

基于循环加卸载的次加载面模型 在岩石中的初步应用

周永强, 盛 谦, 冷先伦, 朱泽奇, 付晓东

(中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071)

摘要: 为模拟岩体工程在循环荷载作用下的变形特性及相应的稳定性, 简要地介绍了次加载面的基本思想。为考虑岩石在三轴压缩状态下和在三轴拉伸状态下不同的强度特性, 即应力角效应, 在传统的 Drucker-Prager 屈服准则中引入一种角隅模型, 从而形成了修正的 Drucker-Prager 屈服准则, 基于该屈服准则, 结合次加载面, 提出适用于岩石循环加卸载的次加载面模型。通过参数敏感性分析, 发现模型中参数 u , C 和 χ 的取值对反映岩石曼辛效应、棘轮效应的影响很大; 为验证该模型的适用性和正确性, 通过自编程序的数值模拟与岩石模型材料和玄武岩的循环荷载试验结果进行对比, 结果表明该模型可以很好地描述岩石的动力变形特性, 说明基于循环加卸载的次加载面模型可以运用到岩石中。

关键词: 岩石力学; 次加载面; 修正的 Drucker-Prager; 角隅模型; 循环加卸载

中图分类号: TU 45

文献标识码: A

文章编号: 1000-6915(2015)10-2073-10

PRELIMINARY APPLICATION OF SUBLOADING SURFACE TO CYCLIC PLASTIC MODEL FOR ROCK UNDER CYCLIC LOADING

ZHOU Yongqiang, SHENG Qian, LENG Xianlun, ZHU Zeqi, FU Xiaodong

(State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China)

Abstract: To simulate the deformation behavior and the stability of rock mass under cyclic loading, the basic idea of subloading surface was presented. Considering the strength characteristics of rock under triaxial compression and under triaxial tension being different, i.e., the lode angle effect, a corner model was introduced into the traditional Drucker-Prager yield criterion to form a modified Drucker-Prager yield criterion. Based on the yield criterion, a subloading surface model for the rock under cyclic loading based on the theory of subloading surface was proposed. Through the analysis of parameter sensitivity, it was found that three parameters including u , C and χ of the model had a significant impact on Masing reaction and the ratchet effect of rock. To verify the applicability and validity of the model, a comparison between the simulation and the cyclic loading tests on the model material of rock and basalt was carried out. The results showed that the model described well the dynamic deformation characteristics of rock, indicating that the subloading surface model under cyclic loading was applicable to rock.

Key words: rock mechanics; subloading surface; modified Drucker-Prager; corner model; cyclic loading

收稿日期: 2015-03-17; **修回日期:** 2015-07-20

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973)项目(2015CB057905); 国家自然科学基金项目集成项目(91215301); 国家自然科学基金资助项目(11272331)

作者简介: 周永强(1990-), 男, 2011年毕业于四川大学农业水利工程专业, 现为博士研究生, 主要从事岩土工程方面的研究工作。E-mail: 852538607@qq.com

DOI: 10.13722/j.cnki.jrme.2015.0245

1 引言

一些岩体工程，如地下洞室和边坡工程等，在强地震作用下可能会产生破坏，直接影响着生产生活甚至是威胁到生命安全，因此有必要研究岩体工程在地震荷载下的稳定性，而其研究基础就是岩石在地震荷载下的力学性质及相应的本构关系。地震作用是很复杂的，但是通常情况下可以把地震荷载等效成循环荷载。

对于循环荷载下的岩石力学性质，国内学者做了许多相关研究，刘建峰等^[1-3]对细砂岩和粉砂质泥岩进行单轴压缩循环荷载下的试验研究，得到岩石密度与加卸载循环塑性变形、滞回环面积、阻尼比、阻尼系数等的变化特征及动弹性模量和阻尼比随动应变的变化规律。陈运平等^[4-6]根据流体饱和的大理岩和砂岩的多级循环荷载试验，得出岩石的应力-应变关系呈现尖叶状的滞后回线，滞后回线随着循环次数的增加向应变增大的方向移动，并不断地产生弹塑性应变。许江等^[7-8]通过对处于不同位移速率、不同应力水平、不同围压以及不同水饱和程度下的砂岩在循环荷载作用下的应力-应变曲线及其滞回环的周长与面积随循环次数的演化规律的研究，探讨了循环荷载作用下岩石滞回曲线的演化规律。韩犇和刘平^[9]开展不同偏应力条件下的循环加卸载试验，研究了轴向应变、径向应变以及体积应变随循环次数的演化过程，得到了在不同偏应力条件下岩石的平均变形模量随循环次数与偏应力的变化关系。肖建清等^[10]对花岗岩进行常幅循环加载试验，研究循环加载过程中岩石的变形特性。朱珍德等^[11-12]对取自海南昌江核电厂一期工程主厂区的黑云母花岗岩进行单轴不同频率的循环加卸载试验，结果表明，花岗岩在循环荷载作用下的加卸应力-应变曲线并不重合，而是形成一个封闭的滞回环，随着循环数的增加，滞回环向轴向应变增大的方向移动，且越来越密集。马林建等^[13]也进行不同荷载波形参数(上、下限应力、应力幅值和频率)和不同围压下的盐岩试样的循环加、卸载试验。上述研究成果虽得出的结果有些差异，但是其共同点是岩石材料在循环荷载下的变形都表现出了滞回性及应变累积性(见图 1)，即曼辛效应和棘轮效应。

为了能模拟岩石动力荷载(包括循环荷载)下的动态特性，曹文贵等^[14]利用黏性元件和非线性元件模拟岩石单元的动态应力分量与静态应力分量，进

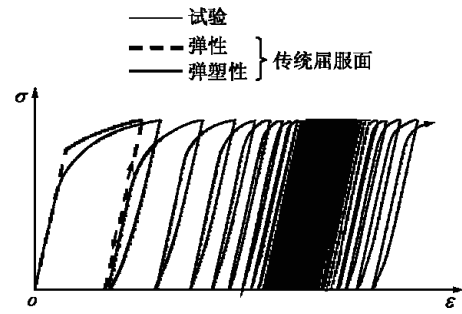


图 1 传统屈服面与循环加载试验

Fig.1 Conventional yield criterion and cyclic loading test

而得到岩石三轴动态变形过程模拟方法，刘红岩等^[15]采用考虑岩石细观损伤的非线性元件、节理面闭合及剪切变形元件 3 个基本元件的串联来模拟，动态应力分量采用黏性元件来模拟，从而建立了贯通节理岩体动态单轴压缩损伤本构模型。上述模型虽在一定程度上可以较好地反映岩石的应变率效应及损失效应，但却不能模拟岩石在循环荷载下的滞回效应及应变累积。对此，刘恩龙等^[16]根据岩土破坏力学理论，针对岩石材料提出了一个考虑循环荷载作用的二元介质本构模型，该模型虽较好地反映棘轮效应，然而在滞回效应方面却较差。莫海鸿等^[17-18]提出了岩石内时模型，该模型在模拟岩石在循环荷载下的动态响应具有很好的实用性，然而该模型参数较多，且其物理意义不明确，同时参数确定存在较大的难度。此外还有 PM 模型^[19]、热激活弛豫波动理论^[20]等，这些模型同内时模型一样存在一些难以解释的问题。然而在模拟循环荷载下的力学变形方面，次加载面模型是一个有益的选择。

K. Hashiguchi 等^[21-23]起初是把次加载面来模拟金属材料在循环荷载下的变形，之后运用到了土体^[24]。国内孔亮等^[25-27]则首次建立了基于广义塑性力学的土体次加载面循环塑性模型，其后学者则把次加载面模型运用到了超固结土^[28]、砂土^[29]、饱和黏土^[30]和混凝土中^[31-32]，然而对于岩石材料的运用，至今还没有相关研究。因此本文的思路是结合 Drucker-Prager 屈服准则和次加载面理论，初步建立适用于岩石在循环荷载下的次加载面模型，从而能在一定程度上反映岩石在动力荷载下的力学性质和变形特征。

2 次加载面的基本原理

2.1 次加载面的基本思路

次加载面模型是由日本学者 K. Hashiguchi 和

S. Tsutsumi^[21]提出的，其基本思路是假设在正常屈服面(常规模型的屈服面)的内部存在一个与之保持几何相似的次加载面，当前应力点始终位于该加载面上，因此加载准则不需要判断应力点是否位于屈服面上。该模型可反映塑性应变增量对应力增量的相关性，能较好地模拟曼辛效应(滞回特性)、棘轮效应(塑性应变的积累性)等材料的主要循环加载特性，与常规模型相比，该模型的弹性阶段与塑性阶段能光滑过渡，即应力-应变关系是连续光滑的，因为塑性模量是用次加载面与正常屈服面大小的比值来表示。

次加载面模型示意图如图 2 所示，正常屈服面的屈服形式为

$$f(\sigma_y) = F(H) \quad (1)$$

式中： σ_y 为位于次加载面上当前应力 σ 在正常屈服面上的对偶应力， H 为硬化变量， F 为加载屈服面， $f(\sigma_y)$ 为屈服面函数。

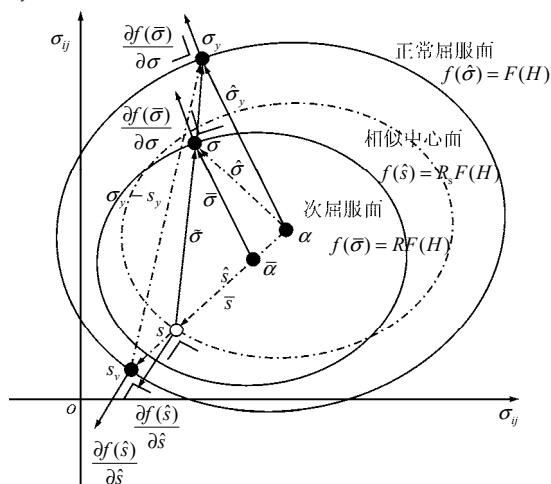


图 2 次加载面模型示意图
Fig.2 Diagram of subloading surface

由于次加载面与正常屈服面保持几何相似的，因此次加载面模型为

$$f(\bar{\sigma}) = RF(H) \quad (2)$$

式中： R 为次加载面与正常屈服面的大小之比， $\bar{\sigma}$ 为考虑次加载面背应力后次加载面上当前应力。

从图 2 可以得出如下的几何相似关系：

$$\bar{\sigma} = \sigma - \bar{\alpha} = R\hat{\sigma}_y = R(\sigma_y - \alpha) \quad (3)$$

$$\hat{s} = s - \alpha = \frac{\bar{s}}{R} = \frac{s - \alpha}{R} \quad (4)$$

$$\bar{\sigma} = \sigma - s = R\hat{\sigma}_y = R(\sigma_y - s) \quad (5)$$

式中： s 为相似中心， α 为正常屈服面的几何中心， $\bar{\alpha}$ 为次加载面的几何中心， $\hat{\sigma}_y$ 为考虑背应力后次加

载面上当前应力 σ 在正常屈服面上的对偶应力， \bar{s} 为考虑次加载面背应力后相似中心， $\hat{\sigma}_y$ 为正常屈服面应力与相似中心的矢量差， \hat{s} 为考虑背应力后相似中心， $\hat{\sigma}$ 为次加载面应力与相似中心的矢量差。当 $R = 0$ 时， $\sigma = s = \bar{\alpha}$ ，表示次加载面与相似中心面重合，即次加载面收缩为一个点；当 $R = 1$ 时， $\sigma = \sigma_y$ ，即为传统的弹塑性模型，因此传统的弹塑性模型为次加载面模型的一个特例。

2.2 弹塑性模量的推导

仿照传统弹塑性模型，根据一致性条件，可以推导出弹塑性模量，即

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}} d\bar{\sigma} - FdR - RdF = 0 \quad (6)$$

由式(3)可知：

$$d\bar{\sigma} = d\sigma - d\bar{\alpha} = d\sigma - Rd\alpha - (1 - R)ds - dR\hat{s} \quad (7)$$

相比于传统弹塑性模型，还需知道相似中心 s 、相似比 R 及随动硬化 α 的表达式。

对于相似中心 s ，类似于次加载面屈服方程，相似中心面屈服方程为

$$f(\hat{s}) = R_s F(H) \quad (8)$$

式中： R_s 为相似中心屈服面与正常屈服面大小的比值。根据假设，相似中心屈服面是在正常屈服面之内，利用相似中心的封闭条件可知：

$$ds - d\alpha - \frac{dF}{F}\hat{s} = 0 \quad (9)$$

为满足式(9)，假设有

$$ds - d\alpha - \frac{dF}{F}\hat{s} = C \parallel d\epsilon^p \parallel \left[\sigma_y - \alpha - \frac{R_s}{\chi}(s_y - \alpha) \right] = C \parallel d\epsilon^p \parallel \left(\frac{\bar{\sigma}}{R} - \frac{\hat{s}}{\chi} \right) \quad (10)$$

式中： χ 为相似中心比 R_s 的最大值， C 为材料参数， ϵ^p 为塑性应变， s_y 为位于相似中心屈服面相似中心在正常屈服面上的对偶相似中心。则有

$$ds = C \parallel d\epsilon^p \parallel \left(\frac{\bar{\sigma}}{R} - \frac{\hat{s}}{\chi} \right) + d\alpha + \frac{dF}{F}\hat{s} \quad (11)$$

对于岩土材料，循环荷载与动力问题应采用随动硬化或混合硬化^[33]，为了更好地反映岩石的动力特性，借鉴金属材料^[34]，随动硬化 α 采用非线性随动硬化准则，即

$$d\alpha = a \left(rF \frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}} / \left\| \frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}} \right\| - \alpha \right) \parallel d\epsilon^p \parallel \quad (12)$$

式中： a ， r 为材料参数。非线性随动硬化准则如图 3 所示，图中下标 α 表示考虑了随动硬化。

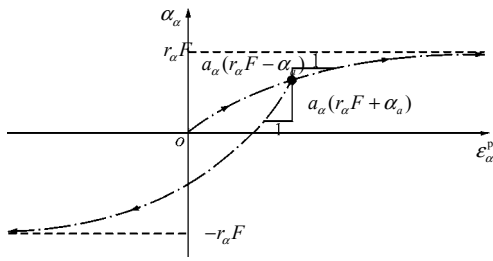


图3 非线性随动硬化准则

Fig.3 Nonlinear kinematic hardening rule

在加载过程中，次加载面是逐渐向正常屈服面靠近，但不能超越正常屈服面，当次加载面到达正常屈服面时， $R = 1$ ；在卸载过程中，次加载面是先减小，当减小到相似中心面时，次加载面即变为一点， $R = 0$ ；之后逐渐增大，即反向加载。因此在有塑性应变产生过程中， R 需满足：

$$\left. \begin{aligned} R_c & \leq R < 1, dR = +\infty \\ 1 > R > R_c, dR > 0 \\ R & = 1, dR = 0 \\ R & < 1, dR < 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中： R_c 为次加载面与正常屈服面之比的最小设定值，本文中， $R_c = 0$ 。基于上述要求， R 可以表示为

$$dR = U \|d\varepsilon^p\| = -u \ln \frac{R - R_c}{1 - R_c} = -u \ln R \quad (14)$$

式中： u 为材料参数， U 为函数。函数 U 随相似比 R 的变化过程如图 4 所示，图中， d^p 为塑性应变增量。

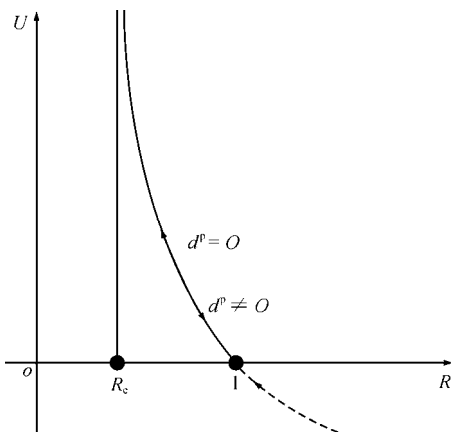


图4 函数 U 随相似比 R 的变化过程

Fig.4 Variation of function U with similar ratio R

综合上述假设和要求，根据一致性条件，可以得出弹塑性矩阵的表达式为

$$D^{ep} = D^{el} - \left(\frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}} \otimes D^{el} \otimes D^{el} \otimes \frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}} \right) / \left\{ \frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}} \otimes \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \varepsilon^p} + \frac{\partial \alpha}{\partial \varepsilon^p} + U \frac{\bar{\sigma}}{R} + c(1-R) \left(\frac{\bar{\sigma}}{R} - \frac{\hat{s}}{\chi} \right) \right\} \quad (15)$$

式中： D^{ep} 和 D^{el} 分别为弹塑性矩阵和弹性矩阵。该模型不同于理想屈服面模型，因为其包含了混合硬化，即等向硬化参数 H ， R 和随动硬化参数 α 。

3 基于修正 Drucker-Prager 准则的次加载面模型

3.1 修正的 Drucker-Prager 准则

Drucker-Prager 准则(简称 D-P 准则)因其形式简单、物理意义明确在岩石中的应用较广泛，且能反映岩石的静水压力效应及中间主应力效应，因此通过 D-P 准则与次加载面模型的联系，来反映岩石在循环在卸载下的基本特性是有益的尝试。

D-P 准则的具体表达式为

$$f(\sigma) = \beta I_1 + \sqrt{J_2} = F(H) = k(H) \quad (16)$$

式中： β ， k 为材料参数； I_1 和 J_2 则分别为应力的第一不变量和偏应力第二不变量。参考白冰等^[35]的研究， $k(H)$ 可表示为

$$k(H) = \frac{\sqrt{3} \cos \varphi}{\sqrt{3 + \sin^2 \varphi}} (c + H \varepsilon^p) \quad (17)$$

式中： c ， φ 分别为黏聚力和内摩擦角。为考虑岩石在三轴压缩状态下和在三轴拉伸状态下不同的强度特性，即应力角效应，引入了一种角隅模型 $g(\theta)$ ，其中， θ 为洛德角。角隅函数 $g(\theta)$ 也称为形状函数，它表示破坏条件的形状。该函数的选择一般是根据试验结果来确定，但除此之外，该函数须满足以下 3 个公式才能保证 π 平面上屈服曲线外凸且平滑^[33]：

$$\frac{1}{g(\theta)} + \left(\frac{1}{g(\theta)} \right)'' \geq 0 \quad (18)$$

$$\left. \begin{aligned} g(30^\circ) & = 1 \\ g(-30^\circ) & = b - 1 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dg(\theta)}{d\theta} \Big|_{\theta=30^\circ} & = 0 \\ \frac{dg(\theta)}{d\theta} \Big|_{\theta=-30^\circ} & = 0 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式中： b 为岩石三轴拉伸时 π 平面上的半径。综上，

参考 M. Aubertin 等^[36]的研究，角隅模型取为

$$g(\theta) = \frac{b}{[b^2 + (1-b^2)\sin^2(45^\circ - 1.5\theta)]^{1/2}} \quad (21)$$

π 平面上屈服曲线随 b 的变化过程如图 5 所示， b 越大，屈服曲线越趋近于圆，当 $b = 1$ 时，即屈服曲线为一圆。

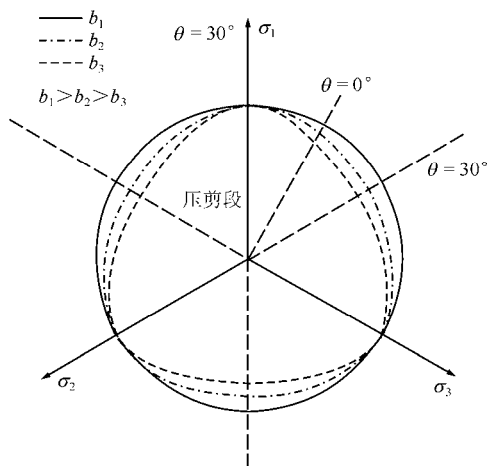


图 5 π 平面上屈服曲线随 b 的变化过程
Fig.5 Variation of yield curve with b on π plane

联合式(16)，(17)和(21)可知，修正的 D-P 准则变为

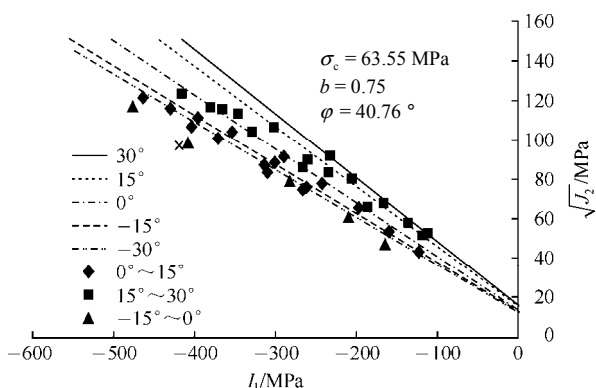
$$f(\sigma) = \beta I_1 g(\theta) + \sqrt{J_2} = g(\theta) \frac{\sqrt{3} \cos \varphi}{\sqrt{3 + \sin^2 \varphi}} (c + H e^p) \quad (22)$$

图 6 为真三轴试验数据与修正的 D-P 准则对比，可以看出该屈服准则可以较好地描述各种岩石，误差基本上都控制在 10% 以内，说明该屈服准则基本可以预测常用岩石的屈服特性。

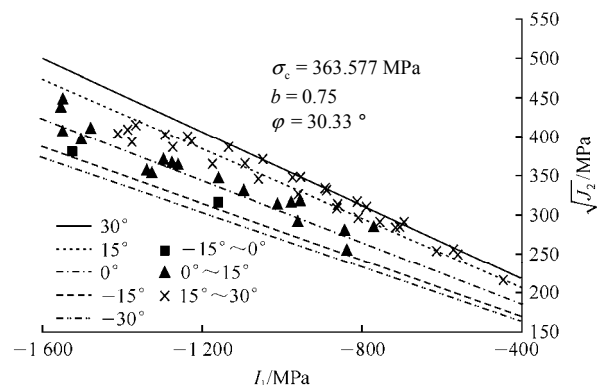
把式(22)代入式(15)，即可求解出基于修正 D-P 准则的次加载面模型的弹塑性模量。

3.2 加卸载准则及相似比 R 的求解

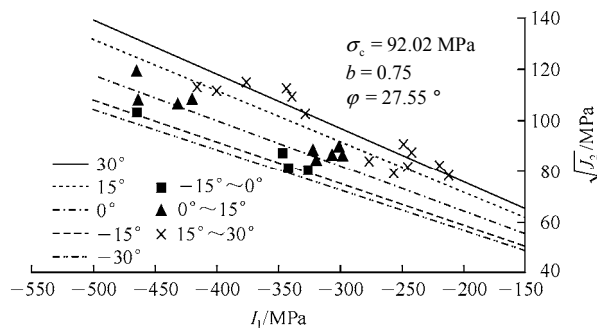
3.2.1 加卸载准则



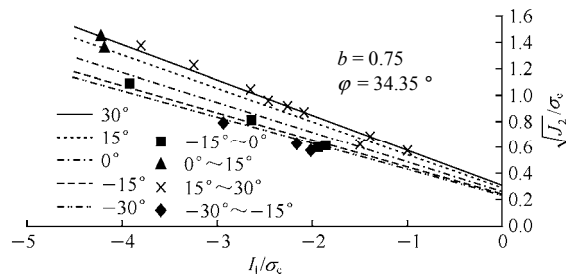
(a) Shirahama 砂岩真三轴试验^[37]



(b) Dunham 白云岩真三轴试验^[38]



(c) Yuubari 页岩真三轴试验^[37]



(d) 花岗岩真三轴试验^[39]

图 6 真三轴试验数据与修正的 D-P 准则对比

Fig.6 Comparison of true triaxial test data and modified D-P criteria

与传统屈服面不同，次加载面模型不需判定应力点位于屈服面上，因为应力一直在次屈服面上，因此在求解弹塑性模量及塑性应变时，只需判定加载方向即可，即其加卸载准则为

$$\left. \begin{aligned} d\epsilon^p \neq 0, \partial f / \partial \bar{\sigma} \otimes d\sigma > 0 \\ d\epsilon^p = 0, \partial f / \partial \bar{\sigma} \otimes d\sigma < 0 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

当有塑性应变产生时，次加载面是在增大的；相反，没有塑性应变时，次加载面是在减小的，即弹性卸载。换言之，次加载面在缩小到相似中心面之前的过程中，不产生塑性应变，当应力超过相似中心的位置后，次加载面再次扩大，则产生塑性变形。因此，该模型的加卸载阶段一般都是先弹性阶段，后弹塑性阶段，区别于传统的屈服面。

3.2.2 相似比 R 的求解

相似比 R 可以根据 $R = f(\hat{\sigma}) / F(H)$ 求解, 然而 $\hat{\sigma} = \bar{\sigma} + R\hat{s}$ 包含了 R , 因此需联合求解, 即

$$f(\hat{\sigma}) = f(\bar{\sigma} + R\hat{s}) = \alpha \text{tr}(\bar{\sigma} + R\hat{s})g(\theta) + \sqrt{1/2} \|\bar{\sigma}' + R\hat{s}'\| = RF(H)g(\theta) \quad (24)$$

式中: tr 为迹。变换式(24), 可得相似比 R 为

$$R = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (25)$$

其中,

$$a = g(\theta)^2 F(H)^2 - 6F(H)g(\theta)^2 \alpha \hat{s}_m + 9g(\theta)^2 \alpha^2 \hat{s}_m^2 - 1/2 \|\hat{s}'\|^2 \quad (26)$$

$$b = -6F(H)\alpha g(\theta)^2 \bar{\sigma}_m + 18\alpha^2 g(\theta)^2 \bar{\sigma}_m \hat{s}_m - (\bar{\sigma}' \otimes \hat{s}') \quad (27)$$

$$c = 9\alpha^2 g(\theta)^2 \bar{\sigma}_m^2 - 1/2 \|\bar{\sigma}'\|^2 \quad (28)$$

式中: \hat{s}_m 为 \hat{s} 的平均值, $\bar{\sigma}_m$ 为 $\bar{\sigma}$ 的平均值。

4 参数的影响

基于修正 D-P 准则的次加载面模型的参数有 $E, \nu, c, \phi, b, \theta, H, a, r, u, C$ 和 χ 这 12 个参数(E, ν 分别为弹性模量和泊松比), 其中前 6 个是根据静力单轴试验和边界条件即可确定, H, a 和 r 为硬化参数(H 为等向硬化参数, a 和 r 为随动硬化参数), 可以根据应力-应变曲线求得, 后面 3 个参数 u, C 和 χ 是次加载面模型所特有的参数, u 是控制应力点向正常屈服状态靠近的速率的参数, 由中等变形速率的应力-应变曲线的斜率初步确定。 C 的大小则影响滞回圈的宽度。 χ 是最大相似中心面与正常屈服面的比值, 其值不超过 1。由于 u 和 C 之间存在交叉, 这 2 个参数目前只能按试错法进行确定, 需依据加载、卸载、再加载应力路径的三轴试验结果对其进行不断的调整, 直到较好地拟合应力-应变曲线为止^[27]。因此有必要对 u, C 和 χ 三个参数进行分析。

对于一个 100 mm×100 mm×100 mm 的立方体岩石, 采用单轴加卸载方式, 先加载到 4.8 MPa, 之后再加载频率为 1 Hz、幅值为 3 MPa 的半正弦波, 加载次数为 6 次, 加载应力路径如图 7 所示, 其常规参数如表 1 所示。

利用该模型对上述应力路径下岩石的响应进行模拟, 可以得出应力-应变曲线、应变随时间的变化曲线和相似比 R 随应变的变化过程分别如图 8~10 所示。

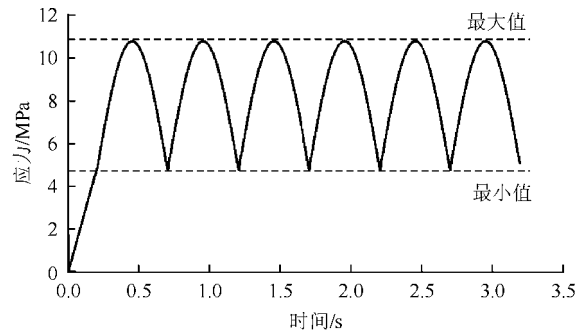


图 7 加载应力路径

Fig.7 Curve of loading stress path

表 1 常规参数

Table 1 General parameters

E/Pa	ν	c/Pa	$\phi/(\circ)$	b	$\theta/(\circ)$	H	a	r	u	C	χ
1.2×10^{10}	0.2	4×10^6	30	0.75	30	1	0	0.5	3×10^2	1×10^3	0.7

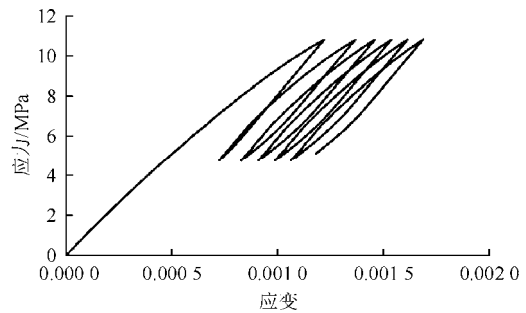


图 8 应力-应变曲线

Fig.8 Stress-strain curve

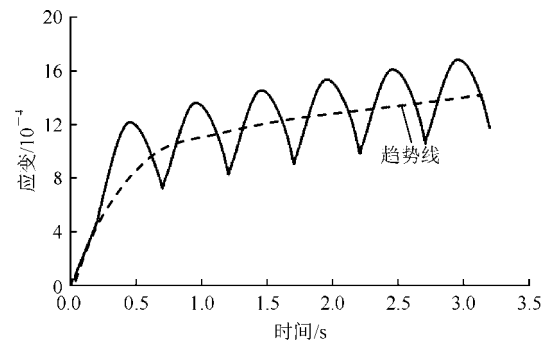


图 9 应变随时间的变化曲线

Fig.9 Time curves of strain

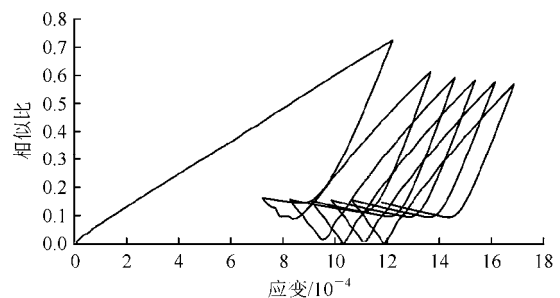


图 10 相似比 R 随应变的变化过程

Fig.10 Variation of similarity ratio R with strain

从图 8 可以看出，在卸载过程与再加载均有塑性变形产生，从而形成了滞回圈，说明该模型能反映岩石曼辛效应；图 9 表明随着加载次数的增加，累计塑性应变也在相应地增加，说明该模型同样也能反映岩石棘轮效应。卸载曲线的初始阶段是弹性回弹，当卸载到一定程度才产生塑性变形，同样，再加载曲线的初始阶段也是弹性加载，只有加载到一定程度才产生塑性变形，正好验证了上述结论。因此该模型在加、卸载过程中都有一定的塑性变形产生，与岩石实际变形特性是一致的。

利用上述参数为基点，分别改变 u 、 C 和 χ 三个参数的大小，可以得出参数对次加载面模型的影响，如图 11 所示。

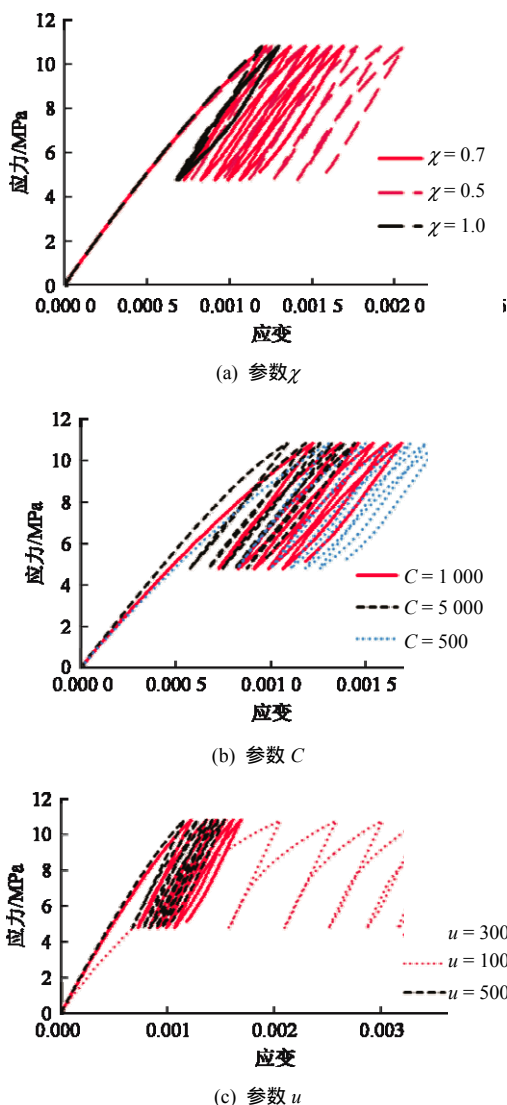


图 11 参数对次加载面模型的影响
Fig.11 Effect of parameters on subloading surface

从图 11(a)可以看出，参数 χ 基本上不影响岩石的加载斜率，而是影响滞回圈的大小及累积塑性应变

变， χ 值越大，累积塑性应变也越大，但滞回圈的大小则相对较小，然而当其为 1 时，累计塑性应变维持在一个值，且滞回圈基本上保持不变；参数 C 影响着岩石的塑性模量， C 值越大，塑性模量越大，但 C 值接近于无穷大时，塑性模量与弹性模量相当，即该模型与传统的弹塑性模量一致，相反， C 值越小，塑性模量则越小，产生的累积塑性应变也越大，滞回圈的大小也相应地增大；参数 u 对塑性模量的影响与参数 C 类似，只是 u 的影响比 C 的影响要大，此外，当 u 值降到一定程度时，累积塑性应变则大幅增加，相应的滞回圈的大小则随着加载次数的增加而逐渐增大，且增加的幅度也较大。

5 岩石试验数据验证

(1) 模型材料

以大岗山水电站地下洞室 II 类围岩为原型材料，假设其特征单元尺寸为 15 m，模型尺寸为 150 mm，其几何比尺取 100。模型材料是由铁精粉，重晶石粉，石英砂，石膏，水为主要模型材料，根据实验结果确定满足力学相似条件的材料配比为 176 264 66 50 60。模型试验加载应力路径如图 12 所示，其中，加载力为正弦波，平均轴向力为 20 kN，振幅为 27 kN，频率为 1 Hz。模型材料参数如表 2 所示，次加载面模拟结果与模型材料试验数据的对比如图 13 所示。

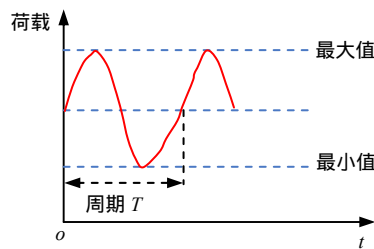


图 12 模型试验加载应力路径
Fig.12 Loading stress path of model test

表 2 模型材料参数

Table 2 Parameters of model material

E/Pa	ν	c/Pa	$\phi/(\text{°})$	b	$\theta/(\text{°})$	H	a	r	u	C	χ
1.9×10^9	0.25	1.5×10^6	30	0.75	30	1	30	0.5	80	10	0.2

从图 13 可以看出，该模型基本上能反映模型材料在循环加卸载下的响应。由于该模型在滞回圈模拟上是随着加载次数逐渐增大，最后趋于稳定，因此在滞回圈大小方面模拟不是很好，但是在累积应变方面能较好地反映。

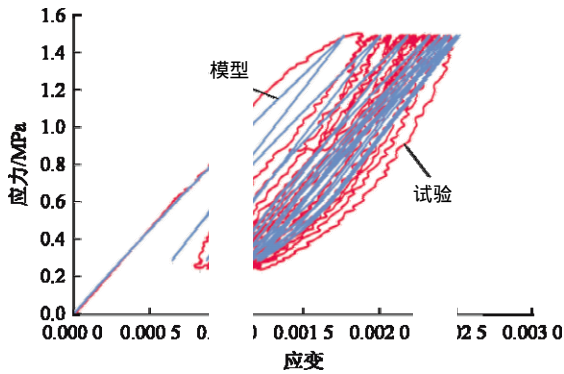


图 13 次加载面模拟结果与模型材料试验数据的对比
Fig.13 Comparison between the simulation result with subloading surface model and the testing data of model material

(2) 玄武岩

采用圆柱形玄武岩试样，直径是 48.58 mm，高度是 99.92 mm，在中国科学院武汉岩土力学研究所自行研制的 RDT-10000 型岩石高压动三轴试验系统进行动态压缩试验。围压为 20 MPa，加载波形为正弦波，幅值为 65 MPa，频率为 1 Hz。利用该模型及传统的 D-P 屈服准则分别对其进行模拟，并与试验数据进行对比。玄武岩参数如表 3 所示，次加载面模拟结果及传统的 D-P 屈服准则与玄武岩试验数据的对比如图 14 所示。

表 3 玄武岩参数
Table 3 Parameters of basalt

E/Pa	ν	c/Pa	$\phi/(\text{°})$	b	$\theta/(\text{°})$	H	a	r	u	C	χ
3.2×10^{10}	0.2	6.4×10^6	50	0.75	30	1	0	0.5	8×10^2	1×10^2	0.7

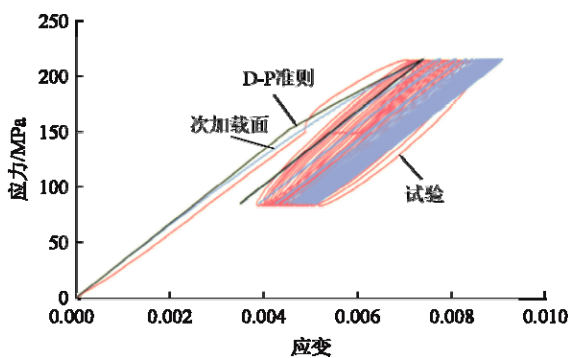


图 14 次加载面模拟结果及传统的 D-P 屈服准则与玄武岩试验数据的对比
Fig.14 Comparison between the simulation result with subloading surface model and traditional Drucker-Prager yield criterion with the testing data of basalt

从图 14 可以看出，该模型基本上能模拟玄武岩在循环加卸载下的响应。与传统的 D-P 屈服准则相

比，该准则在弹性阶段到弹塑性阶段是平滑过渡的，且随着加载次数的增加，累积塑性应变是在逐渐增加的，同时也能形成滞回圈。

6 结论

通过把 D-P 屈服准则与次加载面理论结合，建立了反映岩石材料的循环加卸载模型，并与试验数据进行了对比，得到了一些有益的认识：

(1) 考虑岩石在三轴压缩状态下和在三轴伸长状态下不同的强度特性，本文引入了一种角隅模型。该角隅模型可以很好地反映岩石的应力角效应。随着 b 值变化，偏平面上的屈服线的大小也在变化，并保持着外凸和光滑性，当 $b = 1$ 时，即为传统的 D-P 准则。

(2) 参数 χ 基本上不影响岩石的加载斜率，而是影响滞回圈的大小及累积塑性应变， χ 值越大，累积塑性应变也越大，但滞回圈的大小则相对较小；参数 C 影响着岩石的塑性模量， C 值越大，塑性模量越大，但 C 值接近于无穷大时，该模型与传统的弹塑性模量一致；参数 u 对塑性模量的影响与参数 C 类似，只是 u 的影响比 C 的影响要大。

(3) 通过数值模拟与岩石模型材料和玄武岩的循环荷载试验进行对比，发现该模型能较好地描述岩石的曼辛效应和棘轮效应，说明基于循环加卸载的次加载面模型可以运用到岩石中。

(4) 在滞回圈大小方面，该模型还不能较好地模拟；此外，对于岩石在动力问题上的应变率效应及相应的损伤效应，该模型也没有考虑，因此这些问题都是进一步研究的方向。

参考文献(References)：

[1] 刘建峰, 徐进, 李青松, 等. 循环荷载下岩石阻尼参数测试的试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(5): 1036-1041. (LIU Jianfeng, XU Jin, LI Qingsong, et al. Experimental research on damping parameters of rock under cyclic loading[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(5): 1036-1041. (in Chinese))

[2] 刘建峰, 谢和平, 徐进, 等. 循环荷载作用下岩石阻尼特性的试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(4): 712-717. (LIU Jianfeng, XIE Heping, XU Jin, et al. Experimental study on damping characteristics of rock under cyclic loading[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(4): 712-717. (in Chinese))

[3] 刘建峰, 谢和平, 徐进, 等. 循环荷载下岩石变形参数和阻尼参

- 数探讨[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(4): 770–777.(LIU Jianfeng, XIE Heping, XU Jin, et al. Discussion on deformation and damping parameters of rock under cyclic loading[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(4): 770–777.(in Chinese))
- [4] 陈运平, 王思敬. 多级循环荷载下饱和岩石的弹塑性响应[J]. 岩土力学, 2010, 31(4): 1 030–1 034.(CHEN Yunping, WANG Sijing. Elastoplastic response of saturated rocks subjected to multilevel cyclic loading[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(4): 1 030–1 034.(in Chinese))
- [5] 陈运平, 席道瑛, 薛彦伟. 循环荷载下饱和岩石的滞后和衰减[J]. 地球物理学报, 2004, 47(4): 672–679.(CHEN Yunping, XI Daoying, XUE Yanwei. Hysteresis and attenuation of saturated rocks under cyclic loading[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2004, 47(4): 672–679.(in Chinese))
- [6] 陈运平, 王思敬, 王恩志. 岩石应力–应变滞后现象的定量研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(增 2): 4 066–4 073.(CHEN Yunping, WANG Sijing, WANG Enzhi. Quantitative study on stress-strain hysteretic behaviors in rocks[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(Supp.2): 4 066–4 073.(in Chinese))
- [7] 许江, 尹光志, 王鸿, 等. 不同应力水平时砂岩滞回曲线演化的实验研究[J]. 重庆建筑大学学报, 2006, 28(2): 40–42.(XU Jiang, YIN Guangzhi, WANG Hong, et al. Experimental research on the evolution of hysteresis curve of rock in different axial stress levels[J]. Journal of Chongqing Jianzhu University, 2006, 28(2): 40–42.(in Chinese))
- [8] 张媛, 许江, 杨红伟, 等. 循环荷载作用下围压对砂岩滞回环演化规律的影响[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(2): 320–326.(ZHANG Yuan, XU Jiang, YANG Hongwei, et al. Effect of confining pressure on evolution law of hysteresis loop of sandstone under cyclic loading[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, 30(2): 320–326.(in Chinese))
- [9] 韩彝, 刘平. 循环荷载作用下岩石疲劳变形及特性试验研究[J]. 土工基础, 2013, 27(6): 131–133.(HAN Ben, LIU Ping. Experimental study of the fatigue deformation of rock samples under cyclic loadings[J]. Soil Engineering and Foundation, 2013, 27(6): 131–133.(in Chinese))
- [10] 肖建清, 丁德馨, 徐根, 等. 常幅循环荷载下岩石的变形特性[J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2010, 41(2): 685–691.(XIAO Jianqing, DING Dexin, XU Gen, et al. Deformation characteristics of rock under constant amplitude cyclic loading[J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2010, 41(2): 685–691.(in Chinese))
- [11] 朱珍德, 孙林柱, 王明洋. 不同频率循环荷载作用下岩石阻尼比试验与变形破坏机制微观分析[J]. 岩土力学, 2010, 31(增 1): 8–12.(ZHU Zhende, SUN Linzhu, WANG Mingyang. Damping ratio experiment and mesomechanical analysis of deformation failure mechanism on rock under different frequency cyclic loadings[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(Supp.1): 8–12.(in Chinese))
- [12] 朱明礼, 朱珍德, 李刚, 等. 循环荷载作用下花岗岩动力特性试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(12): 2 520–2 526.(ZHU Mingli, ZHU Zhende, LI Gang, et al. Experimental study of dynamic characteristics of granite under cyclic loading[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, 28(12): 2 520–2 526.(in Chinese))
- [13] 马林建, 刘新宇, 许宏发, 等. 循环荷载作用下盐岩三轴变形和强度特性试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(4): 849–856.(MA Linjian, LIU Xinyu, XU Hongfa, et al. Deformation and strength properties of rock salt subjected to triaxial compression with cyclic loading[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, 32(4): 849–856.(in Chinese))
- [14] 曹文贵, 赵衡, 张玲, 等. 恒应变率下的岩石三轴动态变形过程模拟方法[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(11): 1 658–1 664.(CAO Wengui, ZHAO Heng, ZHANG Ling, et al. Simulation method of dynamic triaxial deformation process for rock under invariable strain rate[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(11): 1 658–1 664.(in Chinese))
- [15] 刘红岩, 吕淑然, 张力民. 基于组合模型法的贯通节理岩体动态损伤本构模型[J]. 岩土工程学报, 2014, 36(10): 1 814–1 821.(LIU Hongyan, LÜ Shuran, ZHANG Limin. Dynamic damage constitutive model for persistent jointed rock mass based on combination model method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, 36(10): 1 814–1 821.(in Chinese))
- [16] 刘恩龙, 张建海, 何思明, 等. 循环荷载作用下岩石的多元介质模型[J]. 重庆理工大学学报: 自然科学, 2013, 27(9): 6–11.(LIU Enlong, ZHANG Jianhai, HE Siming, et al. Binary medium model of rock subjected to cyclic loading[J]. Journal of Chongqing University of Technology: Natural Science, 2013, 27(9): 6–11.(in Chinese))
- [17] 莫海鸿. 岩石的循环试验及本构关系的研究[J]. 岩石力学与工程学报, 1988, 7(3): 215–224.(MO Haihong. Investigation of cyclic loading tests and constitutive relation of rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1988, 7(3): 215–224.(in Chinese))
- [18] 孙道远, 温丹, 施行觉. 岩石非弹性特性的内时理论模型[J]. 实验力学, 2004, 19(3): 292–300.(SUN Daoyuan, WEN Dan, SHI Xingjue. An endochronic model for anelasticity in rock[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2004, 19(3): 292–300.(in Chinese))
- [19] 陈运平, 刘干斌, 姚海林. 岩石滞回非线性弹性模拟的研究[J]. 岩

- 土力学, 2006, 27(3): 341–347.(CHEN Yunping, LIU Ganbin, YAO Hailin. Study on simulation for hysteretic nonlinear elasticity of rock[J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27(3): 341–347.(in Chinese))
- [20] 易良坤, 席道瑛, 刘小燕. 孔隙介质热弛豫激活波动理论[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(5): 803–806.(YI Liangkun, XI Daoying, LIU Xiaoyan. Thermal attenuation reactivated wave theory in porous media[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(5): 803–806.(in Chinese))
- [21] HASHIGUCHI K, TSUTSUMI S. Elastoplastic constitutive equation with tangential stress rate effect[J]. International Journal of Plasticity, 2001, 17: 117–145.
- [22] HASHIGUCHI K. Generalized plastic flow rule[J]. International Journal of Plasticity, 2005, 21: 321–351.
- [23] HASHIGUCHI K, OKAYASU T, SAITOH K. Rate-dependent inelastic constitutive equation: the extension of elastoplasticity[J]. International Journal of Plasticity, 2005, 21: 463–491.
- [24] TSUTSUMI A S, HASHIGUCHI K. General non-proportional loading behavior of soils[J]. International Journal of Plasticity, 2005, 21: 1941–1969.
- [25] 孔亮, 花丽坤, 王燕昌. 次加载面理论及其在土体循环塑性模型中的应用[J]. 宁夏大学学报: 自然科学版, 2003, 24(1): 50–56.(KONG Liang, HUA Likun, WANG Yanchang. The subloading surface theory and its application to the cyclic plastic model for soil[J]. Journal of Ningxia University: Natural Science, 2003, 24(1): 50–56.(in Chinese))
- [26] 孔亮, 郑颖人, 姚仰平. 基于广义塑性力学的土体次加载面循环塑性模型(I): 理论与模型[J]. 岩土力学, 2003, 24(2): 141–145.(KONG Liang, ZHENG Yingren, YAO Yangping. Subloading surface cyclic plastic model for soil based on Generalized plasticity(I): Theory and model[J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, 24(2): 141–145.(in Chinese))
- [27] 孔亮, 郑颖人, 姚仰平. 基于广义塑性力学的土体次加载面循环塑性模型(II): 理论与模型[J]. 岩土力学, 2003, 24(3): 349–354.(KONG Liang, ZHENG Yingren, YAO Yangping. Subloading surface cyclic plastic model for soil based on Generalized plasticity(II): Theory and model[J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, 24(3): 349–354.(in Chinese))
- [28] 黄杰, 李持庆. 超固结土塑性次加载面模型数值实施及应用[J]. 水利与建筑工程学报, 2012, 10(6): 40–43.(HUANG Jie, LI Chiqing. Numerical implementation and application of plastic sub-loading surface model for over-consolidated soils[J]. Journal of Water Resources and Architectural Engineering, 2012, 10(6): 40–43.(in Chinese))
- [29] 徐舜华, 郑刚, 刘富勤. 砂土的次加载面动本构模型[J]. 武汉理工大学学报, 2010, 32(1): 152–157.(XU Shunhua, ZHENG Gang, LIU Fuqin. Subloading surface constitutive model of sands[J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2010, 32(1): 152–157.(in Chinese))
- [30] 于雷, 王建华. 修正的饱和黏土次加载面模型[J]. 低温建筑技术, 2014, (1): 93–96.(YU Lei, WANG Jianhua. A subloading surface model for cyclic behavior of saturated clay[J]. Low Temperature Architecture Technology, 2014, (1): 93–96.(in Chinese))
- [31] 马晓丽. 循环加载条件下混凝土的次加载面模型的研究[硕士学位论文][D]. 北京: 北京交通大学, 2012.(MA Xiaoli. Subloading surface model for concrete under cyclic loading conditions[M. S. Thesis][D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2012.(in Chinese))
- [32] 伍大鹏. 混凝土在循环荷载作用下的次加载面模型[硕士学位论文][D]. 北京: 北京交通大学, 2012.(WU Dapeng. The sub-loading surface model of concrete under cyclic loading[M. S. Thesis][D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2012.(in Chinese))
- [33] 郑颖人, 沈珠江, 龚晓南. 广义塑性力学——岩土塑性力学原理[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2011: 63–91.(ZHENG Yinren, SHEN Zhujiang, GONG Xiaonan. The generalized plastic mechanics—geotechnical plastic mechanics principle[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2011: 63–91.(in Chinese))
- [34] HASHIGUCHI K. Elastoplasticity theory[M]. 2nd ed. Berlin Heidelberg: Springer, 2014: 214–215.
- [35] 白冰, 李小春, 石露, 等. 基于虚强度参数的塑性硬化模式[J]. 长江科学院院报, 2012, 29(8): 24–28.(BAI Bing, LI Xiaochun, SHI Lu, et al. A plastic hardening mode based on virtual strength parameters[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2012, 29(8): 24–28.(in Chinese))
- [36] AUBERTIN M, LI L, SIMON R, et al. Formulation and application of a short-term strength criterion for isotropic rocks[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1999, 36(5): 947–960.
- [37] TAKAHASHI M, KOIDE H. Effect of the intermediate principal stress on strength and deformation behavior of sedimentary rocks at the depth shallower than 2 000 m[C]// Proceedings of Rock at Great Depth. Rotterdam: Balkema, 1989: 19–26.
- [38] MOGI K. Fracture and flow of rocks under high triaxial compression[J]. Journal of Geophysical Research Atmospheres, 1971, 76(5): 1255–1269.
- [39] 高延法, 陶振宇. 岩石强度准则的真三轴压力试验与分析[J]. 岩土工程学报, 1993, 15(4): 26–32.(GAO Yanfa, TAO Zhenyu. True triaxial tests and analyses of rock strength criteria[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1993, 15(4): 26–32.(in Chinese))