坡为例说明该方法的实现过程, 并将计算结果与 GEO-SLOPE 中基于固定滑面的概率分析结果进行对比, 说明该方法能够从理论上更为合理地评估滑动面不确定所导致的边坡系统风险, 计算效率也显著高于常规 Monte-Carlo 法模拟计算系统可靠度的效率。

关键词: 边坡工程; 系统极限状态面; 系统可靠度; 滑动面不确定

中图分类号: P 64

文献标识码: A

文章编号: 1000-6915(2016)增 2-3473-08

Limit state surface in strength parameter space and system reliability analysis

ZHU Yong, FENG Xiating, ZHOU Hui, ZHANG Chuanqing

(State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China)

Abstract: A fixed slip surface is needed when FOSM, PEM and FORM are used to calculate the reliability index of slopes. This process may lead to underestimate of the system risk of slopes. To solve this problem, a system limit state surface in strength parameter space is defined to illustrate the new system reliability analysis approach. This new approach is to approximate the system limit state surface based on the global minimum safety factor searching process. Then the safety factors of the simulation strength parameters can be calculated by Excel. The system reliability index can be obtained by statistical analysis of the simulated safety factors. A case study is taken to illustrate the approach. The results show that the new approach can evaluate the system risk adequately and efficiently.

Key words: slope engineering; limit state surface; system reliability index; slip surface uncertainty

1 引 言

岩土工程风险评估是近年来受到持续关注的

热点问题, 自 1965 年 Casagrande 以“土工与地基工程中计算风险的作用”为题作“太沙基讲座”(Karl Terzaghi Lecture)演讲^[1]以来, R. V. Whitman 等^[2-9]都以这一题目发表了大量重要学术论文。进入 21

收稿日期: 2016-02-23; **修回日期:** 2016-07-28

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973)项目(2014CB046902); 国家自然科学基金资助项目(51279201)

Supported by the National Basic Research Program of China(973 Program)(Grant No. 2014CB046902) and National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51279201)

作者简介: 朱 勇(1979-), 男, 博士, 2003年毕业于武汉理工大学土木工程专业, 现任助理研究员, 主要从事岩土工程可靠度、稳定性、风险评估等方面的研究工作。E-mail: yzhu@whrsm.ac.cn

DOI: 10.13722/j.cnki.jrme.2015.0142

世纪, 岩土工程领域比较重要的讲座均颁给了从事该方向研究的学者, 如 J. T. Christian 等^[10-12], 可见该方向的研究在学术界的重要性。对于边坡而言, 可靠度分析是边坡风险评估的核心研究内容, 计算方法通常有一次二阶矩法(first order second moment method, FOSM)、点估计法(points estimate method, 又称 Rosenblueth 法)、一阶可靠指标法(first order reliability method, FORM)、二阶可靠指标法、Monte-Carlo 法和随机有限元法^[13]。除随机有限元之外, 其他方法均以某一固定滑面为基础计算边坡可靠度, 其计算步骤为: 先采用传统的安全系数计算方法搜索得到的安全系数最小的滑动面, 视之为边坡最危险滑面, 基于该滑面再计算边坡可靠度。然而实际工程应用中, 待分析的边坡潜在滑动面往往不明确, 在输入参数不确定的情况下, 每一组强度参数均存在一最小安全系数对应的潜在滑动面, 如果将边坡视为一个系统, 计算该系统的可靠度时, 应计入潜在滑动面不确定这一因素, 否则, 有可能低估边坡系统的失稳风险。目前, 边坡系统可靠度计算方法有前人已有研究, 如 F. S. Wong^[14]提出的响应面法, 结合有限元方法求解边坡系统可靠度。谭晓慧^[15]在 O. Ditlevsen 和 H. O. Madsen^[16]提出上下界法的基础上, 将多滑面组成的边坡看作是一个串联系统, 采用串联系统失效概率的上下界法来求解边坡系统可靠度。李典庆和周创兵^[17]建立概率故障树方法解决了多失效模式相关的岩质边坡平面滑动体系可靠度问题, 主要处理拉裂缝位置不确定所带来的系统风险。另外 D.Q.Li 等^[18]又提出基于随机响应面法的边坡系统可靠度分析方法, 从大量潜在滑动面中筛选出代表性滑动面, 结合随机响应面法求解边坡系统可靠度。这些方法解决了滑动面为折现或平面情况下的系统可靠度计算问题, 而针对圆弧滑面则需要构建随机响应面来避开 Monte-Carlo 法所带来的计算量巨大的问题。但随机响应面并不总是必须的, 也可以通过其他方式来实现高效快速的系统可靠度求解。

基于此, 提出参数空间 Θ 中的系统极限状态面概念, 将系统可靠度与固定滑面可靠度做了区分。以边坡全局安全系数求解为基础, 建立一种新的边坡系统可靠度的计算方法。以简单均质边坡为例说明了该方法的实现过程, 说明该方法能够从理论上更为合理地评估滑动面不确定所导致的边坡系统风险, 计算效率也显著高于常规 Monte-Carlo 法模拟计算系统可靠度的效率。

2 参数空间中的极限状态面

2.1 固定滑面极限状态面

采用 FOSM, PEM 和 FORM 等方法计算边坡可靠度时, 随机参数空间 Θ 中的极限状态面均是对于某一固定滑面而言。若以极限平衡法构建极限状态函数, 视强度参数黏聚力 c 和内摩擦角 φ 为随机参数, 则固定滑面上可使安全系数为 1 的强度参数将有无穷多对。

以简化 Bishop 法为例, 对于图 1 这样的均质边坡, 暂不考虑坡外蓄水和地震作用力, 其安全系数计算公式为

$$\frac{\sum \left[\frac{c\Delta x + (W - u\Delta x) \tan \varphi}{m_\alpha} \right]}{\sum W \sin \alpha} = 1 \quad (1)$$

式中: F 为边坡安全系数, Δx 为土条宽度, W 为土条重力, u 为孔隙水压力, α 为土条底部与水平面的夹角(见图 2), m_α 由下式定义:

$$m_\alpha = \cos \alpha + \frac{\sin \alpha \tan \varphi}{F} \quad (2)$$

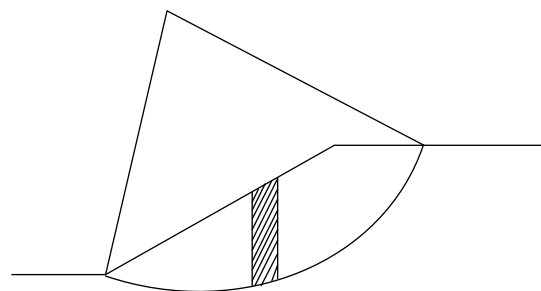


图 1 边坡及其典型滑面

Fig.1 Slope and typical slip surface

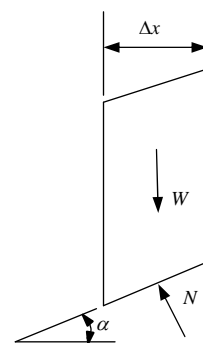


图 2 条分法分析简图

Fig.2 Illustration of slice method

令 $F = 1$, 则可得基于简化 Bishop 法的极限状态面方程:

$$\frac{\sum \left[\frac{c\Delta x + (W - u\Delta x) \tan \varphi}{\cos \alpha + \sin \alpha \tan \varphi} \right]}{\sum W \sin \alpha} = 1 \quad (3)$$

显然，对于固定滑面，条块一旦划分完成， W ， α ， u ， Δx 均为定值，式(3)将构成一个以强度参数 c ， φ 为未知数的不定方程。构建强度参数为坐标轴的坐标系，满足此方程且符合参数物理意义的所有 (c, φ) 将在强度参数空间 θ 中形成一个曲面(线)，该曲面称之为边坡固定滑面的极限状态面。如边坡包含多种岩土层，则强度参数空间的坐标轴由滑面所穿过的各类岩土层的强度参数构成，所形成的极限状态面将是多维超曲面。

2.2 系统极限状态面

但是，对于潜在滑动面不确定的边坡而言，给定一组强度参数值，其安全系数的计算需要搜寻安全系数最小的滑面。节 2.1 已说明，对于某一固定滑面，在参数空间 θ 中其上存在一个极限状态面，取该极限状态面上的一组强度参数值，搜索边坡全局安全系数，由于潜在滑动面不再限制在固定滑面上，所得到全局最小安全系数将小于或等于 1，而不可能大于 1。不失一般性，使边坡系统处于极限状态(安全系数等于 1)且符合参数物理意义的强度参数也有无数组，每一组对应的滑面各不相同。同样构建强度参数为坐标轴的坐标系，使边坡系统处于极限状态的强度参数将在参数空间 θ 中形成一个曲面(线)，该曲面称之为边坡的系统极限状态面。

取系统极限状态面上的一点对应的全局安全系数为 1 的滑面，绘制该滑面对应的固定滑面极限状态面，其与系统极限状态面在参数空间 θ 中的相对位置关系如图 3 所示。

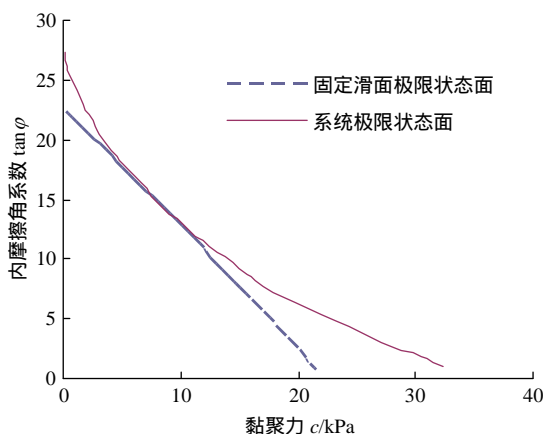


图 3 系统极限状态面与固定滑面极限状态面

Fig.3 Limit state surface in original parameter space between system and a fixed slip surface

2.3 固定滑面可靠度与系统可靠度

结合 FORM 法，可以定性地考察某一具体滑面计算所得可靠度与系统可靠度之间的差别。其概念如图 4 所示，采用 B. K. Low 和 W. H. Tang^[19]发展的方法计算滑面可靠度，可靠度指标可表示为

$$\beta = \frac{R}{r} \quad (4)$$

式中： R 为设均值点 M 到验算点 P 的距离， r 为均值点 M 到向量 \overline{MP} 与概率密度函数的交点处的距离。系统极限状态面和固定滑面极限状态面的切点 Q 与验算点 P 通常并不在同一位置，由于系统极限状态面始终处于固定滑面极限状态面的上方，因此不难判断，采用 FORM 法计算所得固定滑面可靠度指标大于系统可靠度指标。对于黏聚力几乎为 0 的沙土，固定滑面可靠度将与系统可靠度产生较大的差异。

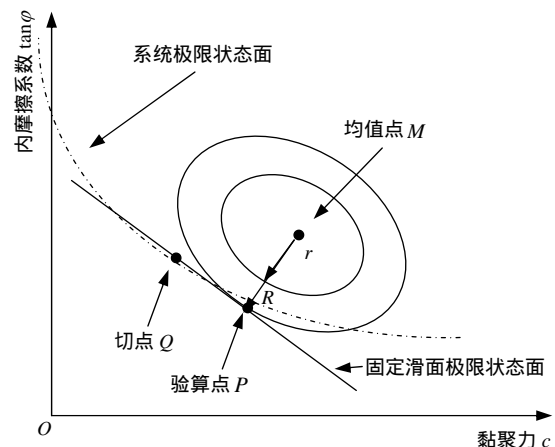


图 4 原始参数空间 θ 中的可靠度指标

Fig.4 Reliability index in original parameter space

必须说明的是，系统极限状态面不与任何一个固定的滑面对应，即使确定了系统极限状态面，也无法确定滑面具体位置，基于固定滑面的可靠度求解方法将不适用于系统可靠度的求解。因此，有必要发展一套系统可靠度计算方法，解决潜在滑动面不确定情况下边坡系统可靠度求解的问题。

3 系统可靠度计算方法

基于系统极限状态面概念，提出一种较为简洁的系统可靠度计算方法。该方法以边坡全局安全系数求解为基础，获得参数空间 θ 中系统极限状态面的多项式拟合，采用 Monte-Carlo 模拟方法生成一组随机参数，根据安全系数的定义，利用 Excel 编程实现安全系数的快速计算，对计算结果进行统计分析，获得系统可靠度，其求解流程如图 5 所示。

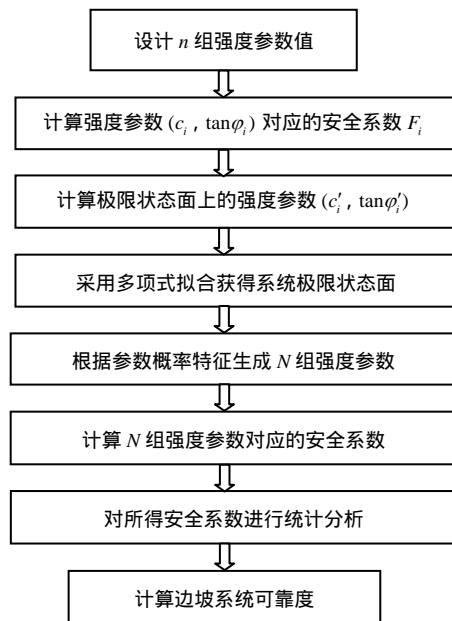


图5 系统可靠度计算流程

Fig.5 System reliability calculation approach

其中， $(c_i, \tan \varphi_i)$ 为任意给定的一组有物理意义的强度参数， $(c'_i, \tan \varphi'_i)$ 为极限状态面上与之对应的强度参数， F_i 为 $(c_i, \tan \varphi_i)$ 所对应的安全系数。

3.1 系统极限状态面的多项式拟合

系统可靠度计算的关键是在参数空间 Θ 中找到系统极限状态面。根据定义，系统极限状态面由一系列使边坡全局安全系数等于 1 的强度参数组成，因此，只要找到一定数量满足该要求的强度参数，就可以通过多项式拟合的方法获得参数空间 Θ 中的系统极限状态面。

郑宏等^[20]指出，目前大多数极限平衡法所采用的安全系数定义为，当土体抗剪强度除以 F 以后，边坡将处于临界平衡状态。对于任意给定的一组有物理意义的强度参数 $(c_i, \tan \varphi_i)$ ，采用潜在滑面自动搜索算法，可以求得最小的安全系数 F_i 。由安全系数定义可知，极限状态面上与之对应的强度参数 $(c'_i, \tan \varphi'_i)$ 可由下式求得

$$c'_i = \frac{c_i}{F_i} \tag{5}$$

$$\tan \varphi'_i = \frac{\tan \varphi_i}{F_i} \tag{6}$$

计算所得 $(c'_i, \tan \varphi'_i)$ 即为使边坡全局安全系数等于 1 的一组强度参数。要拟合得到系统极限状态面，可设计 n 组强度参数，分别求解其全局安全系数，将设计安全系数除以全局安全系数，即可求得 n 组使边坡全局安全系数等于 1 的强度参数，这些强度参数均位于系统极限状态面上。 n 值大小取决

于边坡所包含的岩土层类型数，以及对系统极限状态面的拟合要求。对于均质边坡， n 宜大于或等于 20。

3.2 基于系统极限状态面的安全系数计算方法

系统极限状态面代表的是一个以强度参数为变量的不定方程，它是系统极限状态函数(或称功能函数)的一个特例。与系统极限状态面一样，系统极限状态函数也没有特定的滑面对应，这意味着极限状态函数实际上隐含了空间坐标变量，因此无法对其进行求导运算。为避开求导，采用 Monte-Carlo 法，根据随机变量的概率特征生成 N 组强度参数，进行模拟，如需进一步缩减计算量，也可采用重要性抽样(importance sampling)、对偶抽样(antithetic sampling)、分层抽样(stratified sampling)、拉丁超立方(latin hypercube)等方法，A. Haldar 和 S. Mahadevan^[21]较为详细地论述了 Monte-Carlo 及其他抽样方法，因非本文重点，且很容易借助商业软件实现抽样，这里不再做详细介绍。

获得随机参数模拟结果后，安全系数的求解可不借助于滑面自动搜索功能，转而利用系统极限状态面的特殊性质求解安全系数。以均质边坡为例，如图 6 所示，对于任意一组随机生成的强度参数 $L(c_j, \tan \varphi_j)$ ，其在参数空间 Θ 中的位置与原点可构成一向量 \overline{OL} ，该向量与系统极限状态面存在交点 $L'(c'_j, \tan \varphi'_j)$ ，根据安全系数的定义，结合系统极限状态面上全局安全系数等于 1 的性质， $L(c_j, \tan \varphi_j)$ 点处的安全系数 F_j 可由下式求得

$$F_j = \frac{|\overline{OL}|}{|\overline{OL}'|} \tag{7}$$

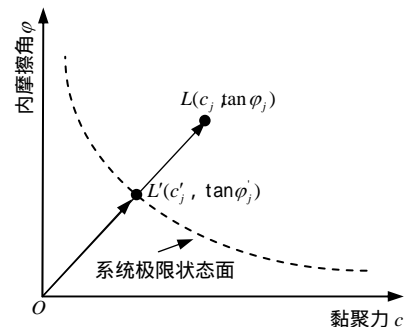


图6 安全系数计算示意图

Fig.6 Illustration of the safety factor calculation

由于只是比例关系，式(7)还可简化为

$$F_j = \frac{c_j}{c'_j} \tag{8}$$

可见，只要知道参数空间 Θ 中 L' 所在位置，安全系数就不难求解。而 $(c'_i, \tan \varphi'_i)$ 是 \overline{OL} 与极限状态

面的交点，联立极限状态面方程便可获得。这一过程可以在 Excel 中实现，即使数据量比较大，也可快速完成计算，避开了 Monte-Carlo 与自动搜索滑面联合所产生的计算冗余问题，效率得到较大的提升。

3.3 系统可靠度的计算

对 Monte-Carlo 模拟产生的强度参数分别进行安全系数计算后，将获得大量的安全系数计算结果，需要对其进行统计分析，获取其统计特征。如果安全系数计算结果呈正态分布，可根据可靠度 β 的一般定义求解：

$$\beta = \frac{\mu_F}{\sigma_F} \quad (9)$$

式中： μ_F ， σ_F 分别为安全系数统计均值和标准差。如果安全系数呈对数正态分布，则引进变异系数 V_F 来定义可靠度^[22]：

$$V_F = \frac{\sigma_F}{\mu_F} \quad (10)$$

$$\beta = \frac{\ln\left(\frac{\mu_F}{\sqrt{1+V_F^2}}\right)}{\sqrt{\ln(1+V_F^2)}} \quad (11)$$

如果需要获得边坡失稳概率，也可直接统计安全系数小于 0 的数目 N_f 和全部样本数 N_t ，由下式可得其破坏概率 P_f 为

$$P_f = \frac{N_f}{N_t} \quad (12)$$

4 算 例

采用澳大利亚计算机应用协会(ACADS)所出的边坡稳定性分析考题作为算例，将本文所提出的系统可靠度计算方法所得结果，与 GEO-SLOPE 自带的 Monte-Carlo 法模拟结果进行对比分析，进一步说明本方法的合理性。该算例几何信息如图 7 所示，输入参数与原设置参数略有调整(见表 1)，由于原算例是为安全系数计算所准备的，其中并没有强度参数的概率特征，为计算系统可靠度，本文根据一般情况假设强度黏聚力与内摩擦角均为对数正态分

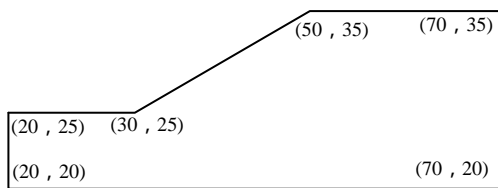


图 7 算例示意图(单位：m)

Fig.7 Illustration of the case study(unit : m)

表 1 算例输入参数

Table 1 Input parameters of the illustrated case

参数类型	均值	方差	分布类型
黏聚力 c/kPa	5	1	对数正态分布
内摩擦角 $\varphi / (^\circ)$	22	5	对数正态分布
重度 $\gamma / (\text{kN} \cdot \text{m}^{-3})$	20	-	确定值

布，它们之间的相关系数为 - 0.5，暂不考虑土体重度的变异性。此处相关系数仅为假定，实际使用时，该参数须通过大量试验获取。

4.1 系统极限状态面的拟合

按照计算流程，先设计 n 组强度参数，本文取 $n = 20$ 。再利用 GEO-SLOPE 边坡稳定性分析程序，选择 Morgenstern-Price 法(M-P 法)自动搜索最小安全系数，再将对应的强度参数除以所获得的最小安全系数，即可求得系统极限状态面上的强度参数对，设计强度参数及相关计算结果见表 2，需要说明的是，表 2 中的强度参数仅为构建本算例系统极限状态面而设计，与表 1 中的输入参数没有直接关系，也没有具体的工程意义。对所获得的极限状态面上的强度参数再次采用 M-P 法复核全局最小安全系数，大部分安全系数复核结果等于 1，可见其位于系统极限状态面上。注意到部分复核结果为 0.999 和 1.001，这是由计算数据截断所产生的系统误差，可视之为合理。

表 2 强度参数设计与安全系数计算结果

Table 2 Design of the strength parameters and the results of safety factors

序号	设计强度参数		全局最小安全系数	极限状态面强度参数		极限状态安全系数复核
	黏聚力 c/kPa	内摩擦角 $\varphi / (^\circ)$		黏聚力 c/kPa	内摩擦角 $\varphi / (^\circ)$	
1	0.00	30.00	1.156	0.00	26.54	1.000
2	4.00	28.50	1.454	2.75	20.48	1.000
3	6.00	27.00	1.503	3.99	18.73	1.000
4	8.00	25.50	1.528	5.24	17.34	1.001
5	10.00	24.00	1.550	6.45	16.03	1.000
6	12.00	22.50	1.567	7.66	14.81	1.000
7	14.00	21.00	1.576	8.88	13.69	1.000
8	16.00	19.50	1.584	10.10	12.60	1.000
9	18.00	18.00	1.587	11.34	11.57	1.000
10	20.00	16.50	1.584	12.63	10.59	1.000
11	22.00	15.00	1.577	13.95	9.64	0.999
12	24.00	13.50	1.568	15.31	8.71	1.000
13	26.00	12.00	1.552	16.75	7.80	1.000
14	28.00	10.50	1.536	18.23	6.88	1.001
15	30.00	9.00	1.511	19.85	5.98	1.000
16	32.00	7.50	1.482	21.59	5.08	1.000
17	34.00	6.00	1.444	23.55	4.16	1.000
18	36.00	4.50	1.402	25.68	3.21	1.000
19	38.00	3.00	1.353	28.09	2.22	0.999
20	40.00	0.00	1.194	33.50	0.00	0.999

分别以黏聚力和内摩擦因素为坐标轴建立直角坐标系，将极限状态面上的强度参数对显示到该坐标系中(见图 8)，对这些点连成的直线进行拟合，可得到系统极限状态面的拟合公式：

$$y = 9 \times 10^{-7} x^4 - 8 \times 10^{-5} x^3 + 0.002 4x^2 - 0.044 7x + 0.491 \quad (R^2 = 0.998 5) \quad (13)$$

或

$$y = 5 \times 10^{-9} x^6 - 6 \times 10^{-7} x^5 + 3 \times 10^{-5} x^4 - 0.000 6x^3 + 0.006 8x^2 - 0.059 6x + 0.498 8 \quad (R^2 = 0.999 9) \quad (14)$$

式中： y 为摩擦因数， x 为黏聚力， R^2 为取值范围在 0~1 之间的数值，当趋势线的 R^2 等于 1 或接近 1 时，其可靠性最高，反之则可靠性较低。实际使用过程中，可视情况提高 R^2 ，获得更高的计算精度。

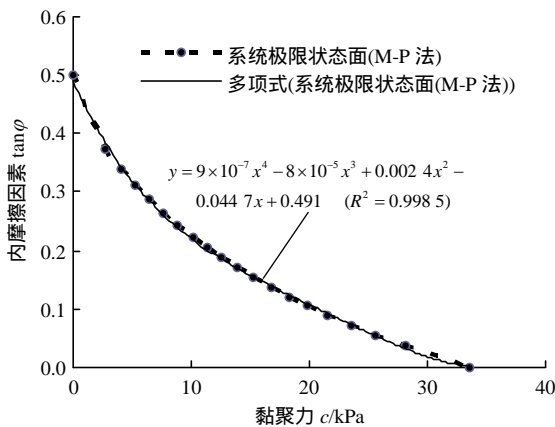


图 8 系统极限状态面的拟合

Fig.8 Approximation of the limit state surface

4.2 系统可靠度求解

对于给定的强度参数对，假设以 (x_j, y_j) 分别指代 $(c_j, \tan f_j)$ ，其与参数空间 θ 原点之间构成一条线段，这条线段可表示为

$$y = \frac{y_j}{x_j} x \quad (15)$$

式(13)或(15)与式(17)联立，可求得交点坐标值。对于本算例，该点还应该满足条件： $0 \leq x \leq 33.5$ ， $0 \leq y \leq 0.499$ 。解上述非线性方程组的方法比较多，可将式(15)代入式(13)，采用盛金公式解方程，该过程较为复杂，且不适用于五次及以上的方程。因此，最好采用数值方法求解，如牛顿迭代法，在 Excel 中也很容易实现，对拟合多项式的次数也没有特殊要求。表 3 为均值安全系数计算结果，分别采用四次多项式、六次多项式拟合极限状态面计算结果，以及 GEO-SLOPE 中的 M-P 法自动搜索得到的最小安全系数。以 M-P 法计算结果为基准，评估 2 种多

表 3 均值安全系数对比

Table 3 Comparison of the safety factors of mean value

序号	方法名称	均值安全系数	误差/%
1	四次多项式拟合	1.189	0.92
2	六次多项式拟合	1.209	0.75
3	M-P 法自动搜索	1.200	0.00

项式拟合所得均值安全系数的误差，可知六次多项式拟合能得到很高精度的计算结果。

在 Excel 中编制六次多项式计算安全系数的程序后，采用 Monte-Carlo 法模拟表 1 中的参数，生成 100 000 个强度参数对，拖拽可产生一系列安全系数计算结果。对所产生的 100 000 个安全系数进行统计分析，分析结果显示安全系数呈对数正态分布，拟合结果见图 9 所示，统计参数见表 4 所示。

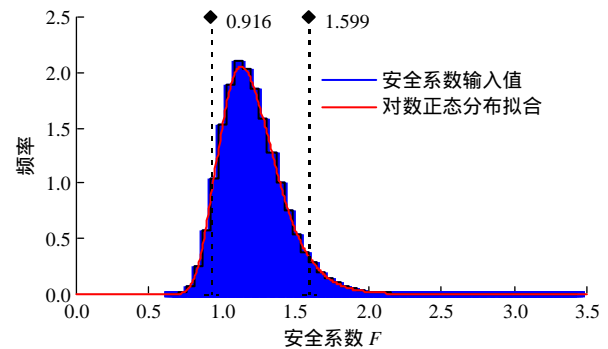


图 9 系统极限状态面的对数正态分布拟合

Fig.9 Lognormal approximation of the system limit state surface

表 4 安全系数统计结果

Table 4 Statistical results of the simulated safety factors

统计参数	安全系数输入值	对数正态分布拟合
最小值	0.64	0.42
最大值	3.43	$+\infty$
平均值	1.21	1.21
密度函数最大值	1.13	1.13
中值	1.18	1.18
标准差	0.21	0.21
偏度	0.97	0.83
峰度	5.16	4.25

由分析结果可求得失效概率 $P_f (F < 1)$ 为 14.7%，安全系数统计所得变异系数 $V_F = 0.177$ ，由式(11)可求得系统可靠度为 1.00。

4.3 与固定滑面可靠度的对比分析

GEO-SLOPE 中的概率分析过程是，首先以岩土材料强度参数均值为输入参数，采用确定性分析

方法自动搜索安全系数最小的滑面，在此滑面上应用 Monte-Carlo 法生成一系列强度参数，计算该滑面上对应的安全系数，然后对安全系数进行统计分析。显然，该过程是基于固定滑面计算边坡破坏概率的。将本文所提出的系统可靠度计算方法所得结果与该方法结果进行对比分析，有助于认识系统可靠度与固定滑面可靠度之间的区别。

仍采用图 7 中的几何坐标和表 1 中的输入参数进行固定滑面可靠度计算，黏聚力和内摩擦角的相关系数为 -0.5，安全系数计算方法仍采用 M-P 法，强度参数均值条件下自动搜索得到的最小安全系数及对应的滑面如图 10 所示，Monte-Carlo 法模拟所得安全系数分布情况如图 11 所示，具体分析结果如表 5 所示，与系统可靠度计算所得结果对比情况如表 6 所示。由表 6 可知，基于固定滑面的失稳概率仅为 1.8%，可靠度为 1.65，而本文方法计算的失稳概率高达 14.7%，可靠度仅为 1。显然，基于固定滑面的可靠度计算方法存在低估边坡系统风险的可能。

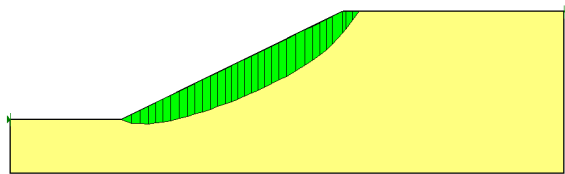


图 10 强度参数均值最小安全系数对应的潜在滑动面
Fig.10 Slip surface of the minimum safety factor

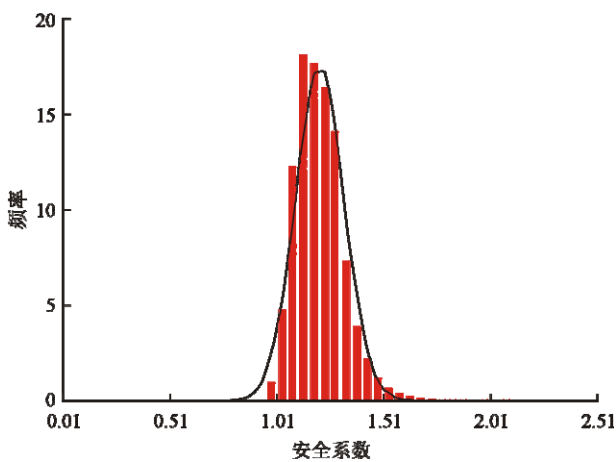


图 11 安全系数模拟结果的概率密度统计特征
Fig.11 Statistical results of the simulated safety factors

表 5 GEO-SLOPE 安全系数统计结果

Table 5 Statistical results of the simulated safety factors by GEO-SLOPE

安全系数均值	标准差	最小安全系数	最大安全系数	模拟数目
1.186	0.113	0.792	2.286	100 000

表 6 可靠度计算结果对比

Table 6 Comparison of the results of different reliability analysis approaches

计算方法	可靠度	失稳概率/%
GEO-SLOPE	1.65	1.8
本文方法	1.00	14.7

事实上，GEO-SLOPE 概率分析方法经过适当改造，也可用于系统可靠度求解，这意味着每对参数均需自动搜索最小安全系数，假设每次搜索花费 5 s，模拟的参数数目是 100 000，则计算需时 500 000 s，约合 138.9 h，显然，这样的计算效率是相当低下的。而本文所提方法简化了计算过程，算上数据处理和程序编制，耗时也不超过 1 h，显然更加有效。

5 结 论

(1) 提出强度参数空间 Θ 中的系统极限状态面概念，指出边坡系统极限状态面与固定滑面极限状态面之间的差别，根据安全系数的定义，提出了基于系统极限状态面的安全系数计算方法，该方法在需要大量重复计算的情况下非常简洁有效。

(2) 提出了一种边坡系统可靠度的计算方法，该方法以边坡全局安全系数求解为基础，获得参数空间 Θ 中系统极限状态面的多项式拟合，采用 Monte-Carlo 模拟方法生成一组随机参数，根据安全系数的定义，利用 Excel 编程实现安全系数的快速计算，对计算结果进行统计分析，获得边坡系统可靠度。

(3) 将该方法计算结果与 GEO-SLOPE 中基于固定滑面的概率分析结果进行对比，说明该方法能够从理论上较为合理地评估滑动面不确定所导致的边坡系统风险，基于固定滑面的可靠度计算方法则存在低估边坡系统风险的可能。

本文方法对均值边坡比较有效，对岩土层数较多的情况，系统极限状态面将变得非常复杂，基于系统极限状态面的安全系数计算方法也可能失效，因此，还需进一步研究系统极限状态面为多维超曲面的情况。

参考文献(References)：

[1] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析——原理·方法·程序[M]. 北京：中国水利水电出版社，2003：273-283.(CHEN Zuyu. Stability analysis

- of soil slopes— theory , methods and programs[M]. Beijing : China Water Power Press , 2003 : 273 – 283.(in Chinese))
- [2] WHITMAN R V. Evaluating calculated risk in geotechnical engineering[J]. Journal of Geotechnical Engineering , 2014 , 110(2) : 143 – 188.
- [3] KLAPPERICH H , STURM U , SAVIDIS S A. Discussion of evaluating calculated risk in geotechnical engineering[J]. Journal of Geotechnical Engineering , 1985 , 111(6) : 825 – 826.
- [4] WHITMAN R V. Closure of “ evaluating calculated risk in geotechnical engineering ” [J]. Journal of Geotechnical Engineering , 2009 , 111(6) : 826 – 827.
- [5] LOW B K , TANG W H. Efficient reliability evaluation using spreadsheet[J]. Journal of Engineering Mechanics , 1997 , 123(7) : 749 – 752.
- [6] 陈祖煜,陈立宏,王玉杰,等. 滑坡和建筑物抗滑稳定分析中的可靠度分析和分项系数设计方法[C]// 水利水电工程风险分析及可靠度设计技术进展. 北京:中国水利水电出版社,2010:27–39. (CHEN Zuyu, CHEN Lihong, WANG Yujie, et al. Reliability analysis and partial factor design methods for slope stability[C]// Proceedings of the Symposium on Risk Analysis and Reliability Based Design for Water Resources and Hydropower Projects. Beijing: China Water Power Press, 2010: 27–39.(in Chinese))
- [7] ZHANG C Q, ZHOU H, FENG X T, et al. A new interpretation for the polyaxial strength effect of rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences , 2010 , 47(3) : 496 – 501.
- [8] BAI B , YUAN W , LI X. A new double reduction method for slope stability analysis[J]. Journal of Central South University , 2014 , 21(3) : 1 158 – 1 164.
- [9] 白冰,袁维,石露,等. 一种双折减法与经典强度折减法的关系[J]. 岩土力学, 2015, 36(5) : 1 275 – 1 281.(BAI Bing, YUAN Wei, SHI Lu, et al. Comparing a new double reduction method to classic strength reduction method for slope stability analysis[J]. Rock and Soil Mechanics , 2015 , 36(5) : 1 275 – 1 281.(in Chinese))
- [10] CHRISTIAN J T. The thirty-ninth Karl Terzaghi lecture : Geotechnical Engineering reliability : How well do we know what we are doing[R]. [S.l.] : [s.n.] , 2004.
- [11] WU T H. 2008 Peck lecture : The observational method: case history and models[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering , 2011 , 137(10) : 862 – 873.
- [12] KULHAWY F H. Uncertainty , reliability , and foundation engineering : The 5th Peter Lumb Lecture[C]// Foundation Engineering in the Face of Uncertainty@Honoring Fred H. Kulhawy :[s.n.] , 2015 : 209 – 214.
- [13] BAECHER G B , CHRISTIAN J T. Reliability and statistics in geotechnical engineering[M]. New York : Wiley , 2003 : 303 – 469.
- [14] WONG F S. Slope reliability and response surface method[J]. Journal of Geotechnical Engineering , 1985 , 111(1) : 32 – 53.
- [15] 谭晓慧. 多滑面边坡的可靠性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2001 , 20(6) : 822 – 825.(TAN Xiaohui. Reliability analysis of slopes with multi slip surface[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering , 2001 , 20(6) : 822 – 825.(in Chinese))
- [16] DITLEVSEN O , MADSEN H O. Structural reliability methods[M]. New York : Wiley , 1996 : 33 – 52.
- [17] 李典庆,周创兵. 考虑多失效模式相关的岩质边坡体系可靠度分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2009 , 28(3) : 541 – 551.(LI Dianqing, ZHOU Chuangbin. System reliability analysis of rock slope considering multiple correlated failure modes[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering , 2009 , 28(3) : 541 – 551.(in Chinese))
- [18] LI D Q , JIANG S H , CHEN Y F , et al. System reliability analysis of rock slope stability involving correlated failure modes[J]. Ksce Journal of Civil Engineering , 2011 , 15(8) : 1 349 – 1 359.
- [19] LOW B K , TANG W H. Efficient spreadsheet algorithm for first-order reliability method[J]. Journal of Engineering Mechanics , 2007 , 133(12) : 1 378 – 1 387.
- [20] 郑宏,田斌,刘德富,等. 关于有限元边坡稳定性分析中安全系数的定义问题[J]. 岩石力学与工程学报, 2005 , 24(13) : 2 225 – 2 230. (ZHENG Hong, TIAN Bin, LIU Defu, et al. On definitions of safety factor of slope stability analysis with finite element method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering , 2005 , 24(13) : 2 225 – 2 230.(in Chinese))
- [21] HALDAR A , MAHADEVAN S. Probability , reliability , and statistical methods in engineering design[M]. [S.l.] : John Wiley and Sons , Incorporated , 2000 : 250 – 272.
- [22] DUNCAN J M. Factors of safety and reliability in geotechnical engineering[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering , 2000 , 126(4) : 307 – 316.