

DOI : 10.16285/j.rsm.2016.08.010

一个描述软黏土时效特性的一维弹黏塑性模型

柯文汇^{1,2}, 陈 健¹, 盛 谦¹, 栗晓龙¹, 黄珏皓¹

(1.中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071;

2.武汉市市政建设集团有限公司, 湖北 武汉 430023)

摘 要: 为了描述软黏土一维应力-应变关系的时效特性, 基于 Bjerrum 的等时间线体系, 提出等黏塑性应变率线概念, 推导了黏塑性应变率与黏塑性应变增量的关系, 建立了软黏土的一维弹黏塑性模型; 从理论上分析了新建模型与 3 种典型的一维弹黏塑性时效本构模型的内在联系, 表明新建模型与其他 3 种模型在本质上是等效的, 且形式更简洁, 物理意义更明确; 利用新建模型对软黏土的固结-蠕变耦合效应、应变率效应、应力松弛效应等时效特性进行了理论分析, 并得到了相应的解析解; 结合宁波软黏土的一维固结试验, 阐述了模型参数的确定方法, 并用新建模型对宁波软黏土的固结-蠕变试验、温州软黏土的一维多级等应变率试验、香港海相软黏土的一维应力松弛试验进行模拟, 验证了新建模型的有效性。研究结果表明, 新建模型能很好地模拟软黏土的一维时效特性。

关键词: 软黏土; 弹黏塑性模型; 时效特性; 固结; 蠕变; 应变率效应; 应力松弛

中图分类号: TU 411

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 7598 (2016) 08 - 2198 - 09

A one-dimensional elasto-viscoplastic model for describing time-dependent behavior of soft clays

KE Wen-hui^{1,2}, CHEN Jian¹, SHENG Qian¹, LI Xiao-long¹, HUANG Jue-hao¹

(1. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics,

Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China; 2. Wuhan Municipal Construction Group Co., Ltd., Wuhan, Hubei 430023, China)

Abstract: The purpose of this study is to present the development of a 1D elasto-viscoplastic (1DEVVP) constitutive model to describe the time-dependent behavior of soft clays. Firstly, based on Bjerrum's concept of time lines, a new concept of viscoplastic strain rate lines is proposed, and after the relationship between viscoplastic strain rate and viscoplastic strain increment is deduced, the 1DEVVP model for soft clays is established. Secondly, the relationship between the newly developed model and other three well-known elasto-viscoplastic(EVP) constitutive models are theoretically discussed. It demonstrated that the new model with no essential difference from the other three EVP models is simpler in form and clearer in physical meaning than others. Thirdly, the established 1DEVVP is used to develop analytical solutions for consolidation-creep coupling effect, strain rate effect, stress relaxation effect. Lastly, based the one-dimensional consolidation tests on Ningbo soft clays, the model parameters is calibrated. Furthermore, the model is used to simulate 1D consolidation-creep tests on Ningbo soft clays, 1D staged constant rates of strain tests on Wenzhou soft clays and 1D relaxation tests on Hongkong marine clays. The comparisons between experimental results and simulations show that the newly proposed 1DEVVP model has a good predictive ability for the one-dimensional time-dependent behavior of soft clays.

Keywords: soft clays; elasto-viscoplastic model; time-dependent behavior; consolidation; creep; strain rate effects; stress relaxation

1 引 言

软黏土应力-应变关系具有很强的时效特征^[1-6],

包括蠕变、应变率效应、应力松弛等, 即具有显著的流变特性。建立合适的软黏土时效本构模型, 定量描述流变对软黏土变形和强度性状的影响已经成

收稿日期: 2015-01-08

基金项目: 中国科学院重点部署项目、百人计划项目 (No. KZZD-EW-TZ-12); 国家重点基础研究发展计划(973)项目 (No. 2015CB057905); 国家自然科学基金重大研究计划集成项目 (No. 91215301)

This work was supported by the Key Deployment Project of Chinese Academy of Sciences, the Hundred Talents Program of the Chinese Academy of Sciences(KZZD-EW-TZ-12), the National Program on Key Basic Research Project of China (973 Program) (2015CB057905) and the Integration Program on Key Research Project of the National Natural Foundation of China(91215301).

第一作者简介: 柯文汇, 男, 1987 年生, 博士研究生, 主要从事软土工程特性及软土地下工程变形机理方面的研究工作。E-mail: kewenhui1989@126.com
通讯作者: 陈健, 男, 1972 年生, 博士, 研究员, 主要从事城市地下工程与地下空间安全评价和风险分析方面的研究工作。E-mail: jchen@whrsm.ac.cn

为土力学研究的热点问题。根据 Karim 等^[7]的研究，考虑时效特性的软黏土本构模型主要包括：经验模型、元件模型、黏弹塑性模型、弹黏塑模型（EVP 模型）4 类。经验模型主要是通过拟合蠕变试验、等应变率试验、应力松弛试验等结果得到^[1, 3, 8-11]，所以只适用于特定类型的土体、边界条件、加载条件。元件模型是由弹簧、滑块、黏壶串联或者并联而组成的模型^[12]，如 Maxwell 模型、Kelvin-Voigt 模型、Bingham 模型。黏弹塑性、弹黏塑性模型是基于先进弹塑性理论建立起来的能描述 σ - ε - $\dot{\sigma}$ - $\dot{\varepsilon}$ 一般关系的本构模型^[7]，其中黏弹塑性模型将软土变形分为可恢复的黏弹性变形和不可恢复的黏塑性变形两部分，具代表性的有詹美礼等^[13]的软土流变模型。但目前应用最广泛的软黏土时效模型是弹黏塑性模型，这类模型认为，土体的弹性变形与时间无关，只有黏塑性变形与时间相关。作为构建三维弹黏塑性模型的基础，本文将着重研究软黏土的一维弹黏塑性模型。按照建立模型的依据不同，软黏土的一维弹黏塑性模型又可分为以下两类：①基于蠕变效应的 EVP 模型，具代表性的有 Yin 等^[5-6]的等效时间模型、Vermeer 等^[14]的蠕变模型；②基于应变率效应的 EVP 模型，如 Leroueil^[1]、Yin^[15]等的应变率模型。

本文针对 Bjerrum^[3]的等时间线体系的不足，提出了等黏塑性应变率线的概念，并建立了软黏土一维弹黏塑性模型（1DEVp），与其他模型进行了比较，运用新建模型对软黏土的固结-蠕变耦合效应、应变率效应、应力松弛效应等时效特性进行了理论分析。最后，通过固结-蠕变试验、等应变率试验、应力松弛试验验证了新建模型的有效性。

2 模型提出

Bjerrum^[3]于 1967 年提出了一维条件下等时间线体系，将土体的变形分为可恢复的弹性变形和不可恢复的延时变形，后者包括塑性变形和黏性变形，统称为黏塑性变形。本文采用这一假定，将变形体的总应变率 $\dot{\varepsilon}$ 分为弹性应变率 $\dot{\varepsilon}_e$ 和黏塑性应变率 $\dot{\varepsilon}_{vp}$ 两部分，即：

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_e + \dot{\varepsilon}_{vp} \quad (1)$$

式中： ε 表示一维条件下的应变，“ \cdot ”均表示变量随时间的变化率，应力和应变均以压缩为正。

根据临界状态土力学，弹性应变率可以表示为

$$\dot{\varepsilon}_e = \kappa \dot{p}' / (V_0 p') \quad (2)$$

式中： κ 为 e - $\ln p'$ 坐标下的回弹指数； p' 为一维有

效应力； V_0 为特征体积， $V_0 = 1 + e_0$ 。

一维应变条件下，软黏土在恒定有效应力下的蠕变变形（次压缩变形）可以用 Garlanger^[16]提出的对数函数来预测：

$$\varepsilon_T = \varepsilon_{T_0} + (\psi / V_0) \ln(T / T_0) \quad (3)$$

式中： T 、 T_0 分别为当前时间和参考时间； ε_T 、 ε_{T_0} 分别为 T 、 T_0 对应的蠕变应变，模型采用“B”假设^[5-6]，即蠕变发生在整个固结过程中，而不是仅仅发生在主固结结束后， ψ 为蠕变参数，可由传统土力学软黏土次压缩系数 C_α 确定， $\psi = C_\alpha / \ln 10$ 。

当有效应力不变时（ $\dot{p}' = 0$ ），由式（2）可知，弹性应变率 $\dot{\varepsilon}_e = 0$ ；由式（1）可知，此时的应变率只包含黏塑性应变率 $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_{vp}$ 。所以，恒定有效应力下的蠕变率（即此时应变率）就等同于黏塑性应变率，式（3）对时间求导得到黏塑性应变率：

$$\dot{\varepsilon}_{vp} = \psi / (V_0 T) \quad (4)$$

由上式可知，黏塑性应变率和时间 T 是一一对应的，则参考时间 T_0 对应参考黏塑性应变率为

$$\dot{\varepsilon}_{vpr} = \psi / (V_0 T_0) \quad (5)$$

现将式（4）写成微分形式：

$$d\varepsilon_{vp} = \psi / (V_0 T) dT \quad (6)$$

在 T_0 到 T 时间内积分可得

$$\Delta\varepsilon_{vp} = \varepsilon_{vp} - \varepsilon_{vpr} = (\psi / V_0) \ln(T / T_0) \quad (7)$$

式中： ε_{vp} 和 ε_{vpr} 分别为时间 T 和 T_0 对应的黏塑性应变； $\Delta\varepsilon_{vp}$ 为黏塑性应变增量。将式（4）（5）代入式（7）可得

$$\Delta\varepsilon_{vp} = (\psi / V_0) \ln(\dot{\varepsilon}_{vp} / \dot{\varepsilon}_{vpr}) \quad (8)$$

整理式（8）得到黏塑性应变率为

$$\dot{\varepsilon}_{vp} = \dot{\varepsilon}_{vpr} \exp\left(-\frac{V_0}{\psi} \cdot \Delta\varepsilon_{vp}\right) \quad (9)$$

对于 Bjerrum^[3]、Yin 等^[5-6]提出或采用的等时间线（见图 1），笔者认为，主要有两个不足之处：①由于蠕变和固结的耦合效应，很难由试验确定蠕变开始的准确时间；②对现场问题进行分析时，由于沉积时间和地质历史难以把握，很难确定具体的参考时间。根据式（4）中黏塑性应变率与时间的关系，用等黏塑性应变率线代替等时间线可以克服等时间线体系的蠕变起始时间（或者参考时间 T_0 ）难以确定的问题。

式(9)中的黏塑性应变增量 $\Delta\varepsilon_{vp}$ 在图 1 中的几何意义就是任意等黏塑性应变率线(对应时间 T) 相对于参考等黏塑性应变率线(对应的参考时间 T_0) 的垂直距离,用矢量表示,如 $\overline{CD} = \Delta\varepsilon_{vp} = \varepsilon_{vp} - \varepsilon_{vpr}$ 。式(9)揭示了任意黏塑性应变率线与参考黏塑性应变率线之间的数学关系,即任意时刻的黏塑性应变率可以由黏塑性应变增量 $\Delta\varepsilon_{vp}$ 来描述,黏塑性应变率随着 $\Delta\varepsilon_{vp}$ 的不断增大而逐渐减小。

将式(2)、(9)代入到式(1),可得到软黏土的一维弹黏塑性模型:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\kappa}{V_0} \frac{\dot{p}'}{p'} + \dot{\varepsilon}_{vpr} \exp\left(-\frac{V_0}{\psi} \cdot \Delta\varepsilon_{vp}\right) \quad (10)$$

式中:采用不同的 $\Delta\varepsilon_{vp}$ 数学表述方法,就可以得到不同的本构关系表达式,见下文讨论。

本文模型是基于等时间线体系而引入等黏塑性应变率线概念提出的,这与 Yin 等^[5-6]等基于等效时间概念、Vermeer 等^[14]基于蠕变效应、Leroueil 等^[11]基于应变率效应提出的一维弹黏塑模型在形式上是有区别的。

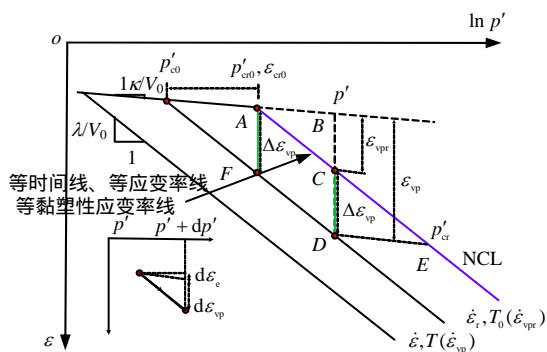


图 1 一维弹黏塑性模型的示意图
Fig.1 Schematic for 1D elasto-viscoplastic mode

3 与其他模型的关系

3.1 与等效时间模型的关系

如图 1 所示,回弹再压缩线的斜率为 κ/V_0 ,等黏塑性应变率线是一组斜率为 λ/V_0 的平行直线,根据临界状态土力学,将式(9)中的 $\Delta\varepsilon_{vp}$ 表示为

$$\Delta\varepsilon_{vp} = \overline{CD} = \varepsilon - \varepsilon_{cr0} - \frac{\lambda}{V_0} \ln\left(\frac{p'}{p'_{cr0}}\right) \quad (11)$$

式中: λ 为 $e - \ln p'$ 坐标下的压缩指数; $\kappa = C_c / \ln 10$; p'_{cr0} 为参考黏塑性应变率对应的参考先期固结压力; ε_{cr0} 为 p'_{cr0} 对应的应变。将式(11)代入到式(9)中可以得到

$$\dot{\varepsilon}_{vp} = \dot{\varepsilon}_{vpr} \exp\left[-\frac{V_0}{\psi} \left(\varepsilon - \varepsilon_{cr0} - \frac{\lambda}{V_0} \ln\left(\frac{p'}{p'_{cr0}}\right)\right)\right] \quad (12)$$

将式(5)代入到式(12),经过整理得

$$\dot{\varepsilon}_{vp} = \frac{\psi}{V_0 T_0} \exp\left[-\frac{V_0}{\psi} (\varepsilon - \varepsilon_{cr0})\right] \left(\frac{p'}{p'_{cr0}}\right)^{\frac{\lambda}{\psi}} \quad (13)$$

式(13)与 Yin 等^[5-6]模型的 $\dot{\varepsilon}_{vp}$ 表达式形式上相似,各参量和变量的物理意义也基本相同。说明本文模型和 Yin 等^[5-6]的等效时间模型在结果上等价的,但本文模型省去了等效时间复杂的推导过程,形式更简单,应用更方便,是一种简化模型。这里需要指出的是:本文模型以参考黏塑性应变率为基本参数,能克服 Yin 模型^[5-6]在分析现场实际问题时 T_0 难以确定的问题。

3.2 与蠕变模型的关系

大量的研究^[1-6]表明:土体的蠕变会产生拟超固结现象。如图 1 所示,处于正常固结线(NCL)上的 C 点,在恒定的有效固结压力下,经历时间 $T - T_0$,蠕变到 D 点,过 D 点作 AB 的平行线交 AC (NCL 线)于 E 点,可得到 D 点的“拟前期固结应力”为 p'_{cr} 。

由图 1 中的几何关系,可以得到如下关系式:

$$\overline{CD} = \Delta\varepsilon_{vp} = \frac{\lambda - \kappa}{V_0} \ln\left(\frac{p'_{cr}}{p'}\right) \quad (14)$$

将式(14)代入到式(9)中,整理得

$$\dot{\varepsilon}_{vp} = \dot{\varepsilon}_{vpr} \left(\frac{p'}{p'_{cr}}\right)^{\frac{\lambda - \kappa}{\psi}} \quad (15)$$

将式(5)代入到式(15),可得

$$\dot{\varepsilon}_{vp} = \frac{\psi}{V_0 T_0} \left(\frac{p'}{p'_{cr}}\right)^{\frac{\lambda - \kappa}{\psi}} \quad (16)$$

式(16)与 Vermeer 等^[14]基于蠕变效应的一维 EVP 模型中的黏塑性应变率的表达式相同,且式中参数物理意义也一致。

3.3 与应变率模型的关系

根据 Yin 等^[15]的应变率模型,由图 1 中的等时间线变为等应变率线,在等应变率加载线上, dT 时间内有效固结压力由 p' 增大到 $p' + dp'$,如图 1 左下角所示,可得

$$\dot{\varepsilon}_e = \frac{\kappa}{V_0} \frac{\dot{p}'}{p'}, \quad \dot{\varepsilon}_{vp} = \frac{\lambda - \kappa}{V_0} \frac{\dot{p}'}{p'} \quad (17)$$

因此,总应变率与黏塑性应变率之间的关系为

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\lambda}{\lambda - \kappa} \dot{\varepsilon}_{vp} \quad (18)$$

由上式可知，等应变率线也与黏塑性应变率线一一对应。黏塑性应变增量 $\Delta\varepsilon_{vp}$ 可以由 \overline{AF} 表示，则根据几何关系可得

$$\Delta\varepsilon_{vp} = \overline{AF} = \frac{\lambda - \kappa}{V_0} \ln \left(\frac{p'_{cr0}}{p'_{c0}} \right) \quad (19)$$

式中： p'_{c0} 为 $\dot{\varepsilon}_{vp}$ 线对应的先期固结应力。

将式 (19) 代入式 (9) 中可得

$$\dot{\varepsilon}_{vp} = \dot{\varepsilon}_{vpr} \left(\frac{p'_{c0}}{p'_{cr0}} \right)^{\frac{\lambda - \kappa}{\psi}} \quad (20)$$

结合式 (18)，可得

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_r \left(\frac{p'_{c0}}{p'_{cr0}} \right)^{\frac{\lambda - \kappa}{\psi}} \quad (21)$$

式中： $\dot{\varepsilon}_r$ 为参考应变率。

式 (21) 表明，先期固结压力与应变速率成双对数线性关系，这正是 Leroueil^[11]、Yin^[15] 等的应变率模型的理论基础。为了描述前期固结应力的应变率效应的强弱，现将上述双对数直线的斜率定义为应变率效应参数 β ，则由式 (21) 可知：

$$\beta = (\lambda - \kappa) / \psi \quad (22)$$

这与 Leoni^[17]、Wang^[18] 等提出应变率参数的表达式是相同的。但 Mesri^[19]、Leroueil^[11] 等提出应变率效应参数 $\beta = \lambda / \psi$ ，由于 κ 一般只有 λ 的 0.1 ~ 0.2 倍，本文 β 值与 Mesri 等^[19] 的 β 值很接近。

考虑到黏塑性应变随当前应力的累积规律：

$$\varepsilon_{vp} = \frac{\lambda - \kappa}{V_0} \ln \left(\frac{p'_{cr}}{p'_{cr0}} \right), \quad \varepsilon_{vp} = \frac{\lambda - \kappa}{V_0} \ln \left(\frac{p'}{p'_{c0}} \right) \quad (23)$$

联立式 (18)、(20)、(22)、(23) 可得

$$\dot{\varepsilon}_{vp} = \dot{\varepsilon}_r \frac{\lambda - \kappa}{\lambda} \left(\frac{p'}{p'_{cr}} \right)^{\beta} \quad (24)$$

式 (24) 与 Yin 等^[15] 模型中的黏塑性应变率表达式完全相同。

以上论证表明，本文提出的模型和等应变率模型是等效的，这将为本文模型参数的确定提供更多的渠道。

3.4 本文模型评价

本文借助黏塑性应变率线概念建立软黏土一维弹黏塑性模型，在本构方程的形式上与 Yin 等^[5-6] 等效时间模型、Vermeer 等^[14] 蠕变模型、Leroueil

等^[11]、Yin^[15] 等应变率模型不同，具有一定的创新性。在特定条件下，通过与上述 3 种模型比较，并经过一定的数学形式的变换和一定的物理意义的阐述，本文模型与上述 3 种模型在本质上等效。但本文模型形式简单，物理意义明确，便于应用，而且能将软黏土的蠕变特性、应变率效应有机地统一起来。从另一方面说，本文的模型可以作为研究 Yin 等^[5-6] 的等效时间模型、Vermeer 等^[14] 的蠕变模型、Leroueil 等^[11] 及 Yin^[15] 等的应变率模型的内在联系的一个纽带。

4 软黏土时效特性的理论分析

本节将运用本文弹黏塑性模型 (式 (10)) 对饱和软黏土的固结-蠕变耦合效应、应变率效应、应力松弛效应等时效特性进行理论分析。

4.1 蠕变-固结耦合效应分析

饱和软黏土变形显著的时间效应是由固结和蠕变特性共同决定的，是固结和蠕变的相互作用、相互耦合的过程。

为了分析饱和软土一维压缩过程中的孔隙水压、有效应力、变形随时间的变化规律，将本文模型和一维固结理论进行耦合。由达西定律得到质量连续方程：

$$\frac{1 + e_0}{\gamma_w} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k}{1 + e} \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \quad (25)$$

式中： z 为水位深度； u 为超孔隙水压； k 为渗透系数； γ_w 为水的重度； e_0 为初始孔隙比； e 为孔隙比。试验研究表明， k 可以随孔隙比的变化而变化，如 Berry 等^[20] 所提出的关系式：

$$k = k_0 10^{(e - e_0)/c_k} \quad (26)$$

式中： k_0 为初始孔隙比 e_0 对应的渗透系数； c_k 为渗透指数。

根据效应力原理，则有

$$u = p - p' \quad (27)$$

不失一般性，用式 (11) 表述 $\Delta\varepsilon_{vp}$ ，将式 (11) 代入到式 (10)，可得到总应变率的表达式为

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\kappa}{V_0} \frac{\dot{p}'}{p'} + \dot{\varepsilon}_{vpr} \exp \left[- \frac{V_0}{\psi} (\varepsilon - \varepsilon_{cr0}) \right] \left[\left(\frac{p'}{p'_{cr0}} \right)^{\frac{\lambda}{\psi}} \right] \quad (28)$$

将式 (28) 代入到式 (25) 中，结合式 (26)、(27) 并考虑式 (5)，得到饱和软黏土一维小变形条件下的固结-蠕变耦合的控制方程为

$$\frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial p'}{\partial z} \right) = \frac{\kappa}{V_0} \frac{\dot{p}'}{p'} + \frac{\psi}{V_0 T_0} \exp \left[-\frac{V_0}{\psi} (\varepsilon - \varepsilon_{cr0}) \right] \left(\frac{p'}{p'_{cr0}} \right)^{\frac{\lambda}{\psi}} \quad (29)$$

由于控制方程的高度非线性，可运用有限元、有限差分等方法对其求解，由于篇幅有限，其详细数值解法将另文发表。

4.2 应变率效应分析

大量的室内和现场试验都表明，土体的应力及强度随着加载速率的增大而增大，下面将运用本文模型对软黏土应力-应变-强度关系的这种应变率效应进行理论分析。一维等应变率加载 (constant rate of strain, 简称 CRS) 满足 $\dot{\varepsilon}$ 为常数，联立式 (8) 和式 (18)，可得

$$\Delta \varepsilon_{vp} = \frac{\psi}{V_0} \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}_i}{\dot{\varepsilon}_r} \right) \quad (30)$$

式中： $\dot{\varepsilon}$ 、 $\dot{\varepsilon}_r$ 分别为加载速率和参考加载速率。

由图 1 可知，黏塑性应变增量 $\Delta \varepsilon_{vp}$ 可表示为

$$\Delta \varepsilon_{vp} = \varepsilon_{vp} - \varepsilon_{vpr} = \varepsilon_{vp} - \frac{\lambda - \kappa}{V_0} \ln \left(\frac{p'}{p'_{cr0}} \right) \quad (31)$$

黏塑性应变 ε_{vp} 可表示为

$$\varepsilon_{vp} = \varepsilon - \varepsilon_{cr0} - \frac{\kappa}{V_0} \ln \left(\frac{p'}{p'_{cr0}} \right) \quad (32)$$

联立式 (30) ~ (32) 可得到等应变率加载条件下的应力-应变关系的解析表达式为

$$p' = p'_{cr0} \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_r} \right)^{\frac{\psi}{\lambda}} \exp \left[\frac{V_0}{\lambda} (\varepsilon - \varepsilon_{cr0}) \right] \quad (33)$$

4.3 应力松弛效应分析

应力松弛可以看作等应变率加载中 $\dot{\varepsilon} = 0$ 的一种特殊情况，即应变保持不变 ($\varepsilon = \varepsilon_i$)，应力随时间逐渐衰减的过程。令式 (28) 中 $\dot{\varepsilon} = 0$ ，得

$$\frac{\kappa}{V_0} \frac{\dot{p}'}{p'} = -\frac{\psi}{V_0 T_0} \exp \left[-\frac{V_0}{\psi} (\varepsilon_i - \varepsilon_{cr0}) \right] \left(\frac{p'}{p'_{cr0}} \right)^{\frac{\lambda}{\psi}} \quad (34)$$

对上式进行积分，并注意到当 $T = T_i$ 时， $p' = p'_i$ ，则可以得到应力松弛过程中，应力与时间关系的显示表达式为

$$p' = \left\{ \frac{\lambda}{\kappa} \exp \left[-\frac{V_0}{\psi} (\varepsilon_i - \varepsilon_{cr0}) \right] \left(p'_{cr0} \right)^{\frac{\lambda}{\psi}} \frac{T - T_i}{T_0} + \left(p'_i \right)^{\frac{\lambda}{\psi}} \right\}^{-\psi/\lambda} \quad (35)$$

5 模型参数确定及验证

为了验证本文模型描述软黏土时效特性的有效

性，首先以宁波 33 m 深重塑软黏土为试验对象，介绍了模型参数的确定方法，然后运用本文模型对宁波重塑软黏土的固结-蠕变试验、温州软黏土的一维等应变率压缩试验、香港海相黏土 (HKMD) 的一维应力松弛试验进行模拟。

5.1 参数的确定方法

如上所述，黏塑性应变增量 $\Delta \varepsilon_{vp}$ 有很多种表述方法。为简单起见，用式 (11) 表述 $\Delta \varepsilon_{vp}$ ，则可以得到本文模型的一种表达式，如式 (31) 所示。其中，模型参数有 κ 、 λ 、 p'_{cr0} 、 ε_{cr0} 、 ψ 、 $\dot{\varepsilon}_{vpr}$ ，均可以通过一维固结试验或者一维 CRS 试验直接获得。受篇幅所限，本文仅以笔者对宁波软黏土的一维固结试验为例阐述模型参数确定方法。宁波 33 m 深软黏土的基本物理力学性质如表 1 所示。图 2(a)、2(b) 分别为一维标准固结试验 (24 h) 的压缩曲线和 400 kPa 下的固结曲线。

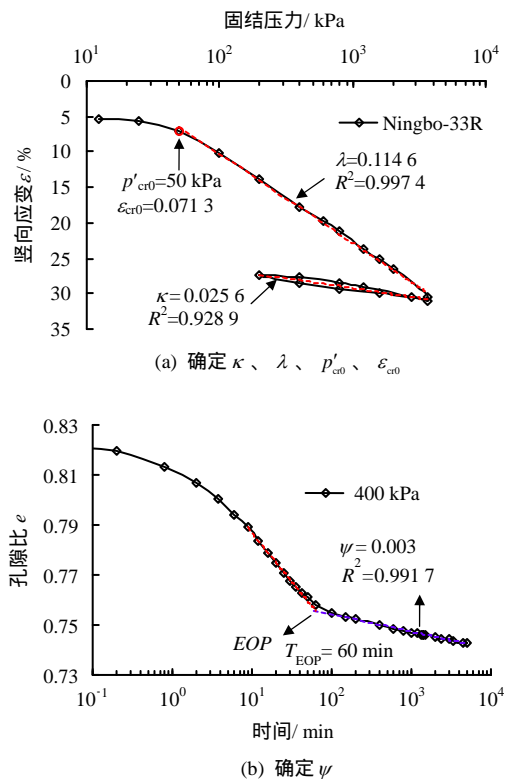


图 2 宁波软土-33R 模型参数确定方法
Fig.2 Determinations of model parameters for Ningbo clay-33R

对于重塑样的 24 h 压缩曲线，可根据传统的 Casagrande 方法确定参考先期固结压力 p'_{cr0} 及其对应的 ε_{cr0} ，如图 2(a) 中的圆点所示， $p'_{cr0} = 50$ kPa， $\varepsilon_{cr0} = 7.13\%$ ； κ 、 λ 可分别由正常压缩线和回弹-再加载线的斜率求得，如图 2(a) 所示， $\kappa = 0.0256$ 、 $\lambda = 0.1146$ ； ψ 可通过固结应力为 400 kPa 下的

$e - \ln t$ 曲线运用 Casagrande 方法确定, 如图 2(b)所示, 主次固结的分界点为 EOP , 其中 $T_{EOP} = 60 \text{ min}$, 次固结阶段的 $e - \ln t$ 曲线的斜率为 $\psi = \Delta e / \Delta \ln t = 0.003$; 相应于参考先期固结压力 p'_{cr0} , 本文取参考时间 $T_0 = 1\ 440 \text{ min}$, 由式 (5) 得出参考黏塑性应变率 $\dot{\epsilon}_{vpr} = \psi / (V_0 T_0) = 9.87 \times 10^{-7} \text{ min}^{-1}$; 当运用本文模型进行蠕变-固结耦合分析时, 还需要用到渗透参数, 包括初始孔隙比 e_0 对应的渗透系数 k_0 和渗透指数 c_k 。对于 c_k , 可以参考 Tavenas 等^[21] 从试验得到的结论, 取 $c_k = e_0 / 2 = 0.555$ 。对于初始渗透系数 k_0 , 可以通过渗透试验直接确定, 对于宁波 33 m 深重塑软黏土 $k_0 = 7.0 \times 10^{-8} \text{ m/min}$; 利用类似的方法确定本文模拟的其他软黏土的模型参数, 并汇总于表 2 中。

5.2 模型验证

5.2.1 一维固结-蠕变试验模拟

笔者利用 YS-1 型高压压缩仪对宁波深厚软土的压缩特性进行了大量的试验研究, 现以深度为 33 m 的重塑样 33R 的标准固结试验和固结-蠕变试验为例来验证本文模型, 试验方案如表 3 所示, 其中试样均先经过 50 kPa 的预压处理。用本文模型对一维固结-蠕变试验进行模拟, 模型参数见表 2。

图 3 为计算得到的各级荷载的固结曲线和试验曲线的对比, 其中竖向应变利用各级荷载的初始应变进行归一化处理。由图可知, 计算与试验曲线的性状吻合程度很高, 说明本文模型不仅能模拟主固结阶段由孔隙水压消散和土体骨架的黏性共同作用

而引起的压缩变形随时间的变化规律, 还可以准确地描述孔隙水压消散后由土体蠕变产生的变形时效效应。另外, 本文模型不仅能准确模拟正常固结状态 ($p' = 50 \text{ kPa}$) 下的软黏土的一维固结性状, 而且还能较准确地刻画超固结状态 ($p' = 25 \text{ kPa}$) 固结性状, 但模型略微高估了超固结土的变形。

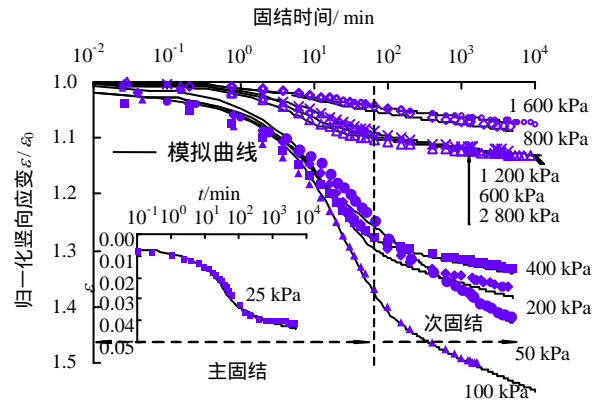


图 3 宁波重塑软黏土的一维固结-蠕变试验结果与模拟结果

Fig.3 Comparisons between simulated and experiment results of 1D consolidation-creep tests on Ningbo clay

5.2.2 一维等应变率压缩试验模拟

为了研究温州软黏土一维压缩性状的率相关性, 尹振宇等^[22] 利用英国 GDS 公司研制的先进固结试验系统 (GDSCRS) 进行了一维等应变率压缩试验 (CRS), 软黏土的基本物理力学性质见表 1, CRS 试验的具体方案见表 4。

表 1 本文模拟的软黏土的基本物理力学指标

Table 1 Basic physico-mechanical parameters of selected soft clays

软黏土	取样深度 / m	含水率 / %	重度 / (kN/m ³)	天然孔隙比	土粒相对密度	液限 / %	塑限 / %	塑性指数	液性指数
宁波软黏土-33R	33 ~ 34	40.4	18.2	1.11	2.74	48.4	25.4	23.0	0.88
温州软黏土 ^[22]	10.5 ~ 11.5	67.5	15.8	1.89	2.75	63.4	27.6	35.8	1.11
香港海相软黏土 MD 3a ^[23]		177.0	17.1		2.56	64.2	30.2	34.0	4.32
香港海相软黏土 MD 19 ^[23]		71.0	17.5		2.52	59.3	30.5	28.8	1.41

表 2 模型参数取值汇总表

Table 2 Values of model parameters for selected soft clays

土样	κ	λ	p'_{cr0} / kPa	ϵ_{cr0} / %	ψ	$\dot{\epsilon}_{vpr}$ / min ⁻¹	k_0 / (m/min)	c_k
宁波软黏土-33R	0.025 6	0.114 6	50	7.13	0.003 00	9.87×10^{-7}	7×10^{-8}	0.555
温州软黏土 ^[22]	0.042 0	0.384 0	91	5.88	0.012 00	2.88×10^{-6}		
香港海相软黏土 MD 3a ^[23]	0.010 9 [*]	0.115 1 [*]	24	3.00 ^Δ	0.003 68 [*]	2.56×10^{-6}		
香港海相软黏土 MD 19 ^[23]	0.009 6 [*]	0.088 2 [*]	24	3.25 ^Δ	0.003 06 [*]	2.125×10^{-6}		

注: 上标“*”数值分别表示 κ/V_0 、 λ/V_0 、 ψ/V_0 的值; 带上标“Δ”的数值是从 24 h 压缩曲线估算而得。

表3 宁波软黏土一维固结试验方案

Table 3 Conditions of one-dimensional consolidation tests on Ningbo soft clays

试验类型	试样	加、卸载等级/ kPa
标准固结试验	33R-1	50 (1 d) → 0 (1 d) → 12.5 (1 d) → 25 (1 d) → 50 (1 d) → 100 (1 d) → 200 (1 d) → 400 (1 d) → 600 (1 d) → 800 (1 d) → 1 200 (1 d) → 1 600 (1 d) → 2 000 (1 d) → 3 600 (1 d) → 1 600 (1 d) → 800 (1 d) → 400 (1 d) → 200 (1 d) → 400 (1 d) → 800 (1 d) → 1 200 (1 d) → 2 800 (1 d) → 3 600 (1 d)
固结-蠕变试验	33R-2	50 (1 d) → 0 (1 d) → 25 (3 d) → 50 (3 d) → 100 (6 d) → 200 (3 d) → 400 (4 d) → 600 (3 d) → 800 (3 d) → 1 200 (3 d) → 1 600 (7 d) → 2 800 (6 d)

注:()中指加载时间。

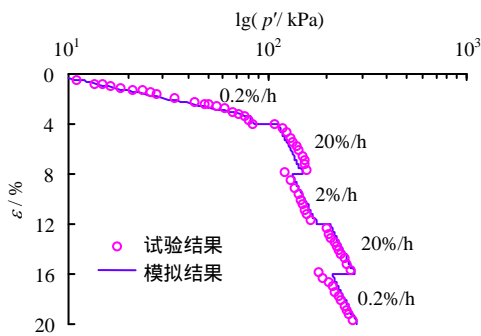
表4 温州软黏土一维等应变率压缩试验方案^[24]

Table 4 Conditions of one-dimensional CRS tests on Wenzhou soft clays

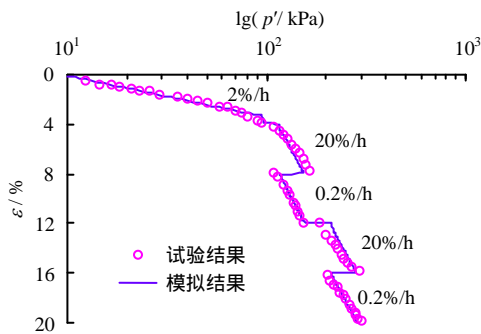
试验编号	试验类别	竖向应变率/(%/h)
CRS-1	多级加载	0.2(4%)→20(8%)→2(12%)→20(16%)→0.2(20%)
CRS-2	多级加载	2(4%)→20(8%)→0.2(12%)→20(16%)→0.2(20%)

注:()中指下一级加载前的应变。

运用本文模型对试验过程进行模拟，模型参数见表2，图4为计算得到的应力-应变和试验曲线的对比，由图可以看出，模拟与试验结果吻合得相当好，当应变率越高，前期固结应力越大，相同应变对应的应力越大，说明本文模型能很好地刻画软黏土应力-应变关系的应变率效应。



(a) CRS-1 试验



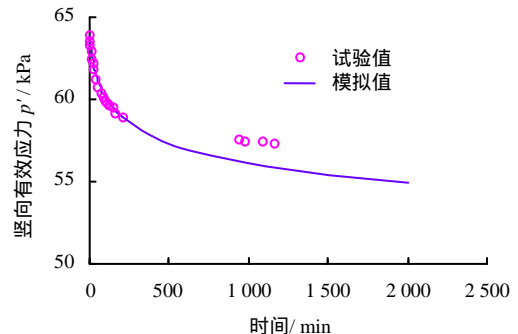
(b) CRS-2 试验

图4 温州软黏土的一维多级 CRS 试验结果与模拟结果
Fig.4 Comparisons between simulated and experiment results of CRS oedometer tests on Wenzhou clay

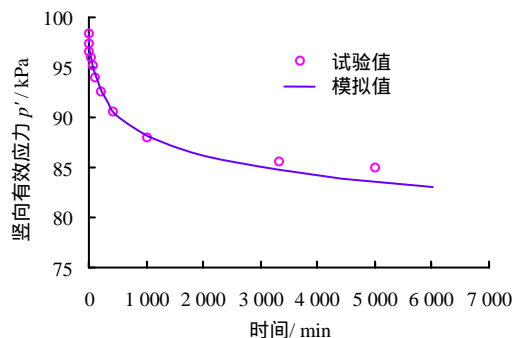
5.2.3 一维应力松弛试验模拟

Tong 等^[23]利用一维 CRS 测试系统，以 $\dot{\epsilon} = 10^{-5} s^{-1}$ 的速度将香港海相软黏土加载至一定的应力水平（试样 MD 3a 加载至 63.92 kPa；试样 MD 19 加载至 98.39 kPa），然后关掉测试系统的马达，保持试样的应变为常数 ($\dot{\epsilon} = 0 s^{-1}$)，记录竖向应力随时间的衰减规律，从而研究了香港海相软黏土一维应力松弛效应，试样的基本物理力学指标见表1。

利用式(35)计算应力松弛过程中竖向有效应力随时间的衰减规律，用到的模型参数见表2。图5是两种香港海相软黏土一维应力松弛的 $p'-t$ 试验曲线与计算曲线的对比，由图可以看出，在应力松弛的初期（对于试样 MD 3a， $T < 500 min$ ；对于试样 MD 19， $T < 1000 min$ ）



(a) 试样 MD 3a



(b) 试样 MD 19

图5 香港海相软黏土的一维应力松弛试验结果与模拟结果

Fig.5 Comparisons between simulated and experiment results of 1D stress relaxation tests on Hongkong marine clays

样 MD 19, $T < 1\ 000$ min), 应力随时间急剧减小, 计算结果与模拟结果吻合得相当好。随着松弛的进一步发展, 有效应力的衰减速率将不断减小, 但计算得到的有效应力衰减速率要比试验衰减速率稍大。

6 结 论

(1) 揭示了本文模型与 4 种典型的一维弹黏塑性模型的内在联系, 表明新建模型形式更简洁, 物理意义更明确, 在一定条件下与其他 4 种模型本质上是等效的, 且能将软黏土的蠕变效应、应变率效应等变形时效特征有机地统一起来。本文模型亦能为研究蠕变模型和应变率模型的相互关系提供一个新的思路。

(2) 运用本文模型给出了软黏土的固结-蠕变耦合效应、应变率效应、应力松弛效应等时效特性的解析解, 为固结-蠕变试验、等应变率试验、应力松弛试验的研究提供了理论基础。

(3) 本文模型所有参数都可以通过一维固结试验直接获得, 方便快捷, 便于工程应用。

(4) 本文模型对宁波软黏土的固结-蠕变试验、温州软黏土的一维 CRS 试验、HKMD 的一维应力松弛试验的模拟结果与试验结果吻合得相当好, 表明本文模型能很好地描述软黏土一维应力-应变的时效特性。

参 考 文 献

- [1] LEROUEIL S, KABBAJ M, TAVENAS F, et al. Stress-strain-strain rate relation for the compressibility of sensitive natural clays[J]. **Geotechnique**, 1985, 35(2): 159 - 180.
- [2] LEROUEIL S, KABBAJ M, TAVENAS F. Study of the validity of a $\sigma'_v - \varepsilon_v - \dot{\varepsilon}$ model in in situ conditions[J]. **Soils and Foundations**, 1988, 28(3): 13 - 25.
- [3] BJERRUM L. Engineering geology of Norwegian normally-consolidated marine clays as related to settlements of buildings[J]. **Geotechnique**, 1967, 17(2): 83 - 118.
- [4] MESRI G, GODLEWSKI P M. Time and stress-compressibility interrelationship[J]. **Journal of the Geotechnical Engineering Division**, 1977, 103(5): 417 - 430.
- [5] YIN J, GRAHAM J. Viscous-elastic-plastic modelling of one-dimensional time-dependent behaviour of clays[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1989, 26(2): 199 - 209.
- [6] YIN J, GRAHAM J. Equivalent times and one-dimensional elastic viscoplastic modelling of time-dependent stress-strain behaviour of clays[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1994, 31(1): 42 - 52.
- [7] KARIM M R, GNANENDRAN C T. Review of constitutive models for describing the time dependent behaviour of soft clays[J]. **Geomechanics and Geo-engineering**, 2014, 9(1): 36 - 51.
- [8] 余湘娟, 殷宗泽, 高磊. 软土的一维次固结双曲线流变模型研究[J]. **岩土力学**, 2015, 36(2): 320 - 324.
YU Xiang-juan, YIN Zong-ze, GAO Lei. A hyperbolic rheological model for one-dimensional secondary consolidation of soft soils[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2015, 36(2): 320 - 324.
- [9] 王艳芳, 蔡正银, 周治刚, 等. k_0 固结条件下淤泥土排水蠕变特性研究[J]. **岩土力学**, 2015, 36(8): 2243 - 2248.
WANG Yan-fang, CAI Zheng-yin, ZHOU Zhi-gang, et al. Creep characteristics of an oozy soil under drained k_0 consolidation[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2015, 36(8): 2243 - 2248.
- [10] 罗庆姿, 陈晓平, 王盛, 等. 软黏土变形时效性的试验及经验模型研究[J]. **岩土力学**, 2016, 37(1): 66 - 75.
LUO Qing-zi, CHEN Xiao-ping, WANG Sheng, et al. An experimental study of time-dependent deformation behavior of soft soil and its empirical model[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2016, 37(1): 66 - 75.
- [11] 卢萍珍, 曾静, 盛谦. 软黏土蠕变试验及其经验模型研究[J]. **岩土力学**, 2008, 29(4): 1041 - 1044.
LU Ping-zhen, ZENG Jing, SHENG Qian. Creep tests on soft clay and its empirical models[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2008, 29(4): 1041 - 1044.
- [12] 钱家欢, 殷宗泽. 土工原理与计算[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1996.
QIAN Jia-huan, YIN Zong-ze. Geotechnical principle and calculation[M]. Beijing: China Water Power Press, 1996.
- [13] 詹美礼, 钱家欢, 陈绪禄. 软土流变特性试验及流变模型[J]. **岩土工程学报**, 1993, 15(3): 54 - 62.
ZHAN Mei-li, QIAN Jia-huan, CHEN Xu-lu. Test on rheological behavior of soft soil and rheologic model[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1993, 15(3): 54 - 62.
- [14] VERMEER P A, NEHER H P. A soft soil model that accounts for creep[C]//Proceedings of the International Symposium 'Beyond 2000 in Computational Geotechnics'. Netherlands: A.A. Balkema Publishers, 1999: 249 - 262.

- [13] 周翠英, 董立国. 三维地层构造的块体理论方法[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(9): 1081 - 1084.
ZHOU Cui-ying, DONG Li-guo. Block theory for the structure of 3D stratum[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2006, 28(9): 1081 - 1084.
- [14] 王述红, 杨勇, 王洋, 等. 基于数字摄像测量的开挖空间模型及不稳块体的快速识别[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(增刊 1): 3432 - 3438.
WANG Shu-hong, YANG Yong, WANG Yang, et al. Spatial modeling and quick identification of unstable rock blocks based on digital photogrammetry[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2010, 29(Supp.1): 3432 - 3438.
- [15] 石露, 李小春, 白冰. 基于自由面上环路对应节理无限切割的关键块体搜索[J]. 岩土力学, 2012, 33(7): 2196 - 2202.
SHI Lu, LI Xiao-chun, BAI Bing. Key block searching based on joints infinite cutting of closed loop on free surface[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2012, 33(7): 2196 - 2202.
- [16] 汪卫明, 赵向涛. 含非贯通裂隙的三维岩体拓扑识别的切割算法[J]. 武汉大学学报(工学版), 2012, 45(3): 335 - 339, 349.
WANG Wei-ming, ZHAO Xiang-tao. Cutting algorithm for topology identification of three-dimensional rock mass containing discontinuous fissures[J]. **Engineering Journal of Wuhan University**, 2012, 45(3): 335 - 339, 349.
- [17] 张雨霖, 肖明, 丁秀丽, 等. 复杂岩石块体识别的单元重构-聚合方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(3): 507 - 523.
ZHANG Yu-ting, XIAO Ming, DING Xiu-li, et al. Identification method of complex rock blocks using element reconstruction and aggregation technique[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2012, 31(3): 507 - 523.
- [18] IKEGAWA Y, HUDSON J. A novel automatic identification system for three-dimensional multi-block systems[J]. **Engineering Computations**, 1992, 9(2): 169 - 179.
- [19] 汪卫明, 陈胜宏. 三维岩石块体系统的自动识别方法[J]. 武汉水利电力大学学报, 1998, 31(5): 51 - 55.
WANG Wei-ming, CHEN Sheng-hong. Automatic identification method for three-dimensional rock block systems[J]. **Journal of Wuhan University of Hydraulic and Electrical Engineering**, 1998, 31(5): 51 - 55.
- [20] 石根华. 数值流形方法与非连续变形分析[M]. 裴觉民译. 北京: 清华大学出版社, 1997.
SHI Gen-hua. Numerical manifold method and discontinuous deformation analysis[M]. Translated by PEI Jue-min. Beijing: Tsinghua University Press, 1997.
- [21] 李海枫, 张国新, 石根华, 等. 流形切割及有限元网格覆盖下的三维流形单元生成[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(4): 731 - 742.
LI Hai-feng, ZHANG Guo-xin, SHI Gen-hua, et al. Manifold cut and generation of three-dimensional manifold element under FE mesh cover[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2010, 29(4): 731 - 742.

上接第 2205 页

- [15] YIN Z, WANG J. A one-dimensional strain-rate based model for soft structured clays[J]. **Science China Technological Sciences**, 2012, 55(1): 90 - 100.
- [16] GARLANGER J E. The consolidation of soils exhibiting creep under constant effective stress[J]. **Geotechnique**, 1972, 22(1): 71 - 78.
- [17] LEONI M, KARSTUNEN M, VERMEER P A. Anisotropic creep model for soft soils[J]. **Géotechnique**, 2008, 58(3): 215 - 226.
- [18] WANG L, DAN H, LI L. Modeling strain-rate dependent behavior of KR 0-consolidated soft clays[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, 2011, 138(7): 738 - 748.
- [19] MESRI G, CHOI Y K. Strain rate behaviour of Saint-Jean-Vianney clay: Discussion[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1979, 16(4): 831 - 834.
- [20] BERRY P L, POSKITT T J. The consolidation of peat[J]. **Geotechnique**, 1972, 22(1): 27 - 52.
- [21] TAVENAS F, JEAN P, LEBLOND P, et al. The permeability of natural soft clays. Part II: Permeability characteristics[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1983, 20(4): 645 - 660.
- [22] YIN Z, YIN J, HUANG H. Rate-dependent and long-term yield stress and strength of soft Wenzhou Marine Clay: Experiments and modeling[J]. **Marine Georesources & Geotechnology**, 2015, 33(1): 79 - 91.
- [23] TONG F, YIN J. Experimental and constitutive modeling of relaxation behaviors of three clayey soils[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2013, 139(11): 1973 - 1981.