

饱和粉土冻胀过程试验研究及数值模拟

周家作¹, 韦昌富¹, 李东庆², 魏厚振¹, 裴万胜²

(1. 中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点试验室, 湖北 武汉 430071;

2. 中国科学院寒区旱区环境与工程研究所 冻土工程国家重点实验室, 甘肃 兰州 730000)

摘要: 为了研究温度梯度、冻结速率、土样高度和竖向压力对冻胀的综合影响, 在不同试验条件下对饱和粉土进行了一系列一维土柱冻胀试验, 试验中测量土样温度、竖向压力、冻胀量和补水量。试验结果表明: 在温度场处于准稳态时, 冻胀速率与温度梯度成正比增长关系, 冻胀速率随着竖向压力增大而线性减小; 定义比冻结速率为冻结速率与土样高度之比, 当温度场处于瞬态时, 冻胀速率随比冻结速率成幂函数增长, 增长率随着比冻结速率增大而减小。提出了综合考虑温度梯度、冻结速率、竖向压力和土样高度的冻胀计算公式, 在此基础上推导了考虑水分迁移的冻土热扩散方程, 提出了模拟冻胀和温度变化的数值模拟方法, 通过一个数值算例计算了冻结过程中的温度和冻胀量变化, 并与实测结果对比验证了该方法的可靠性。

关键词: 土力学; 饱和粉土; 冻胀速率; 温度梯度; 竖向压力; 比冻结速率

中图分类号: TU 445

文献标识码: A

文章编号: 1000-6915(2017)02-0485-11

Experimental study and numerical simulation to the process of frost heave in saturated silt

ZHOU Jiazuo¹, WEI Changfu¹, LI Dongqing², WEI Houzhen¹, PEI Wansheng²

(1. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China; 2. State Key Laboratory of Frozen Soil Engineering, Cold and Arid Regions Environmental and Engineering Research Institute, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou, Gansu 730000, China)

Abstract: A series of experiments on frost heaving of 1D saturated silt columns were conducted under the different experimental conditions to comprehensively investigate the influence of temperature gradients, freezing rate, height of sample and vertical load on frost heaving. The temperature of samples, the vertical load, and the amount of frost heaving and the water intake were measured during each experiment. The experimental results show that when the temperature is quasi-steady, the frost heaving rate increases proportionally with the temperature gradient and decreases linearly with the vertical load. The specific freezing rate was defined as the ratio of freezing rate to the height of sample. When the temperature is unsteady, the frost heaving rate increases with the specific freezing rate in the form of power law and the rate of increasing decreases as the specific freezing rate increases. A formula for calculating the frost heaving was presented upon the comprehensively consideration of the temperature gradient, freezing rate, vertical load and height of sample. The thermal diffusion equation

收稿日期: 2016-03-08; **修回日期:** 2016-04-20

基金项目: 国家重点基础研究计划(973)项目(2012CB026102); 国家自然科学基金资助项目(41572293); 中国科学院寒区旱区环境与工程研究所冻土工程国家重点实验室开放基金(SKLFSE201502)

Supported by the National Basic Research Programs of China(Grant No. 2012CB026102), National Natural Science Foundation of China(Grant No. 41572293) and Open Foundation of State Key Laboratory of Frozen Soil Engineering, Cold and Arid Regions Environmental and Engineering Research Institute, Chinese Academy of Sciences(Grant No. SKLFSE201502)

作者简介: 周家作(1987-), 男, 2015年于中国科学院武汉岩土力学研究所岩土工程专业获博士学位, 现任助理研究员, 主要从事冻土和含天然气水合物土方面的研究工作。E-mail: jzzhou@whrsm.ac.cn

DOI: 10.13722/j.cnki.jrme.2016.0213

considering the water migration in frozen soil was deduced on the basis of the formula of frost heaving and the numerically solution was presented. The numerical results of the variation of temperature and frost heaving were compared with the experimental data , which confirmed the reliability of the simulating method.

Key words :soil mechanics ;saturated silt ;frost heaving rate ;temperature gradient ;vertical load ;specific freezing rate

1 引言

细粒土在冻结过程，未冻土中的水分在“冻吸力”作用下向冻土中迁移并冻结，导致冻土体积膨胀，即冻胀^[1-2]。冻胀会影响季节性冻土区的道路、管道等工程的变形^[3-4]，也可能使得采用人工冻结法施工的隧道、矿井的冻结壁发生变形^[5-6]。

S. Taber^[7]首先通过试验发现冻胀主要是由于水分迁移引起的，此后众多国内外学者对冻胀机制进行了大量的研究，先后发展出不同的理论及假说。早期的学者将冻土与非饱和土进行类比，认为毛细作用是引起水分迁移和冻胀的主要原因，发展出了毛细理论模型^[8-9]。R. D. Miller^[10]发现在冰透镜体和未冻土之间存在一个部分冻结带即冻结缘，这是毛细理论无法解释的，在此基础上发展出了描述冰透镜体形成和生长的刚冰模型^[11]。J. S. Wettlaufer 和 M. G. Worster^[12]认为冰水之间的热分子力驱使着水分迁移，发展了预融理论，基于该理论可以推断即使冻结缘消失后仍然可能发生冻胀和水分迁移^[13]。影响土冻胀性的因素有土质、水分条件、环境温度条件和压力等。土的冻胀性与土的粒径关系明显^[14]：粉土和粉质黏土冻胀性最大；粒径较小的黏土由于渗透性低导致水分迁移量小因此冻胀性较小；粒径较大的砂土冻结后未冻水膜很薄，导致水分向冻土内迁移的通道不畅，因此冻胀量很小。在含水量较小的非饱和冻土中，虽然水分仍然向冻土内迁移，但是总体冻胀量较小^[15]。环境温度对冻胀性的影响体现在温度梯度和冻结速率两方面：当温度稳定时冻胀速率与温度梯度有着近似线性关系^[16-17]；另一方面，在瞬态条件下冻胀速率还与冻结速率有关^[18-19]。此外，压力对土的冻胀性起到抑制作用^[20-21]。目前已有一些考虑温度、压力等因素的应用模型。D. Sheng 等^[22]建立起考虑上覆荷载、温度梯度和地下水位的冻胀模型，并开发出模拟程序 PCHeave 进行了计算和检验。李洪升等^[23]考虑水分、温度和应力的相互作用给出了一般性的数学框架，并通过二维算例对该数学模型进行了检验。

目前关于冻胀的机制描述和应用模型大多存在

参数过多、部分参数难以测量、数学形式复杂等不足之处，使其在应用推广方面存在局限。本文拟根据饱和粉土的冻胀试验资料，建立起综合考虑温度梯度、冻结速率、竖向压力和土样高度的冻胀速率表达式，并在此基础之上导出考虑水分迁移的热传导方程，给出模拟冻胀变形和温度场变化的简单而有效的数值方法。由于目前对于冻胀和冰透镜体形成的机制研究仍存在不确定性，本文仅根据试验结果对已知可测量的冻胀因素进行研究，并提出相应的定量表达式。

2 试验设备、方法和材料

试验装置示意图如图 1 所示，土样放置于直径 100 mm 的圆柱有机玻璃筒内，侧壁用保温材料隔热，顶板和底板的温度通过循环冷浴控制；侧壁插入热电阻传感器，间距为 1 cm，测量精度为 0.05 ；顶板位移和侧面温度通过电脑控制自动采集，采集时间间隔为 1 min。试验过程中，底板温度降至负温，顶板保持为正温，土样从下往上冻结，顶板的补水孔与水平放置的盘管相连，盘管内的水源通过顶板的小孔补给到土样内部，盘管高度与土样顶端平齐，可以保证试验过程中水头不变。通过读取盘管内液面对应的刻度变化可以计算出补水量，补水量由人工间隔一定时间记录而成。盘管内径 4 mm、表面刻度间距 1 cm，因此 0.5 cm 的读数误差表示补水量误差仅约 0.06 g。在试验中通过人为调节冷浴温度改变土的温度梯度以及冻结速率，通过加卸顶

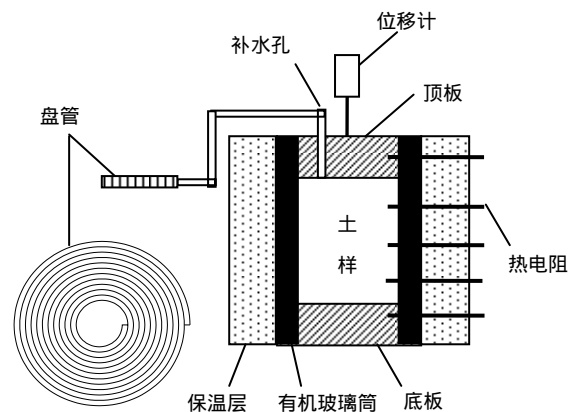


图 1 试验装置示意图

Fig.1 Diagram of the testing apparatus

板的砝码改变试样的竖向压力。土样室置于室内环境，室内温度控制在约 22℃。试验步骤如图 2 所示。

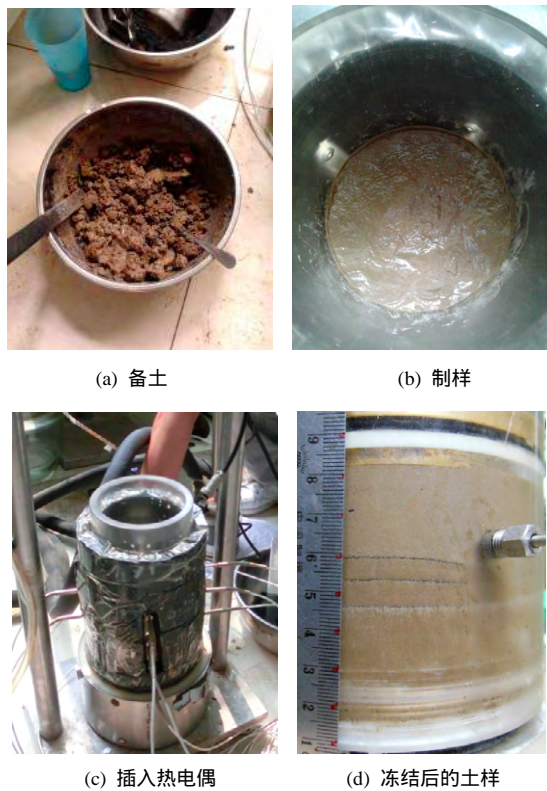


图 2 试验步骤

Fig.2 Experimental Process

试验用土采用黄河冲击粉土，液限为 29%，塑限为 19%，冻结温度为 -0.2℃，粒径分布见表 1。采用美国 Decagon 公司出品的 KD2 Pro 热参数仪测试试样的热物理参数，测试分辨率可达 0.01℃，不同温度土的热物理参数见表 2。试验时，控制含水量约 24%，干密度约 1.6 g/cm³，饱和度约 90%。

表 1 土粒径分布

Table 1 The distribution of grain size of soil

小于该粒径/mm	含量/%
0.002	1.40
0.005	10.20
0.011	20.00
0.026	30.40
0.075	86.48

在本文中冻结速率定义为冻结锋面的移动速率。对于试样热参数已经确定的传热过程，如果初始条件、边界条件以及试样尺寸均相同，很显然温度梯度与冻结速率有一一对应关系，温度梯度越大

表 2 土的热物理参数

Table 2 The thermal physical parameters of soil

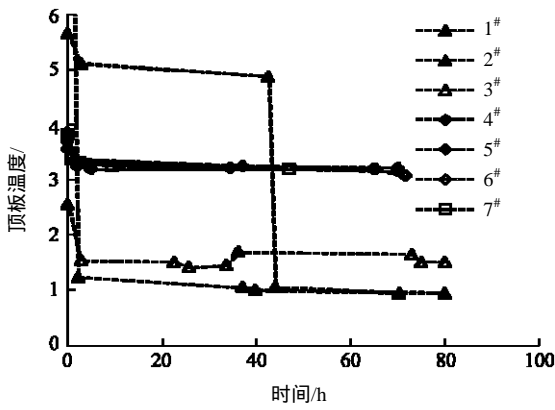
温度/℃	导热系数/(W·m ⁻¹ ·℃ ⁻¹)	体积热容/(MJ·m ⁻³ ·℃ ⁻¹)
11.83	1.67	2.74
1.66	1.76	2.82
-0.87	1.78	2.84
-3.76	2.53	2.37
-5.69	2.69	1.99
-9.96	2.74	1.86

则冻结速率越大。然而，如果初始条件、试样尺寸均不同而且边界条件处于不断变化之中，则冻结速率与温度梯度之间并不存在一一对应关系。由于自然界中冻结条件是复杂多变的，因此本文分别在不同初始条件、边界条件和土样高度条件下进行试验，将温度梯度和冻结速率作为 2 个独立变量分开考虑。同时进行不同竖向压力条件下的试验，研究竖向压力对冻胀的影响。试验条件汇总于表 3，备注栏中的变温方式是指上下边界温度变化的情况，具体变温方案由图 3(a)~(e)给出，第 3 组试验中 P4[#]和 P5[#]的卸载方案由图 4 给出。

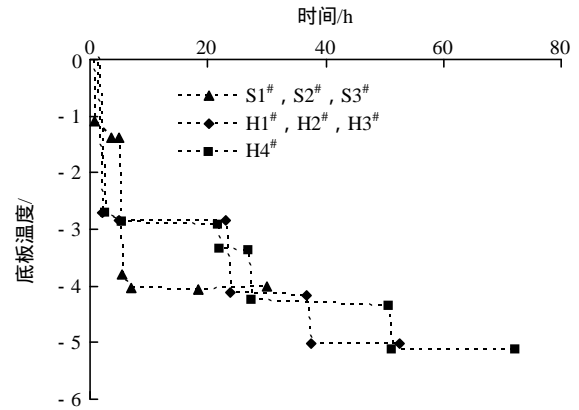
表 3 试验条件

Table 3 The experimental conditions

组别	编号	试样高度/mm	竖向压力/kPa	备注
第 1 组	1 [#]	55	无	不同变温方式
	2 [#]	55	无	
	3 [#]	55	无	
	4 [#]	55	无	
	5 [#]	55	无	
	6 [#]	55	无	
	7 [#]	55	无	
第 2 组	S1 [#]	55	无	相同变温方式， 试验时间依次增大
	S2 [#]	55	无	
	S3 [#]	55	无	
第 3 组	P1 [#]	55	12.7	不同变温方式， 不同竖向压力
	P2 [#]	55	38.2	
	P3 [#]	55	63.7	
	P4 [#]	55	89.2，卸载	
	P5 [#]	55	114.6，卸载	
第 4 组	H1 [#]	75	无	不同变温方式， 不同高度
	H2 [#]	95	无	
	H3 [#]	115	无	
	H4 [#]	135	无	



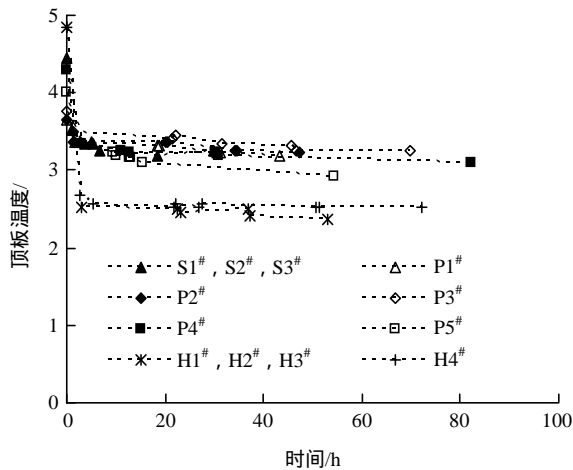
(a) 第1组试验顶板温度



(e) 第2, 4组试验底板温度

图3 顶板和底板温度随时间变化曲线

Fig.3 Curves of boundary temperature vs. time



(b) 第2~4组试验顶板温度

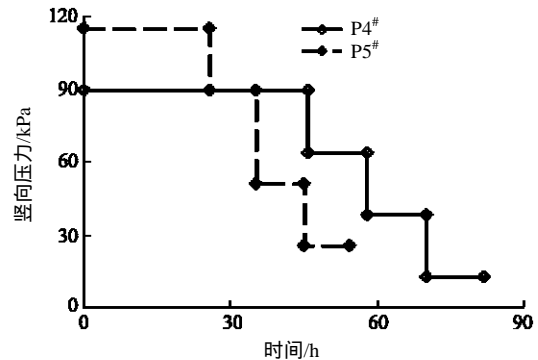
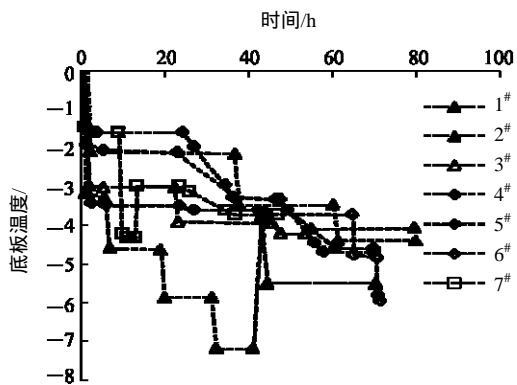
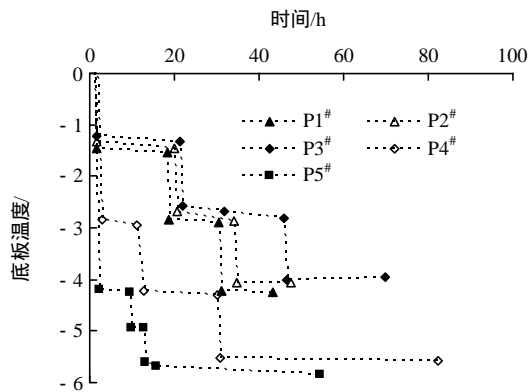


图4 P4#和P5#竖向压力随时间变化曲线

Fig.4 The applied surcharge load vs. time for #P4 and #P5



(c) 第1组试验底板温度



(d) 第3组试验底板温度

3 试验结果及分析

以编号 P4#的试验为例，直接由传感器得到的结果包括：不同时刻的温度分布曲线(见图5)，冻胀量随时间变化曲线(见图6)，通过对不同时刻温度分布曲线插值求得冻结温度对应的高度，即得到不同时刻的冻结厚度(见图7)。图6中星号表示根据补水量乘以1.09(水冻结后体积增大1.09倍)计算得到的冻胀量，从图中可以看出，在冻结初期阶段，补水量为负值而冻胀量为0，这是因为初期下部土样冻结后体积增大导致上部未冻土被压缩而土中水分被排出(土试样及顶板与试样筒侧壁之间的摩擦力提供了压缩未冻土的反力)。约6h后补水量开始回升说明外部的水分已经开始向冻土迁移，到12h补水量恢复到接近于试验前的水平，冻胀开始产生。冻胀发生后由补水量计算得到的冻胀量几乎与位移传感器测得的冻胀量相同，说明冻胀主要是由水分迁移引起的。

图6冻胀发生后的曲线可以分为5个阶段：阶段1(12~32h)、阶段2(32~46h)、阶段3(46~57h)、阶段4(57~70h)、阶段5(70~82h)。在每个阶段温

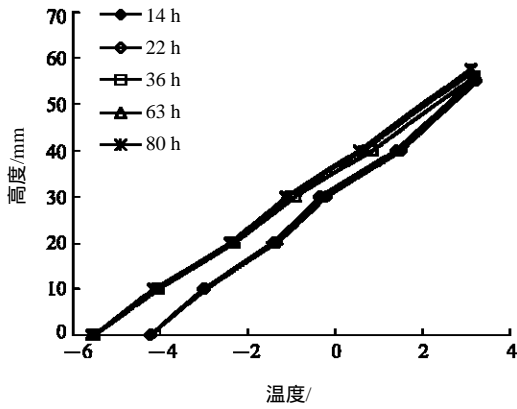


图 5 P4#试样不同时刻的温度沿高度分布

Fig.5 Temperature distribution along the sample height at different times for sample #P4

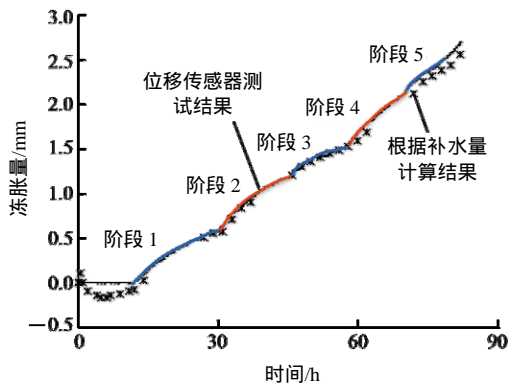


图 6 P4#冻胀量 - 时间曲线

Fig.6 The amount of frost heaving vs. time for #P4

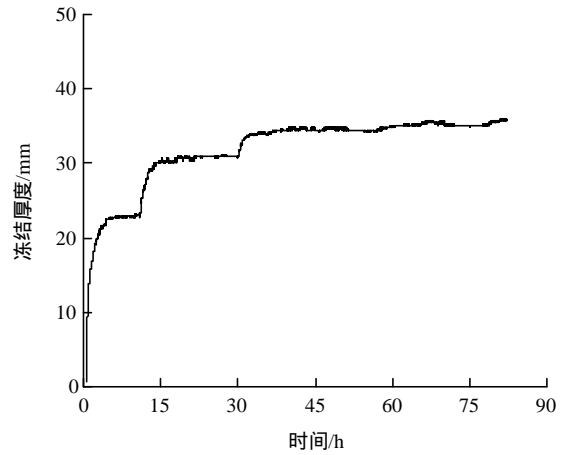


图 7 P4#冻结厚度 - 时间曲线

Fig.7 Curve of frozen thickness vs. time for #P4

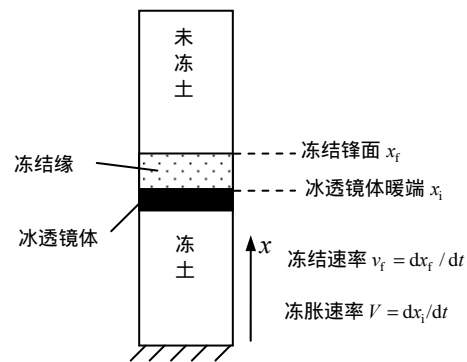


图 8 冻结试样示意图

Fig.8 Diagram of the frozen sample

度和竖向压力条件基本保持稳定，冻胀速率是随时间衰减的，这是因为在每个阶段内温度梯度和冻结速率逐渐减小所致。阶段 2 起点较阶段 1 终点冻胀速率增大是因为在 32 h 底板温度降低所致(见图 3(d))。阶段 3~5 的起点冻胀速率增大是因为顶部竖向压力分别在 46, 57, 70 h 卸载所致(见图 4)。同时由于底板温度(见图 3(d))分别在 11 和 32 h 进行调低，因此冻结厚度在对应时间段呈现台阶式变化(见图 7)。

由图 5 可以得到某一时刻冻土中的温度梯度，在图 6 和 7 所示曲线局部做切线可以得到某一时刻的冻胀速率和冻结速率(即冻结锋面的移动速率)。用同样的方法，可以得到其他所有试样在不同时刻的温度梯度、冻胀速率和冻结速率数据，这些数据再结合竖向压力条件构成了本文中分析饱和粉土冻胀特性的基础。

3.1 准稳态温度条件的冻胀速率

在冻胀过程中由于水分持续地向冻土中迁移并冻结释放潜热，且土样高度随着冻胀发生变化，因此理论上土中温度场不会严格地达到稳态。图 8 为

冻结试样示意图，试样从下往上冻结，底部位移固定，根据冻结速率 v_f 与冻胀速率 V 的比较，可以划分出 3 种状态：当 $v_f = V$ 时，冰透镜体稳定生长，冻结缘厚度保持不变；当 $v_f > V$ 时，冻结缘厚度不断增大，在冻结缘内可能形成新的冰透镜体；当 $v_f < V$ 时，冻结缘处于不断退化阶段。当 $v_f = V$ 时，虽然温度场仍然在变化，但是冻结缘和冰透镜体的结构是稳定的，因此本文将该状态定义为准稳态，其他条件下的状态定义为瞬态。

由于冻胀速率和冻结速率是通过冻胀变化曲线和冻结厚度变化曲线做切线的方式得到的，有限的数组中很少有精确满足 $v_f = V$ 的条件。从实用角度出发，可以认为当 v_f 与 V 相差很小时即为准稳态，本文将 $0 < v_f - V < 0.025$ mm/h (误差约为最大冻结速率的 1%) 范围内的数据点视作准稳态数据点。

图 9 给出了第 1 组试验无压条件下的冻胀速率与温度梯度的关系，很明显可以看到在瞬态条件下冻胀速率与温度梯度没有明显关系(将在节 3.2 说明瞬态冻胀速率与冻结速率有关)，但是在准稳态温度场条件下，冻胀速率与温度梯度呈线性关系：

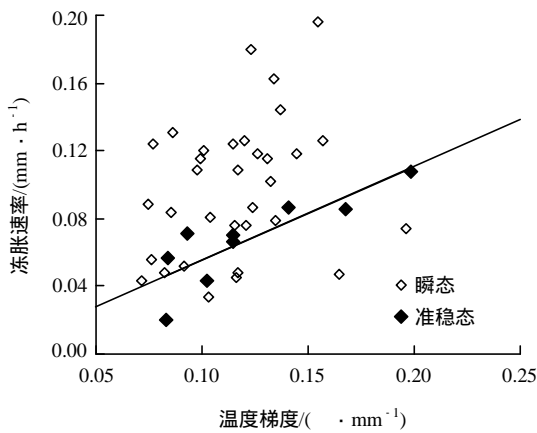


图9 无压冻胀速率与温度梯度的关系

Fig.9 The relationship between frost heaving rate and temperature gradient without surcharge load

$$V_q = K \nabla T \quad (1)$$

式中： V_q 为准稳态冻胀速率(mm/h)， ∇T 为温度梯度(/ mm)， K 为比例系数($\text{mm}^2/(\text{h} \cdot \text{mm})$)。J. M. Konrad 等^[16, 19]将 K 定义为分凝势(segregation potential, 简称 SP)。

根据第 1 组试验无压条件下以及 P4#和 P5#不同竖向压力下的准稳态冻胀速率与温度梯度的数据，可得不同竖向压力下的系数 K 。图 10 给出了系数 K 随竖向压力 P 的变化情况，可以看出二者之间存在较好的线性关系，可以表达为

$$K = K_0 \left(1 - \frac{P}{P_m} \right) \quad (2)$$

式中： K_0 为无压条件下的比例系数， P_m 为最大冻胀力。当竖向压力达到最大冻胀力时，冻胀将会停止。

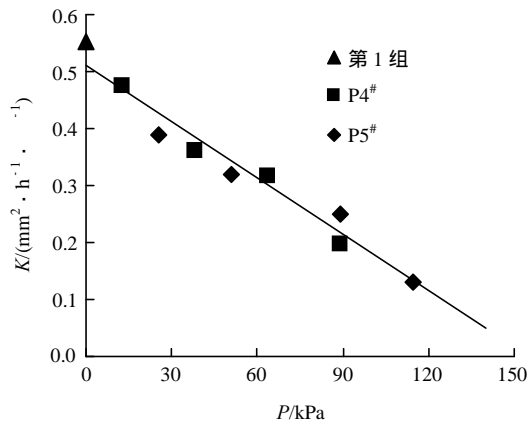


图 10 K 与 P 的关系

Fig.10 Relationship between K and P

3.2 无压瞬态温度条件的冻胀速率

将总冻胀速率假设为准稳态冻胀速率和瞬态冻胀速率之和，考虑到式(1)和(2)，瞬态冻胀速率 V_t 为

$$V_t = V - K_0 \left(1 - \frac{P}{P_m} \right) \nabla T \quad (3)$$

土样尺寸对冻结速率的影响可以通过图 11 的计算结果加以说明：图中 2 个土样初始温度条件和边界温度条件相同，但是土样高度不同，图中 T_0 ， T_c 和 T_w 分别为初始温度、底板温度和顶板温度。显然在瞬态传热过程中高度较大的土样冻结锋面移动越快即冻结速率较大。试验表明，如果不能排除尺寸效应，即使在温度梯度相当的情况下冻结速率大的土样其冻胀速率可能反而较小。J. M. Konrad 和 N. R. Morgenstern^[19]以温度曲线沿冻结缘厚度包围的面积的变化率作为独立变量以消除尺寸对冻结速率的影响。基于简单实用原则，本文用冻结速率与土样高度的比值作为基本变量即比冻结速率以消除尺寸影响，表示为

$$v_f^* = \frac{v_f}{H} \quad (4)$$

式中： v_f^* 和 v_f 分别为比冻结速率和冻结速率， H 为土样高度。

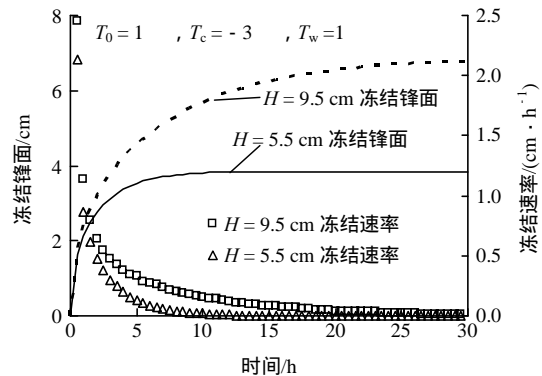


图 11 不同高度土样的冻结锋面及冻结速率变化曲线

Fig.11 The curves of freezing front vs. time for samples with different heights

根据第 1 组和第 4 组试验数据得到比冻结速率，再令 $P = 0$ 并根据式(3)计算得到瞬态冻胀速率，二者之间的关系如图 12 所示。可以用幂函数表达为

$$V_{t0} = a(v_f^* + b)^{-2} + V_{ult} \quad (5)$$

式中： V_{t0} 为无压条件下的瞬态冻胀速率； a ， b 为试验参数； V_{ult} 为冻结速率趋近于无穷大时的冻胀速率极限值。图 12 实线为根据式(5)的计算结果，计算参数根据表 4 取值。虽然 J. M. Konrad 和 N. R. Morgenstern^[19]指出当冻结速率超过某一限值冻胀即会停止，但是在本文所述的冻结速率范围内，尚未发现冻结速率的限值。

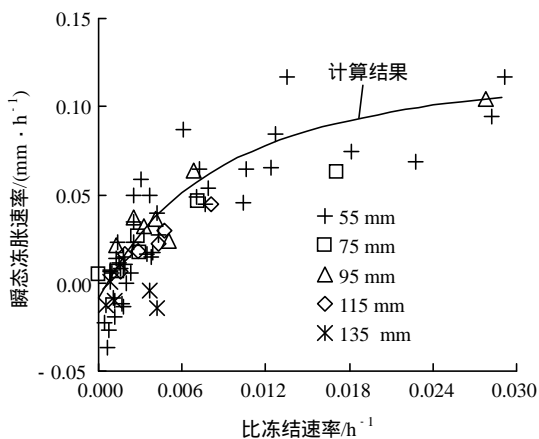


图 12 无压瞬态冻胀速率与比冻结速率的关系

Fig.12 Relationship between unsteady frost heaving rate and specific freezing rate without surcharge load

表 4 冻胀模型参数取值

Table 4 The model parameters and values

$K_0 / (\text{mm}^2 \cdot \text{h}^{-1} \cdot \text{h}^{-1})$	P_m / kPa	P_h / kPa	$a / (\text{mm} \cdot \text{h}^{-3})$	b / h^{-1}	$V_{ult} / (\text{mm} \cdot \text{h}^{-1})$
0.512 1	155.2	40	-3.485×10^{-5}	0.016 37	0.114 2

J. M. Konrad 等^[16, 18]也曾研究过冻胀速率与冻结速率的关系，当冻结速率在一定范围内冻胀速率随冻结速率增大而递增。目前关于冻结速率为何影响冻胀速率的机制并不清楚，可能与化学反应动力学因素有关。冻结过程可以看成是冰晶体增长的化学过程，在严格相平衡可逆条件下，冰和水的化学势是相等的；但是在瞬态传热过程中，冰的化学势低于水的化学势导致水转变为冰这一不可逆过程，二者化学势差别越大冻结速率越快，导致水分更快地被吸附到冰表面形成冰晶体。

另一方面由于冻土渗透系数很低，导致迁移的水分只能聚集在冻结锋面附近很窄的一个区间，由于冻结速率快即冻结锋面移动较快，因此水分没有充分的时间聚集在一个固定的区域，造成冻结速率大时冻土含水量增量反而较小。

3.3 有压瞬态温度条件的冻胀速率

根据式(3)可以得到不同竖向压力条件下的瞬态冻胀速率，与不同竖向压力下的比冻结速率的关系如图 13 所示。图 13 中的实线表示不同竖向压力条件下的计算结果。可以看到在竖向压力一定时瞬态冻胀速率随着比冻结速率的增长趋势与图 12 非常相似，另一方面瞬态冻胀速率还随着竖向压力衰减，因此可以通过对无压瞬态冻胀速率进行竖向压力折减得到有压瞬态冻胀速率，根据试验数据本文提出如下形式的瞬态冻胀速率：

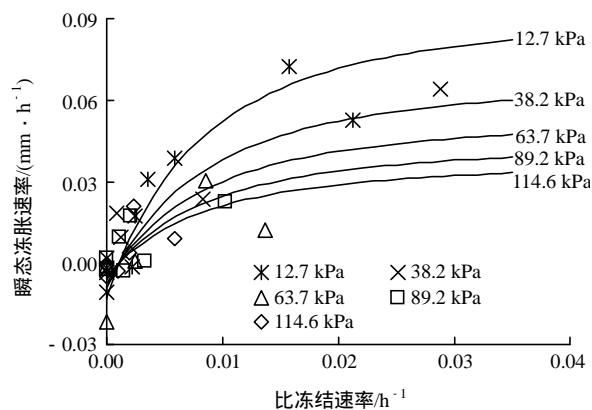


图 13 不同竖向压力下瞬态冻胀速率与比冻结速率的关系

Fig.13 Relationships between unsteady frost heaving rate and specific freezing rate under different surcharge loads

$$V_t = \frac{P_h V_{t0}}{P + P_h} \quad (6)$$

式中： P_h 为特征竖向压力，当竖向压力增大到 P_h 时，冻胀速率减小到无压冻胀速率的 1/2。由式(6)可以计算不同竖向压力条件下瞬态冻胀速率。

3.4 冻胀速率模型

联立式(3)~(6)可以得到冻胀速率与温度梯度、冻结速率、竖向压力和试样高度的关系：

$$V = K_0 \left(1 - \frac{P}{P_m} \right) \nabla T + \frac{P_h}{P + P_h} \left[a \left(\frac{v_f}{H} + b \right)^{-2} + V_{ult} \right] \quad (7)$$

式(7)等号右边第 1 项反映了准稳态条件下竖向压力和温度梯度对冻胀速率的影响，等号右边第 2 项反映了瞬态条件下竖向压力和比冻结速率对冻胀速率的影响，当温度变化非常缓慢时可以只考虑右边第 1 项。

图 14 给出了不同试样高度土样在无竖向压力时的冻胀速率计算值与实测值，图 15 给出了试样高度 55 mm 土样在不同竖向压力时的冻胀速率计算值与实测值。图 14, 15 显示计算结果总体靠近

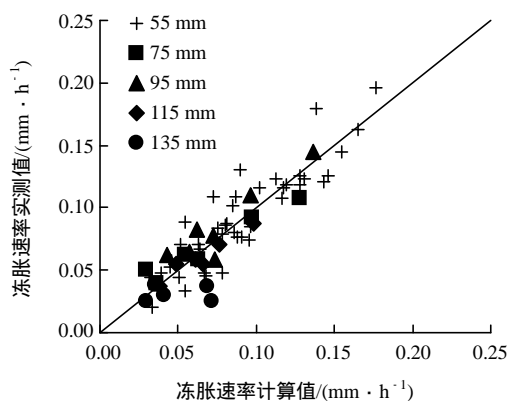


图 14 不同高度的试样无压时冻胀速率计算值与实测值

Fig.14 Calculated and measured frost heaving rate for samples with different initial heights without surcharge load

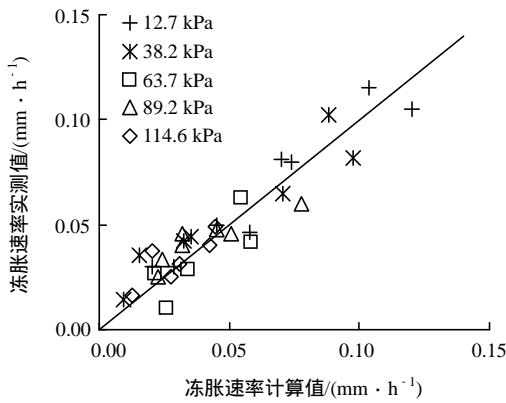


图 15 试样高度 55 mm 土样在不同竖向压力下的冻胀速率计算值与实测值

Fig.15 The calculated and measured frost heaving rate for samples with initial height of 55 mm under different surcharge loads

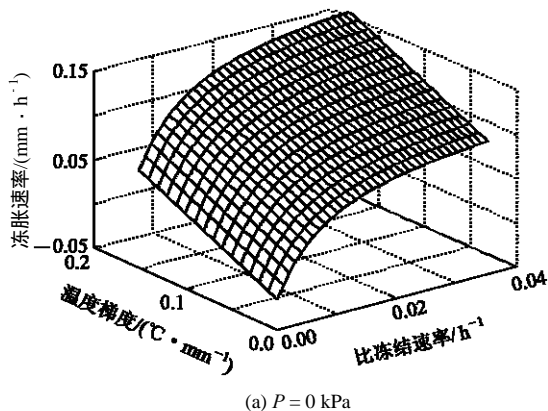
45°线,说明按照式(7)计算的冻胀速率与实测值接近,表明了式(7)的合理性。

图 16 给出了在不同竖向压力条件下,冻胀速率随温度梯度和比冻结速率变化的三维图,该图直观地显示了冻胀速率随温度梯度、比冻结速率和竖向压力的关系。

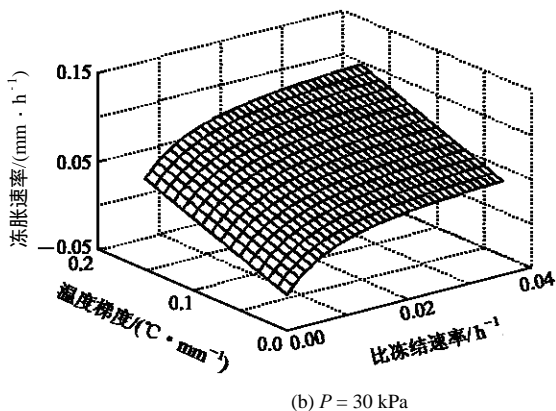
4 冻胀过程数值模拟

如图 6 所示,冻胀发生后由水分迁移量计算的冻胀量与位移计测量的冻胀量几乎一致,因此可以用冻胀速率除以 1.09 计算水分迁移速率。水分迁移速率记为 v_w 、冰和水密度分别记为 ρ_i 和 ρ_w ,单位质量水冻结释放的潜热记为 L ,单位时间迁移进入冻土的水分质量为 $v_w \rho_w = V \rho_i$,则单位时间内迁移的水分冻结释放的潜热量为 $LV \rho_i$ 。单位体积单位时间内迁移的水分冻结释放的潜热记为 Q ,在一维条件下有如下关系:

$$L\rho_i V = \int_0^H Q dx \tag{8}$$



(a) $P = 0$ kPa



(b) $P = 30$ kPa

式中: x 为土样高度坐标。

由于冻土渗透系数极小且难以准确测量,因此假设冻土中迁移的水分聚集在冻结锋面附近一个狭窄区域内。根据 Dirac 函数 δ 的性质有

$$L\rho_i V = \int_{T_c}^{T_w} L\rho_i V \delta(T_f) dT \tag{9}$$

式中: T_w 和 T_c 分别为顶板和底板温度; $\delta(T_f)$ 为 Dirac 函数,在冻结温度 T_f 处函数值为无穷大,在其他温度时为 0,在整个温度范围内积分等于 1。

在一维条件下温度微量 dT 可以通过温度梯度 ∇T 与长度微量 dx 联系起来:

$$dT = \nabla T dx \tag{10}$$

对式(9)的积分变量进行换元,并将温度边界换成对应的高度边界,可得

$$L\rho_i V = \int_0^H L\rho_i V \delta(T_f) \nabla T dx \tag{11}$$

在数值计算中可以用钟形脉冲函数 $\Delta(x)$ 来近似代替 Dirac 函数 $\delta(x)$ [24], $\Delta(x)$ 在 $x=0$ 附近的狭窄区域内大于 0,在其他位置处为 0,在整个区域内积分等于 1。 $\delta(x)$ 与 $\Delta(x)$ 的对比如图 17 所示。 $\Delta(x)$ 的峰值与其分布宽度有关,分布越宽峰值越低,反之亦然,当分布宽度趋于 0 时 $\Delta(x)$ 趋于 $\delta(x)$,但是无论如何 $\Delta(x)$ 在整个区域的积分都等于 1。

进一步以 $\Delta(T_f)$ 近似替代 $\delta(T_f)$,结合式(8)和(11)可得

$$\int_0^H Q dx \approx \int_0^H L\rho_i V \Delta(T_f) \nabla T dx \tag{12}$$

由式(12)可知冻结锋面附近狭窄区间单位体积单位时间内迁移的水分冻结后释放的潜热为

$$Q = L\rho_i V \Delta(T_f) \nabla T \tag{13}$$

根据能量守恒定律,可以写出考虑水分迁移的冻土热扩散方程:

$$\left(C + L\rho_w \frac{\partial \theta_w}{\partial T} \right) \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + L\rho_i V \Delta(T_f) \nabla T \tag{14}$$

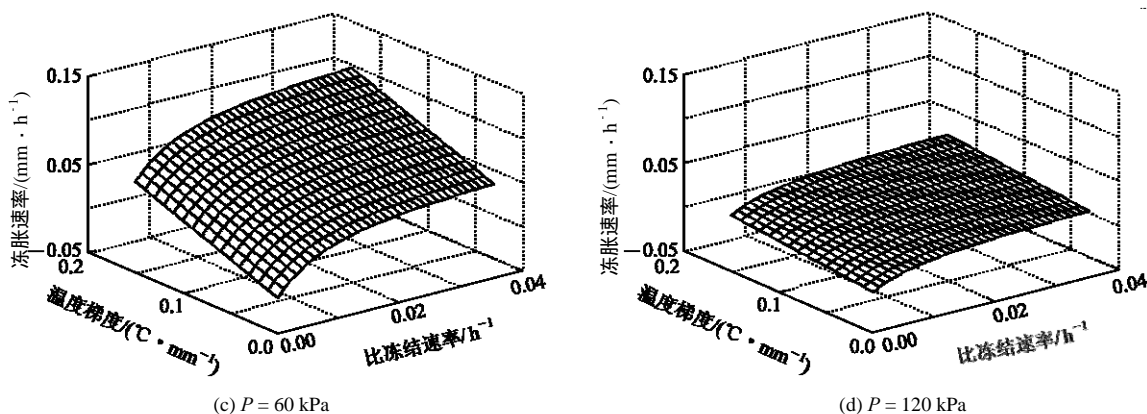


图 16 冻胀速率随温度梯度、比冻结速率和竖向压力的关系

Fig.16 Relationships among temperature gradient , specific freezing rate , surcharge load and frost heaving rate

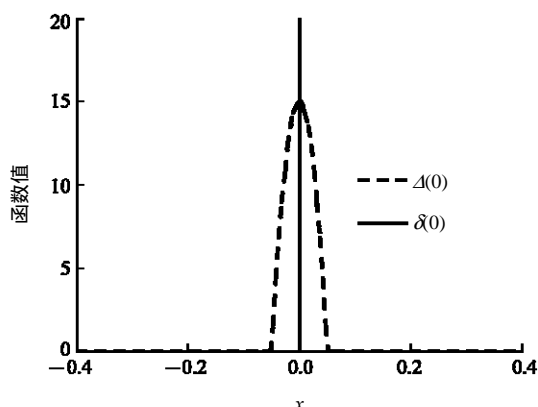


图 17 $\delta(x)$ 与 $\Delta(x)$ 的对比

Fig.17 The comparison between $\delta(x)$ and $\Delta(x)$

式中： C 和 λ 分别为土的体积热容和导热系数， t 为时间， θ_u 为冻土中未冻水体积含水量。冻胀速率 V 按式(7)计算。式(14)中等号左边括号内第2项表示原位水冻结释放的潜热，等号右边第2项表示迁移的水分冻结释放的潜热。对于本文所述饱和粉土， C 和 λ 的取值见表2，根据核磁共振方法测得未冻水含水量与温度的关系为

$$\theta_u = 0.1298(-T)^{-0.7236} \quad (T < -0.2) \quad (15)$$

以P4#土样为例，其顶、底板边界温度分别见图3(b)和(d)，竖向压力条件如图4所示，初始时刻土样不同高度处的温度为：0(4.24)，10(5.44)，20(6.61)，30(6.70)，40(6.37)，55 mm(4.3)。 ρ_w 和 ρ_i 分别取1.00和0.92 g/cm³， $L = 3.34 \times 10^5$ J，通过有限元模拟软件COMSOL Multiphysics 联立求解冻胀速率方程式(7)和温度扩散方程式(14)，可以获得温度场和冻胀量的变化。

如前所述，当 $\Delta(T_f)$ 的分布宽度越窄则 $\Delta(T_f)$ 越接近于 $\delta(T_f)$ ，式(12)误差越小。但是在采用有限元法进行计算式，网格不可能无限小，必须保证若干单元格被包含在 $\Delta(T_f)$ 的宽度范围内，而且当 $\Delta(T_f)$

宽度过小时可能导致计算不收敛，因此 $\Delta(T_f)$ 只能尽量取一个较小的值。一维条件下，几何模型为一条长为55 mm的线段，共划分100个单元，在计算中的宽度取为0.4，约为顶底板温差的5%。共计算了82 h的温度和冻胀变化，时间步长取为0.1 h。采用COMSOL Multiphysics PDE 模块自定义方程的形式输入式(7)，(14)以及有关变量并进行计算，计算界面如图18所示。

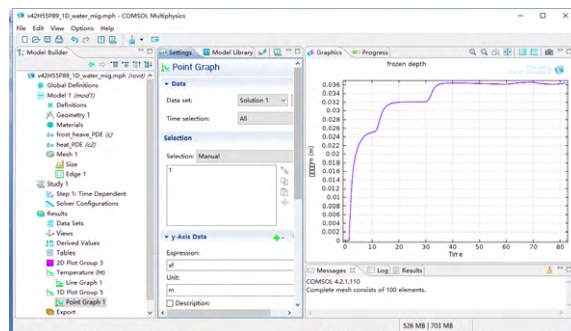


图 18 软件界面

Fig.18 The software interface

图19~21分别给出了温度分布曲线、冻结厚度

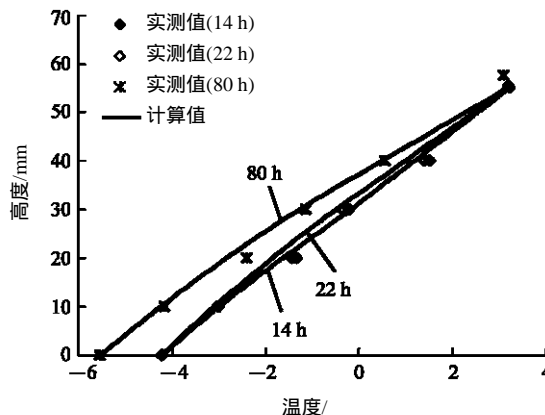


图 19 温度分布曲线计算值与实测值对比

Fig.19 The comparison between calculation curve and monitoring curve of temperature distribution

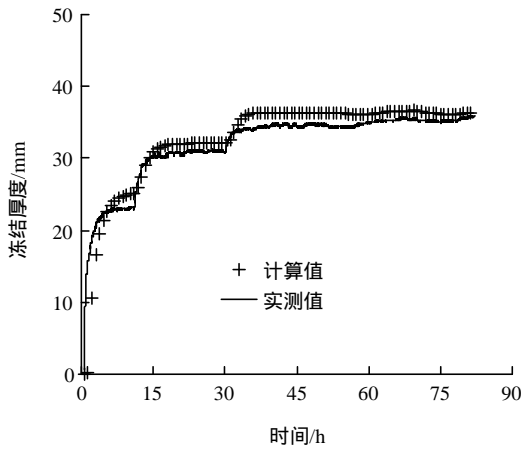


图 20 冻结厚度曲线计算值与实测值对比

Fig.20 The comparison between calculation curve and monitoring curve of frozen depth

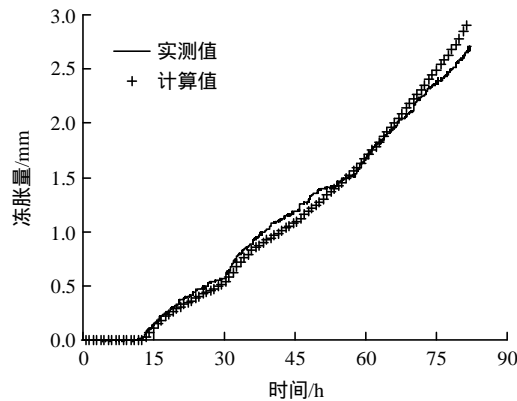


图 21 冻胀量曲线计算值与实测值对比

Fig.21 The comparison between curves of the amount of frost heaving

曲线和冻胀量曲线计算值与实测值的对比，图中可以看出计算结果与试验结果接近，说明了本节计算温度场和冻胀量方法是合理的。

5 结 论

本文通过对饱和粉土进行一系列一维土柱冻胀试验，综合分析了各因素对冻胀的影响规律，并对冻胀和温度变化进行数值模拟，得到如下结论：

(1) 冻结试验初期未冻土被压缩，土中水分被排出且整体冻胀并没发生。经过一段时间后，水分迁移至冻土内后冻胀开始产生，且冻胀量与补水量的变化规律有较好的一致性。

(2) 当土中温度变化很缓慢时温度场可视为准稳态，冻胀速率与温度梯度成正比例增长关系，其比例系数随着竖向压力增大而线性减小。

(3) 冻结速率与土样尺寸有关，将冻结速率与

土样高度的比值定义为比冻结速率。瞬态条件下冻胀速率随比冻结速率成幂函数增长关系，其增长率随着比冻结速率增大而减小。瞬态冻胀速率随着竖向压力增大而成反比例函数衰减。

(4) 冻土渗透系数很小因此迁移的水分聚集在冻结锋面附件的一个狭窄区间，通过引入 Dirac 函数和钟形脉冲函数可以较好地处理迁移的水分在冻结封面附近释放的潜热。

参考文献(References)：

[1] 徐学祖，王家澄，张立新. 冻土物理学[M]. 北京：科学出版社，2010：213-250.(XU Xiaozu, WANG Jiacheng, ZHANG Lixin. Frozen soil physics[M]. Beijing：Science Press，2010：213-250.(in Chinese))

[2] 安维东，沈 沐，马 巍，等. 冻土的温度水分应力及其相互作用[M]. 兰州：兰州大学出版社，1989：169-244.(AN Weidong, SHEN Mu, MA Wei, et al. Interaction among temperature moisture and stress fields in frozen soil[M]. Lanzhou：Lanzhou University, Press, 1989：169-244.(in Chinese))

[3] 戴惠民，乐鹏飞，王兴隆，等. 季冻区公路路基土冻胀性的研究[J]. 中国公路学报，1994，(2)：1-8.(DAI Huimin, LE Pengfei, WANG Xinglong, et al. Frost heave susceptibility of highway subgrade soils in seasonal frost regions[J]. China Journal of Highway and Transport, 1994, (2)：1-8.(in Chinese))

[4] 吉延峻，金会军，张建明，等. 中俄原油管道沿线典型土样冻胀性试验研究[J]. 冰川冻土，2008，30(2)：296-300.(JI Yanjun, JIN Huijun, ZHANG Jianming, et al. Experimental study of the frost-heaving ratio of the typical soil samples along the China-Russia crude oil pipeline[J]. Journal of Glaciology and Geocryology, 2008, 30(2)：296-300.(in Chinese))

[5] 张 婷. 盾构进出洞水平冻结温度场及地表冻胀变形研究[博士学位论文][D]. 南京：南京林业大学，2013.(ZHANG Ting. Study on horizontal freezing temperature and frost heaving deformation of ground surface of shield's starting and arriving[Ph. D. Thesis][D]. Nanjing：Nanjing Forestry University, 2013.(in Chinese))

[6] 吴清民，汪仁和，郑传义. 人工冻结法凿井冻土冻胀对井架基础影响的实测与分析[J]. 西部探矿工程，2006，(8)：205-207.(WU Qingming, WANG Renhe, ZHENG Chuanyi. Monitoring and analyzing the influence of frost heave of frozen soil to derrick footing in artificial freezing sinking shaft[J]. West-China Exploration Engineering, 2006, (8)：205-207.(in Chinese))

[7] TABER S. Frost heaving[J]. Journal Geology, 1929, 37(5)：428-461.

[8] GOLD L W. A possible force mechanism associated with the freezing of water in porous materials[J]. Highway Research Board Bulletin,

- 1957, (168) : 65 – 73.
- [9] EVERETT D H. The thermodynamics of frost damage to porous solid[J]. Transactions of the Faraday Society, 1961, 57(5) : 1 541 – 1 551.
- [10] MILLER R D. Freezing and heaving of saturated and unsaturated soils[J]. Highway Research Record, 1972, (393) : 1 – 11.
- [11] O'NEILL K, MILLER R D. Exploration of a rigid ice model of frost heave[J]. Water Resources Research, 1985, 21(3) : 281 – 296.
- [12] WETTLAUFER J S, WORSTER M G. Dynamics of premelted films : Frost heave in a capillary[J]. Physical Review E, 1995, 51(5) : 4 679 – 4 689.
- [13] REMPEL A W, WETTLAUFER J S, WORSTER M G. Premelting dynamics in a continuum model of frost heave[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2004, 498(2) : 227 – 244.
- [14] 陈肖柏, 刘建坤, 刘鸿绪, 等. 土的冻结作用与地基[M]. 北京 : 科学出版社, 2006 : 116 – 131.(CHEN Xiaobai, LIU Jiankun, LIU Xuhong, et al. Frost action of soil and foundation engineering[M]. Beijing : Science Press, 2006 : 116 – 131.(in Chinese))
- [15] TAYLOR G S, LUTHIN J N. A model for coupled heat and moisture transfer during soil freezing[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1978, 15(4) : 548 – 555.
- [16] KONRAD J M, MORGENSTERN N R. The segregation potential of a freezing soil[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1981, 18(5) : 482 – 491.
- [17] ZHOU J, WEI C, WEI H, et al. Experimental and theoretical characterization of frost heave and ice lenses[J]. Cold Regions Science and Technology, 2014, 104 – 105(3) : 76 – 87.
- [18] PENNER E. Influence of freezing rate on frost heaving[J]. Highway Research Record, 1972, (393) : 56 – 64.
- [19] KONRAD J M, MORGENSTERN N R. Prediction of frost heave in the laboratory during transient freezing[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1982, 19(3) : 250 – 259.
- [20] 徐学祖, 邓友生. 冻土中水分迁移的试验研究[M]. 北京 : 科学出版社, 1991 : 103 – 106.(XU Xuezu, DENG Yousheng. Experimental study on water migration in freezing and frozen soils[M]. Beijing : Science Press, 1991 : 103 – 106.(in Chinese))
- [21] 胡 坤, 周国庆, 李晓俊, 等. 不同约束条件下土体冻胀规律[J]. 煤炭学报, 2011, 36(10) : 1 653 – 1 658.(HU Kun, ZHOU Guoqing, LI Xiaojun, et al. Experiments on frost heave of artificial frozen soils with different constraints[J]. Journal of China Coal Society, 2011, 36(10) : 1 653 – 1 658.(in Chinese))
- [22] SHENG D, AXELSSON K, KNUTSSON S. Frost heave due to ice lens formation in freezing soils : 1. theory and verification[J]. Nordic Hydrology, 1995, 26(2) : 125 – 146.
- [23] 李洪升, 刘增利, 梁承姬. 冻土水热力耦合作用的数学模型及数值模拟[J]. 力学学报, 2001, 33(5) : 621 – 629.(LI Hongsheng, LIU Zengli, LIANG Chengji. Mathematical model for coupled moisture, heat and stress field and numerical simulation of frozen soil[J]. Acta Mechanica Sinica, 2001, 33(5) : 621 – 629.(in Chinese))
- [24] ZHOU J, WEI C, LI D, et al. A moving-pump model for water migration in unsaturated freezing soil[J]. Cold Regions Science and Technology, 2014, 104 – 105(3) : 14 – 22.

本刊 2016 年第 11, 12 期和增刊 2 被 EI COMPENDEX 分别收录 21, 22, 97 篇(100%收录)

据“EI 中国”公布的数据显示, 本刊 2016 年第 35 卷第 11, 12 期和增刊 2 分别发表论文 21, 22, 97 篇, 被 EI COMPENDEX 收录论文共 140 篇, 收录率为 100%。

摘自“EI 中国”
2017 年 1 月 10 日