

DOI : 10.11779/CJGE201509003

低温冻结岩体单裂隙冻胀力与数值计算研究

刘泉声^{1,2}, 黄诗冰¹, 康永水¹, 潘阳³, 崔先泽¹

(1. 中国科学院武汉岩土力学研究所岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071; 2. 武汉大学水工岩石力学教育部重点实验室, 湖北 武汉 430072; 3. 济南市人防建筑设计研究院有限责任公司, 山东 济南 250014)

摘要: 寒区岩体工程中含水裂隙随温度降低会发生水冰相变产生冻胀力, 内部冻胀力会驱动裂隙发生型扩展, 从单裂隙入手, 基于弹性力学、渗流力学和相变理论, 建立了考虑水分迁移下的冻胀力求解模型, 冻胀力不仅随着水分迁移通量的增加而迅速降低, 还与岩石基质以及冰体的力学强度参数有关。采用等效热膨胀系数法对低温裂隙中水冰相变下热力耦合应力场进行了模拟分析, 并与理论模型计算结果进行对比, 结果表明冻胀力解析解与数值解吻合较好; 结合断裂力学, 利用应力外推法得出了裂隙尖端应力强度因子的数值解, 与理论解析解及半解析解也具有较好的一致性, 最后通过实例验证了等效热膨胀系数法的可靠性, 可为研究低温裂隙岩体冻融损伤与裂隙扩展研究提供参考。

关键词: 裂隙岩体; 冻胀力; 水分迁移; 热力耦合; 应力强度因子

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2015)09-1572-09

作者简介: 刘泉声(1962-), 男, 博士, 1983年毕业于山东矿业学院矿山建设专业, 现任研究员、博士生导师, 主要从事岩土工程方面的教学与研究工作。E-mail: liuqs@whrsm.ac.cn.

Numerical and theoretical studies on frost heaving pressure in a single fracture of frozen rock mass under low temperature

LIU Quan-sheng^{1,2}, HUANG Shi-bing¹, KANG Yong-shui¹, PAN Yang³, CUI Xian-ze¹

(1. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China; 2. Key Laboratory of Rock Mechanics in Hydraulic Structural Engineering of Ministry of Education, Wuhan University, Wuhan 430072, China; 3. Jinan Air Defence Architectural Design and Research Institute Co., Ltd., Jinan 250014, China)

Abstract: The frost heaving pressure is induced by water-ice phase transition in water-bearing crack for rock mass at low temperature, which may cause mode crack propagation. Based on the elastic mechanics, seepage mechanics and phase transition theory, an analytical model for frost heaving pressure in a single fracture is established considering moisture migration. This pressure not only reduces rapidly with the increase of moisture migration flux, but also changes with the mechanical parameters of rock and ice. The crack-tip stress fields under coupled thermal-mechanical condition are simulated by the method of equivalent coefficient of thermal expansion considering water-ice phase transition in crack under low temperature. The numerical solutions of frost heaving pressure and crack-tip stresses are compared with the calculated values from theoretical model. The results show that the analytical solutions are in good agreement with the numerical ones. Then the based on with the fracture mechanics, by using the stress extrapolation method, the numerical solutions of stress intensity factor are obtained, which also coincide well with the analytical and semi-analytical ones. Finally, the numerical simulation method of using the equivalent coefficient of thermal expansion is validated by an example. This study can be a reference for further studies on the damage mechanism and frost propagation of fractured rock mass under freeze-thaw.

Key words: fractured rock mass; frost heaving pressure; water migration; thermal-mechanical coupling; stress intensity factor

0 引言

寒区岩体工程建设涉及到裂隙岩体冻融损伤问题, 如寒区隧道经常出现衬砌冻胀开裂、喷浆层剥落、顶板挂冰以及洞口处的热融滑塌等低温冻胀病害^[1]。裂隙岩体的冻融损伤主要表现为裂隙的萌生、扩展与贯通等不连续变形行为, 冻胀力作为寒区岩体裂隙冻

胀扩展的主要驱动力决定了岩体的冻融损伤程度, 对于饱和低渗透性岩体而言裂隙中会产生巨大的冻胀力^[2]。在冻胀力的作用下裂隙网络演化发展对寒区工

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(41130742); 国家自然科学基金青年基金项目(41302237)

收稿日期: 2014-10-29

*通讯作者

程体的稳定性构成了极大威胁, 然而国内外对完整岩石多次冻融损伤力学试验以及评价模型研究较多, 对裂隙岩体冻胀力量值与冻胀扩展过程研究却很少。

李杰林等^[3]、周科平等^[4-5]、许玉娟等^[6]利用核磁共振技术对冻融循环下完整岩石损伤过程中的孔隙率变化和像图分布进行了深入的研究, 岩石的孔隙率随着冻融循环次数的增加而不断增大; 杨更社等^[7-9]利用 CT 扫描技术也对岩石的冻融损伤过程进行了长期的试验和模型研究, CT 扫描技术可直接唯象观测岩体冻融裂隙扩展, 为研究裂隙岩体冻融损伤与扩展提供了新方法; 张慧梅等^[10]基于概率分布理论建立了岩体冻融受荷耦合损伤模型。此外, 各种冻融循环后的力学试验也开展较多, 如多次冻融循环后的单轴拉伸试验、单轴压缩试验、三轴压缩试验等, 但以上都是基于完整岩石的冻融损伤研究。

对于裂隙岩体冻融损伤问题刘泉声等^[11]将研究状况分为相变过程、低温多场耦合、冻融损伤模型以及数值分析 4 个方面, 现有文献少见对冻胀力求解以及冻胀力下岩体裂隙扩展问题进行的研究。谭贤君等^[12]建立了含相变低温岩体的水热耦合模型, 但同样忽略了裂隙的影响; 徐彬等^[13]对低温液化石油气围岩裂隙开裂问题进行了研究, 但主要是考虑温度应力, 没有涉及裂隙水相变; 李新平等^[14]、路亚妮等^[15]通过预制裂隙的方法进行了大量裂隙岩体冻融循环力学试验研究, 对裂隙的扩展、贯通机制进行了讨论分析, 建立了裂隙岩体冻融受荷损伤模型; 任建喜^[16]进行了冻结裂隙岩体加载与卸载力学试验, 卸荷时冻结裂隙岩体破坏具有较强的突发性, 裂隙区的损伤较完整区域严重很多。裂隙岩体冻胀扩展研究离不开冻胀力的求解问题, 目前为止对于裂隙中冻胀力的研究多是基于室内冻融试验测试。Davidson 等^[17]和 Winkler^[18]分别通过试验对岩体裂隙和孔隙中水冰相变产生的膨胀压力进行了研究, 但测试结果相差巨大, 其根本原因是冻结过程中水分迁移状况不清楚。Arosio 等^[19]对室内岩体中的预制饱水裂隙进行了冻胀力测试, 实测得到在 -4℃ 时开口裂隙中的冰压力最大, 达到了 5 MPa。

笔者的团队^[20]近几年对裂隙岩体的冻融损伤机制、冻胀力量值及冻胀扩展相关影响因素进行了系统研究, 认为裂隙中冻胀力与冻胀扩展问题研究的主要难点有以下几个方面: 试验方法单一(以含裂隙岩体冻融循环力学试验为主), 测量手段不足(无法获取天然含水裂隙中的冻胀力), 数值模拟方法不成熟(考虑低温水冰相变与 THM 耦合下的裂纹扩展模拟问题)以及主要关联因素众多(水分迁移、岩石物理力学性质、裂隙几何形态等等)。事实上, 低温裂隙岩体冻胀扩展与损伤演化涉及到水冰相变下的热水力耦合问

题, 温度降低到冻结点以下, 裂隙水发生相变体积膨胀 9%, 从而产生冻胀力, 但在冻结的同时冻胀力驱动裂隙水向外发生迁移, 水分迁移通量大小会影响冻胀力的量值, 而水分迁移通量也同时受到冻结温度和冻结速率的影响, 因而冻胀力的求解问题一直是研究裂隙岩体冻融损伤和裂隙冻胀扩展的主要难点。裂隙岩体中的热水力耦合过程如图 1 所示。

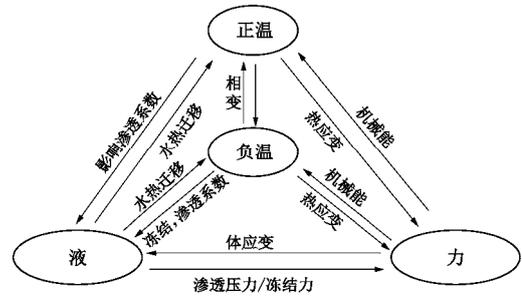


图 1 冻融条件下 THM 三场主要相互作用关系^[21]

Fig. 1 Main relationship between THM under freeze-thaw condition^[21]

因此, 本文在前人的研究基础之上, 考虑冰与裂隙的膨胀耦合关系^[22], 基于弹性力学、渗流力学、热力学以及断裂力学理论建立了考虑水分迁移下的冻胀力求解模型, 可用于计算饱和和裂隙中的冻胀力荷载; 由于水的冻结过程、水分迁移通量和裂隙面的约束都会对冻胀荷载产生直接影响, 以往数值模拟中冻胀荷载的施加缺乏有效方法, 而且往往会因为冻胀的突然发生导致计算结果收敛困难, 因此笔者尝试采用等效热膨胀系数法解决这一难题, 充分考虑水分迁移的影响对低温热力耦合下裂隙中冻胀力以及裂隙尖端冻胀应力场进行了模拟分析, 并对引起裂隙冻胀扩展的型应力强度因子进行了讨论, 最后通过实例验证了等效热膨胀系数法的可靠性, 为进一步研究低温热-水-力耦合下裂隙岩体冻融损伤以及裂隙冻胀扩展机制提供参考。

1 低温岩体裂隙冻胀力解析模型

1.1 模型假定

冻胀力是由于低温裂隙水结冰体积膨胀引起对岩体裂隙壁产生的挤压力。为了探究裂隙中的冻胀力, 充分考虑实际工况作如下假定:

- (1) 裂隙含水饱和, 只考虑裂隙水在裂隙内迁移, 忽略岩石基质的渗透性, 裂隙中水分迁移符合立方定律。
- (2) 冰体和岩石基质均视为均质各向同性弹性介质, 裂隙水不可压缩。
- (3) 由于冰体上未冻水膜的存在^[23], 不考虑冰体与裂隙壁的摩擦力, 体积膨胀过程中裂隙水压沿迹

长方向均匀分布，如图2所示。

(4) 裂隙横断面保持椭圆形不变^[24-25]，宽度为椭圆长轴 a ，厚度为短轴 b ，且 $b \ll a$ ，裂隙横断面几何形态如图3所示。

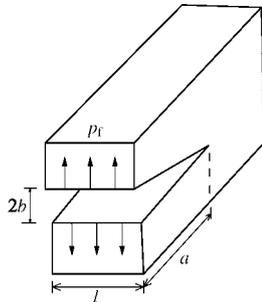


图2 假定的裂隙几何形态

Fig. 2 Assumed geometry shape of fracture

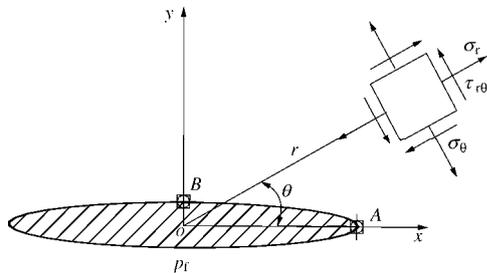


图3 裂隙横断面尖端应力场计算模型

Fig. 3 Computational model for crack cross-sectional tip stress field

1.2 水分迁移方程

冻胀过程中裂隙水压升高产生水压力梯度引起裂隙水分向外迁移(沿图2中 l 方向)，忽略自由水重力势和毛细势的影响，裂隙水流量可表示为

$$Q = 2a \int q dt = \int -\gamma \frac{4a\lambda^3 b^3}{3\mu} \frac{\partial P_f}{\partial l} dt \quad (1)$$

式中， t 为时间， Q 为时间 t 内迁出的水体积， q 为沿 l 方向单位时间通过裂隙单位宽度流量，符合立方定律 $q = [\gamma(2\lambda b)^3 / (12\mu)] \cdot (\partial P_f / \partial l)$ 。 μ 为动力黏滞系数， P_f 为冻结过程的冻胀力(冻结过程中与水压力相等)， γ 为裂隙水重度， λ 为裂隙宽度等相关的修正系数，若采用等效水力宽度修正可取 $\lambda = \sqrt[3]{3\pi/16}$ 。

1.3 体积膨胀耦合方程

裂隙已冻结段长度记为 l_f ，且有 $l_f < l$ ，在冻结段内，水冰相变在无约束条件下的体积膨胀量为

$$\Delta V_f' = \beta(V_f^0 - Q)u^T \quad (2)$$

式中， β 为自由状态下水冰相变体积膨胀系数，是无量纲的常数， u^T 为 T 温度下冻结率(%)， V_f^0 为冻结段发生冻结前裂隙容积。

冻结前裂隙容积为

$$V_f^0 = \pi a b l_f \quad (3)$$

考虑裂隙壁对冰体的约束，在均匀冻胀力 P_f 下裂隙冰体积相对于无约束时会发生压缩变形，由弹性力学可知在平面应变下体应变为

$$\varepsilon_i^v = \frac{3(1-2\nu_i^T)}{E_i^T} P_f \quad (4)$$

式中， E_i^T 为温度 T 下冰的弹性模量， ν_i^T 为冰的泊松比。

在裂隙壁约束下实际裂隙冰体积为

$$V_f = (V_f^0 - Q + \Delta V_f')(1 - \varepsilon_i^v) \quad (5)$$

冻结终了裂隙容积为

$$V_f^1 = \pi(a + \Delta a)(b + \Delta b)l_f \quad (6)$$

式中， V_f^1 为冻结段发生冻结后裂隙容积， Δa ， Δb 分别为在冻胀力下裂隙横截面长短轴变化量。

冻结终了裂隙冰将充满长度为 l_f 的裂隙段，裂隙冰的体积与裂隙容积相等，从而有膨胀耦合关系：

$$V_f = V_f^1 \quad (7)$$

可见此时关键是对裂隙几何形状扩展量的求解，对于平面椭圆形裂纹在均布内压，利用弹性力学结合复变函数理论可计算得到裂隙长短轴处位移(见图3中 A ， B 点)

经计算得长轴中心点 A 处位移为

$$u_r^A = \frac{P_f R}{2G_s^T} \left(1 - \frac{3 - \nu_s^T}{1 + \nu_s^T} m \right) \quad (8)$$

短轴中心点 B 处位移为

$$u_r^B = \frac{P_f R}{2G_s^T} \left(\frac{3 - \nu_s^T}{1 + \nu_s^T} m + 1 \right) \quad (9)$$

式中， $G_s^T = E_s^T / (1 - \nu_s^T) / 2$ 为温度 T 下岩石的剪切模量， E_s^T ， ν_s^T 为温度 T 下岩石的弹性模量与泊松比。其中 $m = (a-b)/(a+b)$ ， $R = (a+b)/2$ ，在 $b \ll a$ 时忽略裂隙宽度，则有 $m = 1$ ， $R = a/2$ 。

因而短轴中心处的裂隙宽度变化简化为

$$\Delta b = u_r^B = \frac{P_f}{G_s^T} \frac{a}{1 + \nu_s^T} \quad (10)$$

长轴中心处的裂隙变化简化为

$$\Delta a = u_r^A = -\frac{P_f}{2G_s^T} \frac{a(1 - \nu_s^T)}{1 + \nu_s^T} \quad (11)$$

当 $b \ll a$ 时，近似平直的椭圆裂隙在 x 方向长度变化 $|\Delta a| = |\Delta b|(1 - \nu_s^T) / 2$ 是一个极小量，因而可认为 $\Delta a \times \Delta b \approx 0$ ，式(6)可简化为

$$V_f^1 = \pi(ab + a\Delta b + \Delta ab)l_f \quad (12)$$

将式(10)(11)代入上式(12)有

$$V_f^1 = \pi a \left(b + \frac{P_f}{G_s^T} \frac{a}{1 + \nu_s^T} - \frac{P_f}{2G_s^T} \frac{1 - \nu_s^T}{1 + \nu_s^T} b \right) l_f \quad (13)$$

将式(2)(4)(5)(13)代入式(7)中可得

到膨胀耦合关系式:

$$[V_f^0 - Q + \beta(V_f^0 - Q)u^T] \left[1 - \frac{3(1 - 2\nu_s^T)}{E_s^T} P_f \right] = \pi a \left(b + \frac{P_f}{G_s^T} \frac{a}{1 + \nu_s^T} - \frac{P_f}{2G_s^T} \frac{1 - \nu_s^T}{1 + \nu_s^T} b \right) l_f \quad (14)$$

引入参数 ζ 来表征水分迁移通量与原有体积水的比例关系:

$$Q = \zeta V_f^0 \quad (15)$$

式中, ζ 为水分迁移通量比, 水分迁移方程的具体表达见式 (1)

将式 (3) 和上式 (15) 代入式 (14) 中得到冻胀力与岩体和冰的力学参数以及裂隙几何参数的关系式:

$$P_f = \frac{k_i - 1}{\frac{k_i}{K_i^T} + \left(\frac{a}{b} - \frac{1 - \nu_s^T}{2} \right) \frac{1}{G_s^T (1 + \nu_s^T)}} \quad (16)$$

式中, $k_i = (1 + \beta u^T)(1 - \zeta)$ 为考虑水分迁移后的裂隙水体积膨胀系数, $K_i^T = E_i^T / (1 - 2\nu_i^T) / 3$ 为裂隙冰的体积模量。

由式 (16) 可知冻胀力是与水分迁移通量、岩石和冰的力学参数以及裂隙几何参数等有关的复杂变量。由于水分迁移通量与冻结时间有关, 裂隙水的冻结时间受冻结温度以及冻结速率控制, 故冻胀力还与冻结温度和冻结速率有关, 冻结温度越低, 冻结速率越快, 水分迁移通量越小, 得到的冻胀力越大。

2 低温裂隙冻胀开裂数值分析

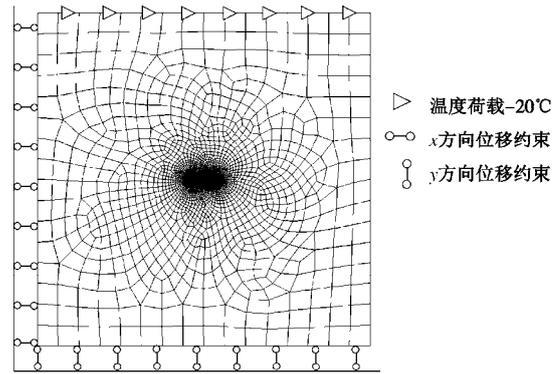
2.1 数值模型与参数取值

模型取为 0.6 m (长) × 0.6 m (宽), 裂隙横断面长 0.04 m, 裂隙短轴中心宽 0.004 m, 为平面应变状态, 保证模型尺寸为裂隙长度的 15 倍。裂隙尖端及内部利用三角形单元, 单元尺寸细化到 0.001 m, 其余区域利用四边形单元, 为避免裂隙尖端应力趋于无穷大, 采用 ANSYS 中的裂隙尖异性单元, 如图 4 (b) 所示。利用 ANSYS 中的 PLANE13 直接热力耦合单元属性进行热力耦合分析。

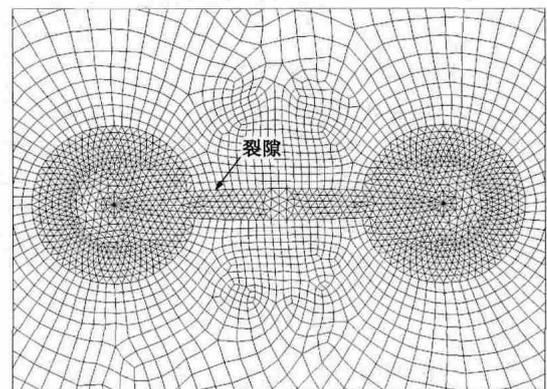
从裂隙上表面降温, 其余三边做绝热处理, 岩体初始温度取为相变临界点 0, 冻结温度为 -20。边界条件如图 4 (a) 所示。

采用等效热膨胀系数法进行裂隙水冰相变过程中热力耦合数值分析, 利用等效热膨胀系数计算得到的水冰相变膨胀体积应该与自由膨胀状态下的裂隙冰体积相等, 于是考虑水分迁移下的等效线热膨胀系数 α 可以从下式中求得

$$(1 - \alpha \Delta T)^3 = (1 + \beta u^T)(1 - \zeta) \quad (17)$$



(a) 数值计算模型边界条件



(b) 裂隙尖端附近细化网格

图 4 含水-冰单裂隙数值计算模型

Fig. 4 Numerical model for a single crack filled with water-ice

表 1 计算模型热-力学参数^[26-27]

Table 1 Thermo-mechanical parameters of model^[26-27]

介质	密度 (/kg·m ⁻³)	弹性模量 (/MPa)	泊松比	内摩擦角 (/°)
岩石	2410	10×10 ³	0.37	35
冰	917	600	0.35	20
水	1000	—	—	—

介质	黏聚力 (/MPa)	比热 (/(kJ·kg ⁻¹ · ⁻¹))	线膨胀系数 (/° ⁻¹)	导热系数 (/(W·m ⁻¹ · ⁻¹))
岩石	4.0	0.816	5.4×10 ⁻⁶	2.67
冰	3.5	1.884	—	2.2
水	—	4.2	—	0.56

考虑冻结温度对冻结率的影响, 认为裂隙水在 0 ~ T 间逐渐冻结并发生均匀膨胀变形, 裂隙水从 0 开始相变, 即相变点为 T_f=0。自由状态下水冰相变体积膨胀系数取 $\beta=0.09$, 冻结终了时有 $u^T=1$, 冻结温度取 T=-20, 于是有水冰相变温度区间为

$$\Delta T = T_f - T = 20 \quad (18)$$

式 (17) 中代入以上数值可以得到等效热膨胀系数与水分迁移通量比的关系曲线, 如图 5 所示。

2.2 冻胀力下裂隙尖端应力场分析

裂隙在仅受到内部均匀压力下, 引起裂隙开裂的

主要是裂隙尖端 $\theta=0$ 处的拉应力 $\sigma(r, 0)$ ，用直角坐标系可表示为 σ_{yy} ，如图 3 所示。

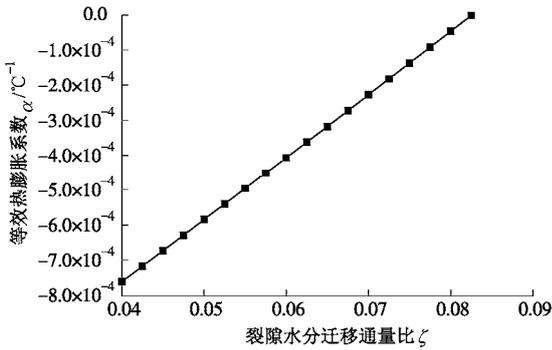


图 5 $\alpha-\zeta$ 关系曲线

Fig. 5 Relation between α and ζ

由断裂力学可知冻胀力下裂隙尖端应力场理论解析解在极坐标系下可表示为

$$\sigma(r, 0) = \begin{cases} -P_f & (r < a) \\ \frac{P_f r}{\sqrt{r^2 - a^2}} - P_f & (r > a) \end{cases}, \quad (19)$$

$$\tau(r, 0) = 0 \quad 0 < r < \infty, \quad (20)$$

式中， r, θ 为裂隙尖端附近计算点的极坐标。

从裂隙附近 y 方向主应力云图 6 可以看出，在冻胀力下裂隙尖端产生了明显的拉应力集中，水分迁移通量比 $\zeta=0.08$ 时最大拉应力达到了 2.41 MPa，而裂隙壁面上与裂隙内部冰以受压为主。远离裂隙的岩体基质中应力明显减小，说明受冻胀力影响较小。

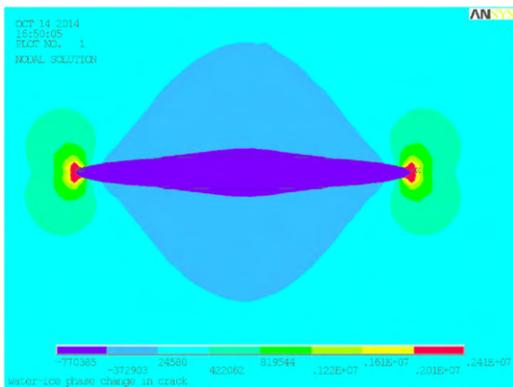


图 6 $\zeta=0.08$ 裂隙附近应力场分布云图

Fig. 6 Cloud picture of stress field distribution near crack tip at $\zeta=0.08$

利用式 (16) 和 (19) 计算得到的解析解曲线与数值计算结果绘制裂隙尖端应力场曲线如图 7 和图 8 所示，可见在不同的水分迁移通量下，裂隙尖端应力 $\sigma(r, 0)$ 解析解与数值解都符合较好，在裂隙尖端 $\sigma(r, 0)$ 数值解和解析解都出现了拉应力趋于无限大的情况；在裂隙内部，裂隙冰中的应力场分布数值解与解

析解存在一定的误差，这主要是由于数值计算时裂隙水冰相变下体积膨胀引起裂隙形状稍有改变所致，此外等效热膨胀系数模拟过程没有考虑裂隙水流动对冰体中应力场的调整作用，导致裂隙冰中的应力分布并不是理想化的均匀各向相等，但总体上裂隙冰中的应力分布差值较小。

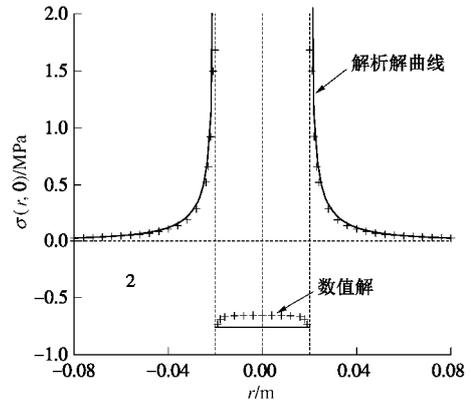


图 7 $\zeta=0.08$ 时 $\sigma(r, 0)$ 数值解与解析解对比

Fig. 7 Comparison between numerical and analytical solutions of $\sigma(r, 0)$ at $\zeta=0.08$

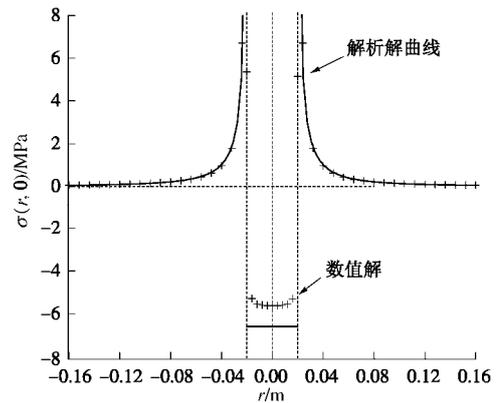


图 8 $\zeta=0.06$ 时 $\sigma(r, 0)$ 数值解与解析解对比

Fig. 8 Comparison between numerical and analytical solutions of $\sigma(r, 0)$ at $\zeta=0.06$

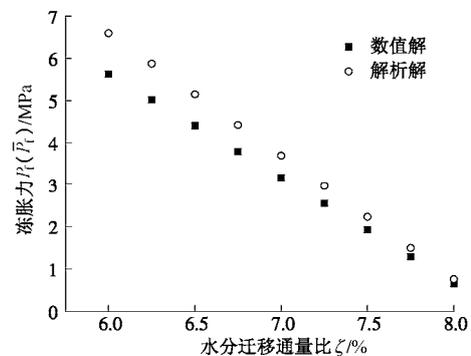


图 9 冻胀力数值解与解析解对比

Fig. 9 Comparison between numerical and analytical solutions of frost heaving pressure

此外，数值计算结果表明，裂隙冰中剪应力极小，

可认为 $\tau_{xy}=\tau_{yz}=\tau_{zx}=0$ 。从图 7 和图 8 中可以看出裂隙中的冻胀应力沿裂隙走向略有差异, 数值解差值离裂隙中心点越近其值越稳定, 可用裂隙冰中心处 y 方向上的主应力标定冻胀力, 且有 $P_f=-\sigma_{yy}=-\sigma(r, 0)$ 。

对应裂隙水迁移通量比 $\zeta=0.08$, 可得到裂隙中水冰相变冻胀力数值解为 $\bar{P}_f=-\sigma_{yy}=0.654$ MPa, 而当 $\zeta=0.06$ 时, $\bar{P}_f=5.623$ MPa (如图 7, 8 所示), 说明水分迁移对裂隙中冻胀力的量值影响较大。不同水分迁移通量下的冻胀力量值如图 9 所示, 随着水分迁移通量比降低, 冻胀力迅速增大, 且利用式 (16) 得到的冻胀力解析解与利用等效热膨胀系数法得到的数值解具有较好的一致性。

2.3 冻胀应力强度因子

由于本文裂隙中填充有水冰介质, 并非与 x 轴平行的平直裂隙, 无法使用 ANSYS 中的裂隙尖端应力强度因子直接求解命令, 此外, 裂隙尖端周围的位移场由于裂隙冰沿 x 方向也具有一定的膨胀变形, 丧失了真实性, 采用位移外推法会产生较大的误差, 故本文采用应力外推法。应力外推法与位移外推法类似, 先用有限元求得裂隙尖端领域的应力, 然后推算出裂隙尖端的应力强度因子 K 。裂隙尖端领域应力场为 (见图 3):

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad , \quad (21)$$

式中:

$$\begin{cases} f_{xx}(\theta) = \cos \frac{\theta}{2} (1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}) \\ f_{yy}(\theta) = \cos \frac{\theta}{2} (1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}) \\ f_{xy}(\theta) = \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{cases} .$$

利用数值方法求得裂隙尖端邻近应力 σ_{ij} , 结合式 (21) 可以求得裂隙尖端附近的应力强度因子 K^* :

$$K^* = \sigma_{ij}^* \sqrt{2\pi r^*} / f_{ij}(\theta^*) \quad , \quad (22)$$

式中 K^* 是裂隙尖端邻域一点 (r^*, θ^*) 的应力强度因子。

式 (22) 可以得到裂隙尖端若干点 (r^*, K^*) , 利用线性回归外推将这些点连成直线可以得到 $r^*=0$ 处的应力强度因子 K^* 。一般情况下取 $\theta^*=0^\circ$ 或 $\theta^*=90^\circ$ 计算 σ_{yy}^* , 从而可以通过下式计算 K^* :

$$K^* = \sigma_{yy}^* \sqrt{2\pi r^*} \quad . \quad (23)$$

文献[28]研究表明, 取 $\theta^*=30^\circ \sim 40^\circ$ 得到的型应力强度因子与真实值相比误差更小, 因此本文选取 $\theta^*=30^\circ$, 此时式 (22) 可简化为

$$K^* = \sigma_{yy}^* \sqrt{2\pi r^*} \cos 15^\circ (1 + \sin 15^\circ \sin 45^\circ) \quad . \quad (24)$$

当 $\zeta=0.065$ 时利用应力外推法得到的应力强度因

子计算图如图 10 所示, 采用同样的方法可以得到其他水分迁移通量下的裂隙尖端应力强度因子数值解。

由应力强度因子手册可知无限大平面在裂隙内部均布压力 P_f 下的应力强度因子解析解为^[29]

$$K = P_f \sqrt{2\pi a} \quad . \quad (25)$$

将得到的冻胀力数值解 \bar{P}_f 带入上式 (25) 可以得到裂隙尖端应力强度因子的半解析解为

$$\bar{K} = \bar{P}_f \sqrt{2\pi a} \quad . \quad (26)$$

将不同水分迁移通量下的裂隙尖端应力强度因子解析解、数值解以及半解析解对比, 如图 11 所示, 可见随着水分迁移通量比的降低裂隙尖端应力强度因子几乎成直线上升, 与冻胀力的变化规律一致, 且解析解、数值解以及半解析解符合较好。

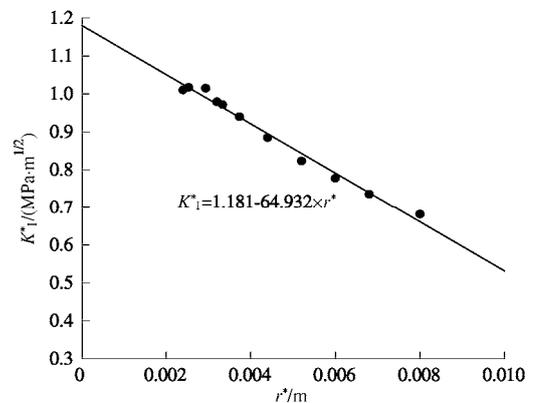


图 10 $\zeta=0.065$ 时裂隙尖端应力强度因子计算图

Fig. 10 Chart of crack tip stress intensity factor at $\zeta=0.065$

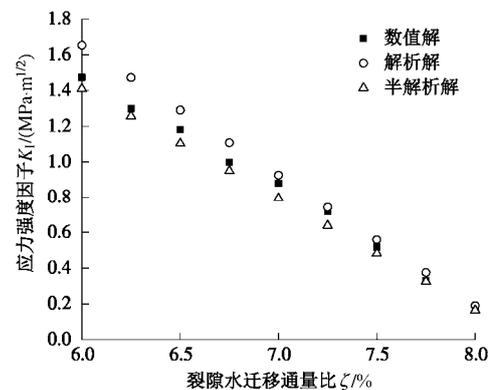


图 11 K 解析解、数值解及半解析解对比

Fig. 11 Comparison among analytical, numerical and semi-analytical solutions of K

3 实例验证

Davidson 等^[17]通过在岩样中预制平直单裂隙进行了开口饱水裂隙冻胀试验研究, 对裂隙冻结过程中的冻胀力进行了测试。试验中从裂隙开口端降温冻结, 初始温度为 0°C , 冻结温度为 -17°C 。岩块尺寸为: $m=0.07$ m, $n=0.07$ m, $l=0.32$ m; 裂隙长宽深分别为:

$l=0.032\text{ m}$, $b=0.001\text{ m}$, $a=0.025\text{ m}$; 裂隙水占裂隙深度的0.8倍,如图12所示。岩石的弹性模量与泊松比分别取值: $E_s=2.5\text{ GPa}$, $\nu_s=0.37$ 。由于缺少相应的热力学参数,而本例只是为了说明采用等效热膨胀系数法进行裂隙冻胀模拟的正确性,故岩体的热力学参数取值与表1相同。因为裂隙长度远远大于其宽度,故可以将岩块视作平面应变状态建立平面模型。沿裂隙垂直方向建立二维有限元模型,同样在裂隙尖端采用奇异性单元并进行了网格加密处理,如图13所示。因为Davidson进行的是开口裂隙冻胀试验,故冻结过程中裂隙冰在冻胀力的作用下会向裂隙开口处发生明显的挤出变形,因而在裂隙冰与裂隙壁之间设置了柔性接触;裂隙平直,可不计冰与裂隙壁的摩擦力。试验中测得水冰相变体积膨胀量为0.03,代入式(17)中可以反算出裂隙水分迁移通量比和等效热膨胀系数如下:

$$(1 - \alpha\Delta T)^3 = (1 + \beta u^T)(1 - \zeta) = 1.03 \quad (27)$$

代入相应数值可得水分迁移通量比 $\zeta = 0.055$, 等效热膨胀系数 $\alpha = 5.824 \times 10^{-4}$ 。

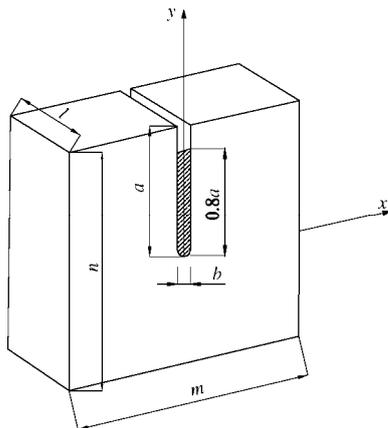


图12 单裂隙岩样尺寸示意图

Fig. 12 Sketch map for a single fracture of rock sample

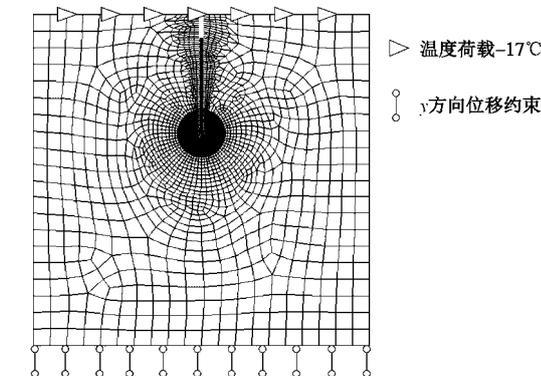


图13 开口含水-冰裂隙数值计算模型

Fig. 13 Numerical model for open crack filled with water-ice
冻结终了, Davidson 实测得到了冻胀力沿裂隙深

度方向分布值, 实测值与本文介绍的等效热膨胀系数法得到的数值解进行对比, 如图14所示。图14中纵坐标是测量点在裂隙中的相对位置, 其中裂隙最底端对应为0, 顶端对应为1。从图14可以看出, 采用等效热膨胀系数法得到的冻胀力数值解与实测结果基本上一致。由于本例中是开口裂隙, 在冻胀力下裂隙开口处的张开变形势必较裂隙底端大, 顶端的冻胀力会因此得到释放, 故裂隙底端的冻胀力较顶端大, 从裂隙顶端到底端冻胀力逐渐增大, 数值计算结果符合这一规律。

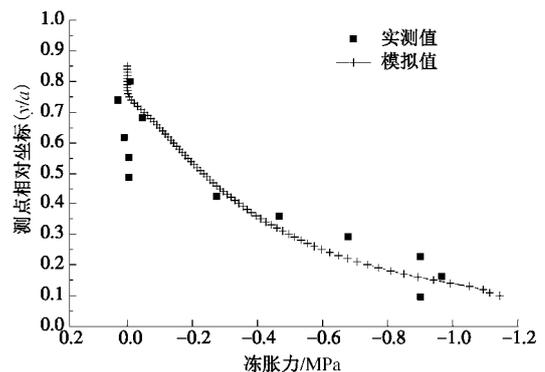


图14 冻胀力实测值与模拟值对比

Fig. 14 Comparison between experimental and simulation values of frost heaving pressure

4 结 论

裂隙岩体低温相变下的冻胀力与冻胀扩展一直是研究寒区岩体工程冻害的关键科学问题, 但由于其涉及多学科交叉, 是一个低温 THM 场强耦合问题, 故需要研究的难点较多, 关于冻岩的研究也还远未成熟。本文在前人研究基础之上对该问题进行了初步研究, 基于本文可以得出如下几点结论:

(1) 本文立足于微观尺度, 考虑水分迁移提出了冻胀力模型和求解公式, 可用来预测裂隙中冻胀力大小, 且冻胀力大小受到裂隙几何形状、岩石与冰体的力学强度、裂隙饱和度以及冻结温度与冻结速率的影响较大。

(2) 考虑饱和和裂隙中水分迁移和水冰相变特性, 利用等效热膨胀系数法对裂隙中的冻胀力和裂隙尖端冻胀应力场进行了数值模拟, 并与理论解析解进行了对比分析, 取得了较好的效果; 给出了等效热膨胀系数的计算方法, 为建立寒区岩体工程中含水裂隙网络冻胀扩展演化模拟提供了新方法。

(3) 在冻胀力作用下, 裂隙尖端发生了明显的拉应力集中, 而裂隙壁和裂隙冰中也产生了较大的压应力, 由于涉及非平直裂隙夹杂问题, 位移外推法误差较大, 利用断裂力学理论和应力外推原理, 给出了裂

隙尖端应力强度因子的数值近似解法,与理论解析解符合较好。

(4) 采用等效热膨胀系数法对 Davidson 等^[17]的裂隙冻胀试验进行了模拟分析,数值计算结果与冻胀力实测值具有较好的对应关系,变化规律一致,说明了采用等效热膨胀系数法进行裂隙冻胀模拟是可行的。

参考文献:

- [1] 罗彦斌. 寒区隧道冻害等级划分及防治技术研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2010. (LUO Yan-bin. Study on frost damage grades and its prevention and control technologies in cold region tunnel[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2010. (in Chinese))
- [2] MATSUOKA N. Microgelivation versus macrogelivation: towards bridging the gap between laboratory and field frost weathering[J]. Permafrost and Periglacial Processes, 2001, 12(3): 299 – 313.
- [3] 李杰林, 周科平, 张亚民, 等. 基于核磁共振技术的岩石孔隙结构冻融损伤试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(6): 1208 – 1214. (LI Jie-lin, ZHOU Ke-ping, ZHANG Ya-min, et al. Experimental study of rock porous structure damage characteristics under condition of freezing-thawing cycles based on nuclear magnetic resonance technique[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(6): 1208 – 1214. (in Chinese))
- [4] 周科平, 李杰林, 许玉娟, 等. 冻融循环条件下岩石核磁共振特性的试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(4): 731 – 737. (ZHOU Ke-ping, LI Jie-lin, XU Yu-juan, et al. Experimental study of NMR characteristics in rock under freezing and thawing cycles[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(4): 731 – 737. (in Chinese))
- [5] 周科平, 李杰林, 许玉娟, 等. 基于核磁共振技术的岩石孔隙结构特征测定[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2012, 43(12): 4796 – 4800. (ZHOU Ke-ping, LI Jie-lin, XU Yu-juan, et al. Measurement of rock pore structure based on NMR technology[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2012, 43(12): 4796 – 4800. (in Chinese))
- [6] 许玉娟, 周科平, 李杰林, 等. 冻融岩石核磁共振检测及冻融损伤机制分析[J]. 岩土力学, 2012, 33(10): 3001 – 3006. (XU Wen-juan, ZHOU Ke-ping, LI Jie-lin, et al. Study of rock NMR experiment and damage mechanism analysis under freeze-thaw condition [J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, 33(10): 3001 – 3006. (in Chinese))
- [7] 杨更社, 蒲毅彬, 马 巍. 寒区冻融环境条件下岩石损伤扩展研究探讨[J]. 试验力学, 2002, 17(2): 220 – 226. (YANG Geng-she, PU Yi-bin, MA Wei. Discussion on the damage propagation for the rock under the frost and thaw condition of frigid zone[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2002, 17(2): 220 – 226. (in Chinese))
- [8] 杨更社, 张全胜, 蒲毅彬. 冻融条件下岩石损伤扩展特性研究[J]. 岩土工程学报, 2005, 26(6): 838 – 842. (YANG Geng-she, ZHANG Quan-sheng, PU Yi-bin. A study on the damage propagation characteristics of rock under the frost and thaw condition[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, 26(6): 838 – 842. (in Chinese))
- [9] 杨更社, 张全胜, 任建喜, 等. 冻结速度对铜川砂岩损伤 CT 数变化规律研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(24): 4099 – 4104. (YANG Geng-she, ZHANG Quan-sheng, REN Jian-xi, et al. Study on the effect of freezing rate on the damage CT values of Tongchuan sandstone[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(24): 4099 – 4104. (in Chinese))
- [10] 张慧梅, 杨更社. 冻融与荷载耦合作用下岩石损伤模型的研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(3): 471 – 476. (ZHANG Hui-mei, YANG Geng-she. Research on damage model of rock under coupling action of freeze-thaw and load[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(3): 471 – 476. (in Chinese))
- [11] 刘泉声, 康永水, 黄 兴, 等. 裂隙岩体冻融损伤关键问题及研究状况[J]. 岩土力学, 2012, 33(4): 971 – 978. (LIU Quan-sheng, KANG Yong-shui, HUANG Xin, et al. Critical problems of freeze-thaw damage in fractured rock and their research status[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, 33(4): 971 – 978. (in Chinese))
- [12] 谭贤君, 陈卫忠, 贾善坡, 等. 含相变低温岩体水热耦合模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(7): 1455 – 1461. (TAN Xian-jun, CHEN Wei-zhong, JIA Shan-po, et al. A coupled hydro-thermal model for low temperature rock including phase change[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(7): 1455 – 1461. (in Chinese))
- [13] 徐 彬, 闫 娜, 李 宁, 等. 温降对液化石油气储库围岩裂隙开裂影响的数值分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(4): 718 – 726. (XU Bin, YAN Na, LI Ning, et al. Numerical analysis of effect of temperature decreasing on crack of chilled LPG unlined storage cavern[J]. Chinese

- Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, **30**(4): 718 – 726. (in Chinese))
- [14] 李新平, 路亚妮, 王仰君. 冻融荷载耦合作用下单裂隙岩体损伤模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, **32**(11): 2307 – 2315. (LI Xin-ping, LU Ya-ni, WANG Yang-jun. Research on damage model of single jointed rock masses under coupling action of freeze-thaw and loading[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, **32**(11): 2307 – 2315. (in Chinese))
- [15] 路亚妮, 李新平, 吴兴宏. 三轴压缩条件下冻融单裂隙岩样裂缝贯通机制[J]. 岩土力学, 2014, **35**(6): 1579 – 1584. (LU Ya-ni, LI Xin-ping, WU Xing-hong. Fracture coalescence mechanism of single flaw rock specimen due to freeze-thaw under triaxial compression[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, **35**(6): 1579 – 1584. (in Chinese))
- [16] 任建喜. 冻结裂隙岩石加卸载破坏机理 CT 实时试验[J]. 岩土工程学报, 2004, **26**(5): 641 – 644. (REN Jian-xi. Real-time CT test of damage failure mechanism of frozen cracked rock in loading and unloading condition[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, **26**(5): 641 – 644. (in Chinese))
- [17] DAVIDSON G P, NYE J F. A photoelastic study of ice pressure in rock cracks[J]. Cold Regions Science and Technology, 1985, **11**(2): 141 – 153.
- [18] WINKLER E M. Frost damage to stone and concrete: geological considerations[J]. Engineering Geology, 1968, **2**(5): 315 – 323.
- [19] AROSIO D, LONGONI L, MAZZA F, et al. Freeze-thaw cycle and rockfall monitoring[M]//Landslide Science and Practice. Springer Berlin Heidelberg, 2013: 385-390.
- [20] 刘泉声, 黄诗冰, 康永水, 等. 裂隙岩体冻融损伤研究进展与思考[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, **34**(3): 452 – 471. (LIU Quan-sheng, HUANG Shi-bing, KANG Yong-shui, et al. Advance and review on damage of fractured rock mass under freeze-thaw[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, **34**(3): 452 – 471. (in Chinese))
- [21] 刘泉声, 康永水, 刘小燕. 冻结岩体单裂隙应力场分析及热-力耦合模拟[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, **30**(2): 217 – 223. (LIU Quan-sheng, KANG Yong-shui, LIU Xiao-yan. Analysis of stress field and coupled thermo-mechanical simulation of single-fracture frozen rock masses[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, **30**(2): 217 – 225. (in Chinese))
- [22] 徐光苗, 刘泉声, 张秀丽. 冻结温度下岩体 THM 完全耦合的理论初步分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, **23**(21): 3709 – 3713. (XU Guang-miao, LIU Quan-sheng, ZHANG Xiu-li. Theoretical analysis on full thermo-hydro-mechanical coupling for rocks under freezing temperature[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, **23**(21): 3709 – 3713. (in Chinese))
- [23] DÖPPENSCHMIDT A, BUTT H J. Measuring the thickness of the liquid-like layer on ice surfaces with atomic force microscopy[J]. Langmuir, 2000, **16**(16): 6709 – 6714.
- [24] 阳友奎, 肖长富. 水力压裂裂缝形态与缝内压力分布[J]. 重庆大学学报 (自然科学版), 1995, **18**(3): 20 – 26. (YANG You-kui, XIAO Chang-fu, QIU Xian-de, et al. Fracture geometry and pressure distribution in fracture for hydrofracturing[J]. Journal of Chongqing University (Natural Science), 1995, **18**(3): 20 – 26. (in Chinese))
- [25] 李宗利, 任青文, 王亚红. 岩石与混凝土水力劈裂缝内水压分布的计算[J]. 水利学报, 2005, **36**(6): 656 – 661. (LI Zong-li, REN Qing-wen, WANG Ya-hong. Formula for water pressure distribution in rock or concrete fracture formed by hydraulic fracturing[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2005, **36**(6): 656 – 661. (in Chinese))
- [26] 张玉军. 模拟冻-融过程的热-水-应力耦合模型及数值分析[J]. 固体力学学报, 2009, **30**(4): 409 – 415. (ZHANG Yu-jun. Coupled thermo-hydro-mechanical model and numerical analysis for simulation of freezing-thawing process[J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2009, **30**(4): 409 – 415. (in Chinese))
- [27] 于天来, 袁正国, 黄美兰. 河冰力学性能试验研究[J]. 辽宁工程技术大学学报 (自然科学版), 2009, **28**(6): 937 – 940. (YU Tian-lai, YUAN Zheng-guo, HUANG Mei-lan. Experimental study on mechanical behavior of river ice[J]. Journal of Liaoning Technical University (Natural Science), 2009, **28**(6): 937 – 940. (in Chinese))
- [28] 梁拥成, 刘一华, 刘小妹. 一种确定应力强度因子的数值方法[J]. 合肥工业大学学报 (自然科学版), 2003, **26**(4): 546 – 549. (LINAG Yong-cheng, LIU Yi-hua, LIU Xiao-mei. A numerical method for determination of a stress intensity factor[J]. Journal of Hefei University of Technology (Nature Science), 2003, **26**(4): 546 – 549. (in Chinese))
- [29] 中国航空研究院. 应力强度因子手册[J]. 北京: 科学出版社, 1981. (China Research Institute of Aeronautics. Handbook of stress intensity factor[M]. Beijing: Science Press, 1981. (in Chinese))