

DOI : 10.11779/CJGE201604012

线热源法测量冻土热参数的适用性分析

周家作, 韦昌富, 魏厚振, 陈 盼

(中国科学院武汉岩土力学研究所岩土力学与工程国家重点试验室, 湖北 武汉 430071)

摘 要: 提出了应用线热源法测量冻土热参数存在的问题, 冻土中未冻水含量随温度的变化是导致线热源法测量误差产生的根本原因。对二维无限大——点热源热传导方程进行简化得到一维中心对称——热流边界热传导方程。采用双针法对不同温度的环刀土样进行了测试并对冻土传热过程进行数值试算, 反演得到不同温度的相变热容和未冻水含量。结果表明: 当温度大于 -0.7 时, 相变热容值远远大于冻土体积热容并且随温度急剧变化, 线热源法测量的结果严重失真; 当温度介于 $-0.7 \sim -4$ 时, 线热源法测量结果仍有较大的误差; 当温度低于 -4 时, 相变热容值很小且比较稳定, 线热源法测量的热参数能满足一定的精度要求。

关键词: 线热源法; 冻土; 热参数; 显热容; 未冻水

中图分类号: TU445 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2016)04-0681-07

作者简介: 周家作(1987-), 男, 助理研究员, 博士, 主要从事冻土力学方面的研究。E-mail: jiazuo@163.com。

Applicability of line heat source method in measuring thermal parameters of frozen soil

ZHOU Jia-zuo, WEI Chang-fu, WEI Hou-zhen, CHEN Pan

(State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China)

Abstract: The problem in the line heat source method in measuring the thermal parameter of frozen soil is put forward. The variation of unfrozen water content with respect to temperature is the primary cause for the measuring error in the heat source method. The 2-D heat conduction equation for infinite zone-point heat source is simplified as the 1-D one for central symmetry-heat flow boundary. The dual needle method is used to measure the soil samples in cutting ring at various temperatures, and the corresponding numerical simulations for heat conduction are conducted. The volumetric heat capacity due to phase change and unfrozen water content is obtained through back calculation. The results show that as the temperature of soil is higher than -0.7 , the volumetric heat capacity due to phase change is much greater than the volumetric heat capacity of frozen soil, and it varies with the temperature drastically, hence the heat source method loses efficacy; as the temperature of soil is ranging from $-0.7 \sim -4$, the measured error remains larger in the volumetric heat capacity. As the temperature of soil is lower than -4 , the volumetric heat capacity due to phase change is little and steady so that the measured thermal parameters meet the requirements of accuracy to a certain degree.

Key words: line heat source method; frozen soil; thermal parameter; apparent heat capacity; unfrozen water

0 引 言

热参数是计算土体温度场必需的物理参数, 热参数测试方法总体上可以分为稳态法和瞬态法^[1-2]。稳态法是在被测物体边界施加不同的温度, 待物体内部温度场达到稳定的时候, 通过直接或间接方法测量热流密度和温度梯度, 根据傅里叶定律算出导热系数。瞬态法是在被测物体内部提供具有一定形状的热源加热物体, 通过测量与热源一定距离的温度变化, 采用合适的计算公式反算热参数。线热源法属于瞬态法的一种常用方法, 具有测量快速、操作简单的优点, 得到

广泛的应用^[3-5]。线热源法分为单针法和双针法, 单针法仅能测量导热系数, 而双针法可以同时测量导热系数和体积热容^[6]。土的热参数有比热、体积热容、导热系数和温度扩散系数, 这 4 个量中只有两个量是相互独立的, 在土的温度场计算中最常用是体积热容和导热系数。

基金项目: 国家重点基础研究计划 (“973”) 课题 (2012CB026102); 国家自然科学基金重点项目 (51239010); 国家自然科学基金面上项目 (41572293)

收稿日期: 2015-03-15

冻土含有冰和未冻水,随着温度的变化冰和未冻水之间互相转化并释放或吸收潜热。与纯物质的相变过程不同,在冻土中不存在一个恒定的相变温度,随着温度降低一部分未冻水冻结成冰导致未冻水和冰含量发生变化,只要土温度低于冻结温度并且温度发生变化时土中就会有相变发生。土的热参数一般与组成成分及含量有关^[7],理论上无论是稳态法还是瞬态法都无法精确测量出冻土的热参数。稳态法要求土样内部必须有温度梯度,即说明土样温度场是不均匀的,也即土样未冻水和冰含量是不均匀的,最终测得的热参数是一个不均匀土样整体的综合导热系数。线热源法测量冻土热参数需要加热改变土体温度,土样不仅是非均匀的,而且未冻水和冰之间相变产生的潜热影响了热传导过程。目前并没有考虑相变的线热源法温度场解析解,因此无法准确计算冻土热参数,特别是在剧烈相变区未冻水含量随温度剧烈变化^[8],直接应用线热源法的测量误差可能超过真实值数十倍。因此需要结合冻土未冻水含量和数值计算方法对有线热源的冻土传热问题进行分析,进一步评估线热源法测量冻土热参数的适用性以及温度置信区间。

1 线热源法测量热参数原理

线热源法是一种常用的热参数瞬态测量法,是采用二维无限大——中心点热源热传导问题的解析公式去拟合实测温度值进而反算得到热参数值。以双针法为例,该方法采用一根加热针和一根温度测量针,两根针有一定间隔且平行排列。在测量时,加热针放热并持续一段时间,同时测量针测量温度并持续到加热停止后一段时间。有点热源热传导方程为

$$C \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + q \delta \quad (1)$$

式中 C 表示体积热容; T 为温度; t 为时间; ∇ 为哈密顿算子; λ 为导热系数; q 为加热针单位长度的放热功率; δ 为狄拉克脉冲函数,在加热针处等于 1,其他位置等于 0,且在整个区域内积分等于 1。

由于探针长度远大于探针直径,热量在土中的传递方向以垂直加热针方向为主。以加热针位置为原点,作为方程(1)的解,与原点距离 r 处的温度在加热和停止加热后的温度变化为^[9-10]

$$\Delta T(r, t) = \begin{cases} \frac{-q}{4\pi\lambda} Ei\left(\frac{-r^2}{4\alpha t}\right) & (0 < t < t_0) \\ \frac{q}{4\pi\lambda} \left\{ Ei\left[\frac{-r^2}{4\alpha(t-t_0)}\right] - Ei\left[\frac{-r^2}{4\alpha t}\right] \right\} & (t > t_0) \end{cases} \quad (2)$$

式中 $\Delta T(r, t)$ 表示与原点距离 r 处 t 时刻的温度与

初始温度之差; α 为温度扩散系数,等于导热系数与体积热容的比值; t_0 为加热时间; Ei 为指数积分函数^[11],可以用级数逼近^[12]:

$$Ei(x) = \gamma + \ln x + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{kk!} \quad (3)$$

式中, $\gamma = 0.5772156649\dots$, 是欧拉常数。式(3)在复数范围内有效,如果在计算中出现虚部则忽略虚部仅取实部即可。本文对指数积分的计算根据式(3)取级数的前 50 项。

用式(2)去拟合测量针测得的温度增量-时间曲线,可以反算热参数 α 和 λ ,进而可以得到体积热容 $C = \lambda / \alpha$,具体计算公式为^[13-14]

$$\alpha = \frac{r^2}{4} \left[\frac{1/(t_m - t_0) - 1/t_m}{\ln t_m - \ln(t_m - t_0)} \right] \quad (4)$$

以及

$$C = \frac{q}{4\pi\alpha\Delta T_m} \left\{ Ei\left[-\frac{r^2}{4\alpha(t_m - t_0)}\right] - Ei\left[-\frac{r^2}{4\alpha t_m}\right] \right\} \quad (5)$$

式中, t_m 是测量温度达到最大值的时间, ΔT_m 是温度最大值与初始值之差。

2 有点热源的冻土温度场计算

在测量冻土热参数时,上述线热源法存在缺点,因为式(1)无法考虑冻土中的相变。在不考虑冻土中的水分迁移时,有点热源的冻土热传导方程为

$$(C + C_L) \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + q \delta \quad (6)$$

式中,为了区别于体积热容 C ,将 C_L 定义为冻土的相变热容,其物理意义为:单位体积土温度每降低(或升高)1,土中未冻水冻结(或冰融化)释放(或吸收)热量。相变热容与未冻水含量随温度的变化率有关:

$$C_L = L \rho_w \frac{\partial \theta}{\partial T} \quad (7)$$

式中, L 为单位质量水冻结释放的潜热, ρ_w 为水密度, θ 为体积含水率。体积热容与相变热容之和为显热容^[15-16]。

上述线热源法应用于冻土时,反算得到的体积热容是一个等效的显热容。但是式(7)得到的相变热容并不是一个常数,而是与温度相关的,特别是在剧烈相变区相变热容随温度剧烈变化,因此按照式(2)去拟合实测温度则会出现很大的误差。由于目前无法得到方程(6)的解析解,因此只能采用数值方法对其求解。

虽然线热源法的应用是基于点热源——二维无限大传热的解析解,但是实际应用线热源法时,土样总

是有限的。如图 1 (a) 所示, 由发热针发热引起的温度显著变化区域为一个以发热针为圆心的圆形区域, 由于被测物体边界足够大使得边界温度条件对测量针附近温度影响微弱, 因此可取以发热针为圆心半径足够大的圆作为温度边界, 其热传导方程由式 (6) 给定。图 1 (a) 所示计算模型为二维区域且有中心点热源和相变, 可能导致数值计算不收敛, 由于图 1 (a) 所示结构中心对称, 可以将其简化为图 1 (b) 的一维计算模型, 点热源被转化为热流边界。

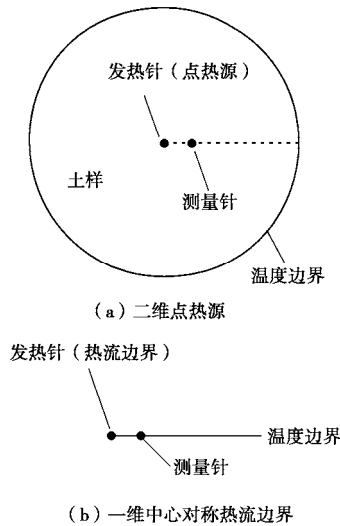


图 1 线热源法计算模型的简化

Fig.1 Simplification of computational model for line heat source method

图 1 (b) 所示计算模型的热传导方程可由极坐标形式给出, 由于结构中心对称, 场变量在空间上的变化仅与径向坐标有关:

$$(C + C_L) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \quad (8)$$

由于实际探针并不是无限小, 而是具有一定的半径, 因此可以将式 (6) 中的点热源转为等效的热流边界, 其物理意义为发热针表面单位面积向土样内部释放的热量, 可以表示为

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{q}{2\pi r_h} \quad (r = r_h) \quad (9)$$

式中, r_h 为发热针半径。简化的计算模型 (8) 同样适用于未冻土, 只需忽略相变热容 C_L 即可。

3 试验设备、方法和材料

热参数试验采用美国 Decagon 公司出品的瞬态法热参数仪 KD2 Pro 以及双针探头 SH-1, 其实物如图 2 (a) (b) 所示。采用低频核磁共振仪测量冻土未冻水含量, 实物图如图 2 (c) 所示。双针探头 SH-1 有两根平行排列的不锈钢针, 每根针直径 1.3 mm, 长度

30 mm, 两针间距 6 mm, 测量针温度分辨率为 0.001。热参数计算公式是基于无限大——点热源问题的经典解, 因此被测土样体积不能太小, 土样制作成直径为 61.8 mm、高度为 40 mm 的环刀样。将发热针对准环刀样中心插进土样中, 首先测量针每 2 s 测量一次温度并持续 30 s, 如果温度变化不大时可以认为土样温度恒定, 以最后一次的测量值作为初始温度。然后加热针以约 25 W/m 的功率加热土样并持续 60 s, 同时测量针每 2 s 测量一次温度, 当加热针停止加热后继续测量 60 s。环刀样连同双针探头用塑料袋密封并放置于恒温液浴槽中, 恒温足够长时间使得土样温度均匀, 在不同的温度下对土样进行测试。试验用土采用黄河冲积粉土, 液限为 29%, 塑限为 19%, 冻结温度为 -0.2, 粒径 (mm) 分布为: <0.002 (1.4%), 0.002 ~ 0.005 (8.8%), 0.005 ~ 0.011 (9.8%), 0.011 ~ 0.026 (10.4%), 0.026 ~ 0.075 (56.1%), >0.075 (13.5%)。试验时, 控制含水率 24%, 干密度 1.60 g/cm³, 饱和度 90%。

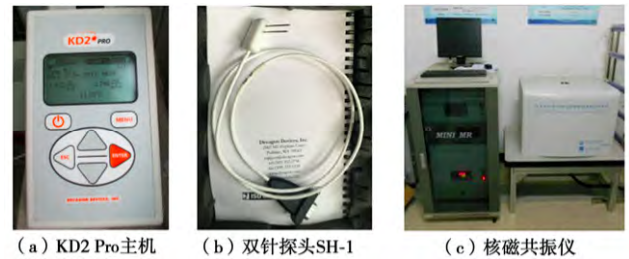


图 2 试验设备

Fig. 2 Test apparatus

4 测试结果与分析

4.1 试验结果

式 (2) 得到的解为经典解, 采用有限元模拟软件 COMSOL Multiphysics 对简化的一维计算模型 (8) 进行求解得到数值解。为了验证线热源法对于环刀样的适用性和数值方法的可靠性, 先在 11.41 的初始温度条件下对未冻土进行了测量, 发热针功率为 25.58 W/m。实测温度增量-时间曲线如图 3 所示, 由图 3 可知 t_m 和 ΔT_m 分别为 66 s 和 1.309, 根据式 (4) (5) 可以算出导热系数和体积热容分别为 1.64 W/m·⁻¹ 和 2.89 MJ/m³·⁻¹。由计算的导热系数 λ 和体积热容 C 可以得到温度扩散系数 $\alpha = \lambda / C$, 将 λ 和 α 带入式 (2) 可得经典解, 同时用计算的热参数进行数值计算得到数值解。将实测值、经典解和数值解同时绘于图 3, 可见经典解和数值解几乎一致, 且都与实测值符合较好。图 3 的对比说明热参数计算式 (4) (5) 适用于本试验的有限大环刀样, 且简化的计算模型和数值

方法是可靠的。

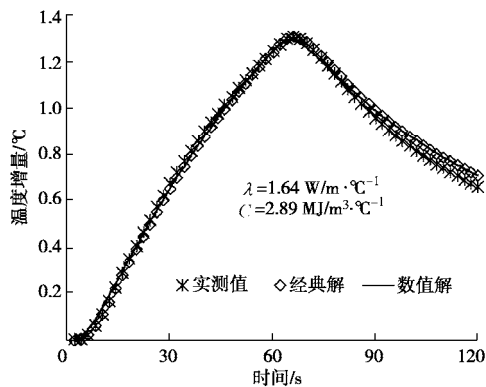


图3 未冻土 11.41 的温度增量-时间曲线

Fig. 3 Curves of temperature increment-time for unfrozen soil at 11.4

调节恒温槽温度并恒温土样，分别在不同的初始温度下测量冻土的热参数。恒温槽温度先降低再升高，测量时的初始温度按温度调节顺序为 -1.29 ， -4.18 ， -10.38 ， -2.24 和 -0.89 。由于热参数仪主机电量的消耗，测量的过程中发热针的放热功率略有降低，在这 5 次测试中分别为 25.24，24.62，24.18，23.71 和 23.40 W/m。

当土从正温开始降温时，即使温度低于土冻结温度，但由于晶核尚未形成使得土处于过冷状态，土中没有相变发生。当温度进一步降低时，土样从过冷状态变为冻结态，土中部分液态水冻结成冰^[17]。前期研究表明，只要冻结过程中的土样温度没有低于最低过冷温度，土样将一直处于过冷状态^[18]。图 4 所示土样试验前温度从正温降至 -1.29 ，低于冻结温度，但是测量的温度增量-时间曲线为典型的未冻土试验曲线（图 3），计算的热参数也与未冻土近似，试验结果与经典解几乎完全一致。因此可以推测此试验的土样处于过冷状态，温度变化时土中无相变发生。

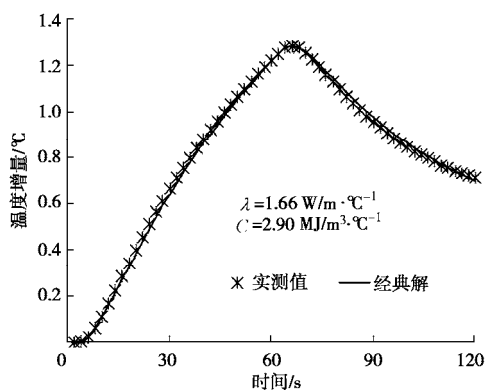
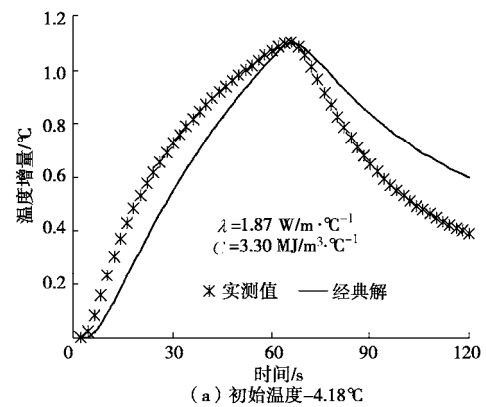


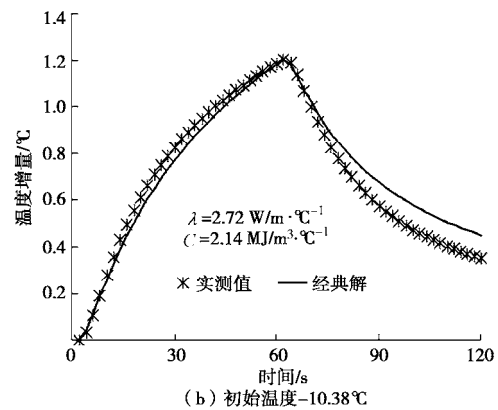
图4 过冷土-1.29 的温度增量-时间曲线

Fig. 4 Curves of temperature increment-time for super-cooled soil at -1.29

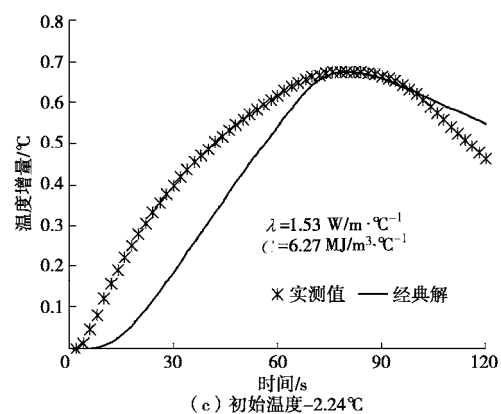
当温度进一步降至 -4.18 和 -10.38 时，图 5(a) 和 (b) 的试验值与经典解出现了一定的偏差，这是因为温度变化时土中发生相变，影响了式 (2)、(4) 和 (5) 的精确度。当温度升至 -2.24 和 -0.89 时如图 5(c) 和 (d) 所示，实测值与经典解结果已经严重不符合，且计算的体积热容已经远远超出正常值范围，说明此阶段的冻土内部发生着剧烈的相变。温度变化时，冻土中的相变热和组分含量变化导致无法完全准确地测量热参数，特别是冻土温度较高时，未冻水含量随温度急剧变化，因此相变热容也随温度剧烈变化。由式 (4)、(5) 计算的体积热容是包括了相变热容的显热容，计算的显热容为一个常数，显然无法体现在高温冻土中温度变化引起的相变热容巨大变化，因此在温度较高时按经典解得到的结果与实测值相差甚远。



(a) 初始温度 -4.18°C



(b) 初始温度 -10.38°C



(c) 初始温度 -2.24°C

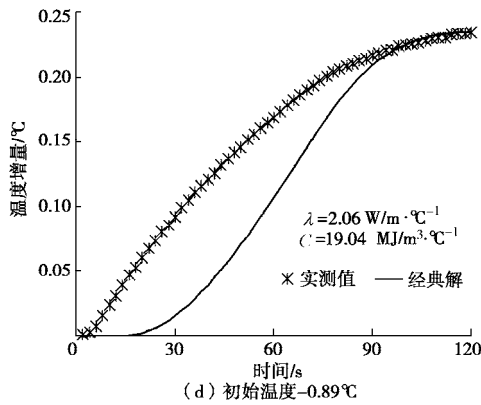


图 5 冻土不同初始温度的温度增量 - 时间曲线

Fig. 5 Curves of temperature increment - time for frozen soil at various temperatures

4.2 反演相变热容和未冻水含量

由于未冻水含量总是随着温度降低而减少的, 由式 (7) 可知相变热容在冻土温度变化时总是存在。但是未冻水随温度的变化率是随着温度降低而减小的, 在温度较低时冻土相变热容比体积热容小的多, 此时通过线热源法测量的热参数是可以满足一定精度要求的, 如图 5 (b) 所示。因此, 依据相变热容随温度的变化趋势能帮助判断线热源法测量热参数的精确度: 当某一温度下的相变热容远大于体积热容时, 线热源法测量结果将会严重失真; 当相变热容比体积热容小的多时, 线热源法测量误差可以控制在可以接受的范围内。另外, 由式 (7) 相变热容随温度的变化趋势可以反过来推测冻土未冻水含量随温度的变化情况。

有点热源的冻土真实温度变化由方程 (6) 或 (8) 表达, 可以根据实测冻土温度增量 - 时间曲线进行参数反演得到不同温度下的相变热容^[19]。具体方法为: 先设定若干温度及其对应的相变热容, 在设定温度之间的相变热容通过分段 Hermite 插值确定, 通过数值方法对方程 (8) 进行求解, 然后得到测量针的温度增量 - 时间曲线。通过对测量针温度计算值与实测值比较, 如果误差较大, 则重新调整相变热容值并再次试算, 直到计算值与实测值基本符合为止。由于冻土在温度变化时组分含量发生变化, 导致冻土导热系数和体积热容发生变化, 而真实的冻土热参数无法精确测量, 因此需要首先对冻土热参数做出大致的估计。由图 5 (b) 所示的测试初始温度为 -10.38 °C, 未冻水含量变化较小且经典解与实测值基本符合, 计算得到的导热系数和体积热容分别为 2.72 W/m·°C⁻¹ 和 2.14 MJ/m³·°C⁻¹, 在对方程 (8) 进行数值计算时导热系数和体积热容分别取 2.72 W/m·°C⁻¹ 和 2.14 MJ/m³·°C⁻¹。

通过对初始温度 -0.89 °C, -2.24 °C 和 -4.18 °C 的试验进行数值试算, 反演得到不同温度下的相变热容值。对不同试验进行试算得到的相变热容值归纳于表 1,

由数值计算所得到的测量针温度增量 - 时间曲线绘于图 6, 并与经典解和实测值做了对比。由图 6 的对比可以看出, 考虑到相变热容变化的数值解与实测值基本一致, 且结果明显优于无法考虑相变热容变化的经典解, 这种差别在冻土温度较高时显得特别明显, 说明反演的相变热容值是合理的。反演不同温度的相变热容值及不同温度之间的相变热容插值绘于图 7。

表 1 反演得到的不同温度下的相变热容

Table 1 Back-calculated volumetric heat capacities due to phase change at various temperatures

初始温度 -0.89		初始温度 -2.24		初始温度 -4.18	
温度 /	相变热容 (MJ·m ⁻³ ·°C ⁻¹)	温度 /	相变热容 (MJ·m ⁻³ ·°C ⁻¹)	温度 /	相变热容 (MJ·m ⁻³ ·°C ⁻¹)
-0.2	170.00	-1.2	3.57	-2.9	0.85
-0.5	56.10	-1.5	2.89	-3.5	0.34
-0.7	6.80	-1.8	1.53	-4.18	0.25
-0.89	3.91	-2.24	1.02	—	—

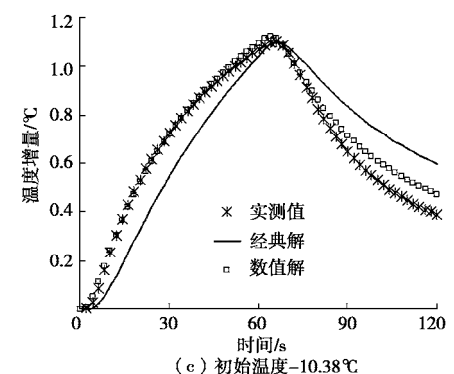
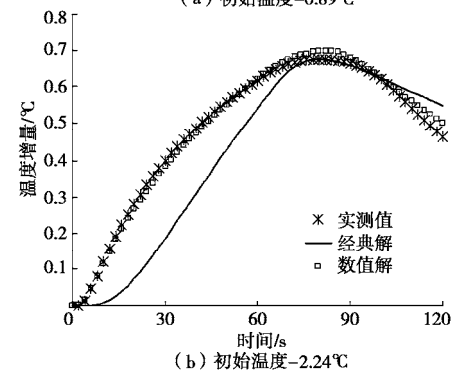
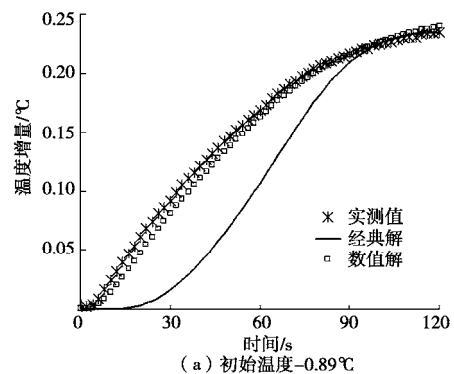


图 6 温度增量 - 时间曲线的对比

Fig. 6 Comparison of curves of temperature increment - time

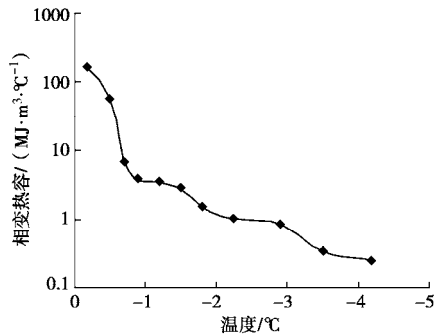


图7 反演的相变热容随温度变化曲线

Fig. 7 Variation of back-calculated volumetric heat capacity due to phase change with time

已知不同温度的相变热容值,反演的相变热容最低温度 -4.18°C ,取该温度下的实测未冻水含量做为定解条件,采用欧拉法对微分方程(7)求解,即可得到不同温度下的未冻水含量。同时采用核磁共振方法对不同温度土样的未冻水含量进行了测试,以实测未冻水含量在 -4.18°C 的插值 0.032 g/g 作为初值,计算了不同温度的未冻水含量,并与实测值进行了对比如图8所示,计算值总体上和实测值较为接近。

未冻土导热系数和体积热容分别为 $1.64\text{ W/m}\cdot^{\circ}\text{C}^{-1}$ 和 $2.89\text{ MJ/m}^3\cdot^{\circ}\text{C}^{-1}$ (图3),以 -10.38°C 的冻土作为稳定相变区的冻土,其导热系数和体积热容分别为 $2.72\text{ W/m}\cdot^{\circ}\text{C}^{-1}$ 和 $2.14\text{ MJ/m}^3\cdot^{\circ}\text{C}^{-1}$ (图5(b))。其他条件相同时,冻土热参数变化依赖于未冻水含量的变化,由于未冻水含量随着温度连续变化,因此温度大于 -10.38°C 的冻土热参数值必定介于未冻土和稳定相变区冻土(如 -10.38°C)的热参数值,即导热系数和体积热容分别介于 $1.64\sim 2.72\text{ W/m}\cdot^{\circ}\text{C}^{-1}$ 和 $2.14\sim 2.89\text{ MJ/m}^3\cdot^{\circ}\text{C}^{-1}$ 。

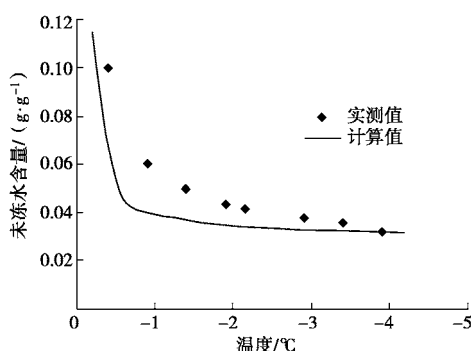


图8 冻土未冻水含量随温度变化曲线

Fig. 8 Variation of unfrozen water content with temperature

由图7,8可以看出相变热容在温度大于 -0.7°C 的范围有巨大变化,且未冻水含量随着温度降低而急剧衰减,随着温度降低相变热容值降低数十倍,说明此温度范围内冻土温度的变化引起最大程度的相变,相

对应的此温度区域即为剧烈相变区。在剧烈相变区如图5(d)所示,根据线热源法测量得到体积热容高达 $19.04\text{ MJ/m}^3\cdot^{\circ}\text{C}^{-1}$,远远超出冻土体积热容取值范围。在 -0.7°C 至 -4°C 的温度区间,相变热容随温度变化率减小,但是变化范围与体积热容取值范围相当,因此相变热容的变化仍然能够引起较大的测试误差,此温度区间为过渡相变区。在过渡相变区如图5(a)和图5(c)所示,虽然体积热容相较于剧烈相变区更接近于正常取值范围,但是仍然偏大较多。当温度小于 -4°C 时,相变热容已经远小于体积热容且相对稳定,因此用线热源法测量的热参数能够满足一定的精度要求,此温度区间为相变稳定区。在相变稳定区,由经典解计算得到的测量针温度增量-时间曲线与实测值总体上基本符合,如图5(b)所示。

5 结 论

双针法作为线热源法的一种,测量土样在加热过程中的温度变化,通过参数反算得到导热系数和体积热容。冻土中由于未冻水含量随温度变化产生相变潜热,使得线热源法测量结果出现误差,为了对线热源法测试冻土热参数的适用性进行定量分析,本文进行了一系列试验及数值模拟,主要得到以下结论:

(1) 线热源法是假设试样尺寸无限大提出的方法,但是实际试样是有限大的,用未冻土制作直径 61.8 mm 和高度 40 mm 的有限大环刀样进行试验,由测量热参数计算的温度变化结果和实测温度变化基本一致,说明线热源法适用于该环刀样尺寸。

(2) 对有点热源的二维冻土热传导方程进行简化得到一维中心对称的热传导方程,通过对温度场方程进行试算并与实测温度变化进行比较,反演得到不同温度的相变热容值。当温度大于 -0.7°C ,相变热容远大于冻土体积热容并且随温度急剧变化,线热源法测量的结果严重失真;在 -0.7°C 至 -4°C 的温度区间,相变热容变化范围与体积热容相当,测量结果仍然会有较大的误差;当温度小于 -4°C 时,相变热容很小且比较稳定,因此由线热源法测量的热参数能满足一定的精度要求。

(3) 通过反演的相变热容值对冻土未冻水含量进行估算,与实测未冻水含量比较接近。根据相变热容和未冻水含量的变化可以将温度按照相变剧烈程度进行分区:大于 -0.7°C 为剧烈相变区; -0.7°C ~ -4°C 为相变过渡区;小于 -4°C 为相变稳定区。

参考文献:

[1] 尹飞. 冻土导热系数的仪器研制和稳态法模拟试验研究

- [D]. 长春: 吉林大学, 2008. (YIN Fei. The instrumental development of thermal conductivity of frozen ground and the research on the steady-state method simulation test[D]. Changchun: Jilin University, 2008. (in Chinese))
- [2] 郑志涛. 冻土导热系数测定方法探讨[J]. 低温建筑技术, 2013(12): 124 – 125. (ZHENG Zhi-tao. Determination method for thermal conductivity of frozen ground[J]. Low Temperature Architecture Technology, 2013(12): 124 – 125. (in Chinese))
- [3] 侯方卓. 用探针法测定材料的导热系数[J]. 石油大学学报(自然科学版), 1994, 18(5): 94 – 98. (HOU Fang-zhuo. Measurement of thermal conductivity of materials by the heated probe method[J]. Journal of The University of Petroleum, China, 1994, 18(5): 94 – 98. (in Chinese))
- [4] 金文桂. 用线热源法测定非金属材料的导热系数[J]. 吉林工业大学学报, 1981(4): 36 – 43. (JIN Wen-gui. Measuring the heat conductivity of non-metallic material by line heat source method[J]. Journal of Jilin University of Technology, 1981(4): 36 – 43. (in Chinese))
- [5] 杨杰. 平面热源法对建筑保温材料热导率和热扩散率的测试研究[D]. 长沙: 中南大学, 2014. (YANG Jie. Research on the test of thermal conductivity and thermal diffusivity for thermal insulation materials for building application with plane source method[D]. Changsha: Central South University, 2014. (in Chinese))
- [6] Decagon Devices. KD2 pro thermal properties analyzer, operator's manual (version 12)[M]. Washington: Decagon Devices Inc, 2012.
- [7] JOHANSEN O. Thermal conductivity of soils[R]. New Hampshire: Cold Regions Research & Engineering Laboratory, US Army Corps of Engineers, 1977.
- [8] 马巍, 王大雁. 冻土力学[M]. 北京: 科学出版社, 2014: 7 – 8. (MA Wei, WANG Da-yan. Frozen soil mechanics[M]. Beijing: Science Press, 2014: 7 – 8. (in Chinese))
- [9] DE VRIES D A. A nonstationary method for determining thermal conductivity of soil in situ[J]. Soil Science, 1952, 73(2): 83 – 89.
- [10] KLUITENBERG G J, HAM J M, BRISTOW K L. Error analysis of the heat pulse method for measuring soil volumetric heat capacity[J]. Soil Sci Soc Am J, 1993, 57(6): 1444 – 1451.
- [11] ABRAMOWITZ M, STEGUN I A. Handbook of mathematical functions[M]. New York: Dover Publications Inc, 1972.
- [12] 李 灃, 薛中天. 指数积分函数展开式的初等证明方法[J]. 西安石油学院学报, 1988, 3(1): 57 – 63. (LI Dang, XUE Zhong-tian. Elementary approach for proving the expansion of exponential integral function[J]. Journal of Xi'an Petroleum Institute, 1988, 3(1): 57 – 63. (in Chinese))
- [13] DE VRIES D A. Thermal properties of soils. In Physics of plant environment[M]. Amsterdam: North Holland Publishing Company, 1963.
- [14] NUSIER O K, ABU-HAMDEH N H. Laboratory techniques to evaluate thermal conductivity for some soils[J]. Heat and Mass Transfer, 2003, 39(2): 119 – 123.
- [15] 邱 萍, 郑金宝, 胡胜利. 显热容法分析快速冻结过程中的相界面移动问题[J]. 低温工程, 1993(6): 57 – 61. (QIU Ping, ZHENG Jin-bao, HU Sheng-li. Analysis of the phase change moving boundary probleme in the rapid freezing processes using sensible heat capacity method[J]. Cryogenics, 1993(6): 57 – 61. (in Chinese))
- [16] LIU G, BING C S. Soil ice content measurement using a heat pulse probe method[J]. Can J Soil Sci, 2011, 91(2): 235 – 246.
- [17] 刘宗超. 湿土冻结温度及其测定[J]. 中国矿业学院学报, 1986(3): 24 – 31. (LIU Zong-chao. Freezing points of wet soil and its measurement[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 1986(3): 24 – 31. (in Chinese))
- [18] 周家作, 谭 龙, 韦昌富, 等. 土的冻结温度与过冷温度试验研究[J]. 岩土力学, 2015, 36(3): 777 – 785. (ZHOU Jia-zuo, TAN Long, WEI Chang-fu, et al. Experimental study on the freezing temperature and super-cooling temperature of soil[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, 36(3): 777 – 785. (in Chinese))
- [19] 文 斌, 吴青柏, 蒋观利, 等. 模拟退火优化算法的冻土热传导参数反分析[J]. 岩土力学, 2013, 34(8): 2401 – 2408. (WEN Bin, WU Qing-bai, JIANG Guan-li, et al. Back analysis of frozen soil thermal properties based on simulated annealing optimization algorithm[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, 34(8): 2401 – 2408. (in Chinese))