

DDA 方法中的人工边界问题研究

付晓东, 盛 谦, 张勇慧

(中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071)

摘要: 数值分析中的人工边界可能会引入虚假的反射波, 不可避免地影响求解, 针对非连续变形分析(DDA)方法中的人工边界问题, 首先, 基于 Newmark 法推导黏性边界、黏弹性边界对 DDA 方程组的贡献; 其次, 为更好地解决地震等外源入射问题, 在 DDA 中引入了自由场边界; 最后, 为保证静、动力分析过程转换时边界的一致性, 在 DDA 中实现静动力统一边界。利用改进后的 DDA 程序进行算例分析, 结果表明: 各人工边界理论在 DDA 程序实施正确; 黏性边界能高效地吸收人工边界处的反射波, 黏弹性边界可以反映介质的弹性恢复能力; 与黏性边界相比, 两侧施加自由场边界模拟无限域运动可以减少边界的影响; 引入统一人工边界的 DDA 可以完整地模拟静、动力计算全过程。

关键词: 数值分析; 非连续变形分析; 人工边界; 黏性边界; 黏弹性边界; 自由场边界; 静动力统一边界

中图分类号: O 242

文献标识码: A

文章编号: 1000-6915(2015)05-0986-08

INVESTIGATION ON ARTIFICIAL BOUNDARY PROBLEM IN DISCONTINUOUS DEFORMATION ANALYSIS METHOD

FU Xiaodong, SHENG Qian, ZHANG Yonghui

(State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China)

Abstract: The artificial boundaries in numerical analysis may introduce fictitious scattered waves, which inevitably affect the simulation results. The artificial boundary problem in the discontinuous deformation analysis (DDA) method had been investigated in detail. Firstly, the contributions to the DDA equations for nonreflecting boundaries(including the viscous boundary and the viscoelastic boundary) were deduced based on the Newmark method. Secondly, to accurately simulate the motion due to external source wave such as earthquakes, a free-field boundary in DDA was introduced. Lastly, the unified static-dynamic boundary was implemented in DDA to ensure the consistency of the transformation of the boundaries. The analysis of examples with the improved DDA program showed that each artificial boundary theory has been correctly implemented. The viscous boundary was found to be highly effective for the absorption of the reflection wave at the artificial boundaries, and the viscoelastic boundary adequately simulated the elastic recovery of the infinite domain. The DDA model with the free-field boundaries at both sides is better than that imposed by the viscous boundary. The DDA with the unified boundary can completely simulate the static and dynamic calculation process.

Key words: numerical analysis; discontinuous deformation analysis(DDA); artificial boundaries; viscous boundary; viscoelastic boundary; free-field boundary; static-dynamic unified boundary

收稿日期: 2014-02-25; **修回日期:** 2014-07-19

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973)项目(2015CB057905); 国家自然科学基金资助项目(11272331); 国家自然科学基金重大研究计划集成项目(91215301)

作者简介: 付晓东(1986-), 男, 2009年毕业于四川大学水利水电学院农业水利工程专业, 现任助理研究员, 主要从事岩土力学领域中数值计算方面的研究工作。E-mail: xdfu@whrsm.ac.cn

DOI: 10.13722/j.cnki.jrme.2014.0176

1 引言

G. H. Shi^[1]提出的块体系统非连续变形分析 (discontinuous deformation analysis, 简称 DDA) 是一种基于岩体介质非连续性的数值模拟方法。

目前, DDA 方法中的边界处理主要采用自由端和固定点的传统方式。G. H. Shi^[1]在 DDA 程序中采用刚性弹簧强行固定边界块体, 王书法等^[2-3]采用施加方向弹簧的方式, 将其推广到一般的位移荷载边界。

对于一般的准静力问题, 传统的边界处理方法就能取得较好的计算精度。但是, 对于无限域的动力计算, 散射波从计算区域内部穿过切取的人工边界时, 需要满足无反射条件。理论上, 取足够大的计算模型可以解决该问题^[4], 但受限于计算机存储量和计算效率, 该方法在数值分析中往往难以实现。因此, 在波传播动力过程模拟中, 一般的处理方法是施加高效、准确的无反射边界。

DDA 方法中的无反射边界最早用于处理爆破问题。Y. Y. Jiao 等^[5]首先将黏性边界引入 DDA, 在块体边界上设置阻尼器。而 J. Gu 和 Z. Y. Zhao^[6]将黏性阻尼器施加到边界的整个块体上, 得到另一种黏性边界。甯尤军等^[7]在黏性边界的基础上, 在 DDA 中实现了叠加边界, 并通过算例验证了叠加边界和黏性边界对反射应力波的衰减作用。但是, H. R. Bao 等^[8]证明了 DDA 方法中已有的黏性边界并没有达到预期的吸收效果, 其效率低于有限元中的黏性边界^[9]。

为了使 DDA 方法更准确地模拟岩体工程的动力响应过程, 本文研究了 DDA 中的黏性边界、黏弹性边界、自由场边界与统一人工边界。

2 基于 Newmark 法的块体系统的运动方程

块体系统的运动条件可由拉格朗日函数表示:

$$L(\{D\}, \{\dot{D}\}) = T(\{\dot{D}\}) - V(\{D\}) \quad (1)$$

式中: $\{\dot{D}\}$, $\{D\}$ 分别为块体系统的速度与位移列阵; T , V 分别为动能与势能函数。在 DDA 中, 势能函数由块体单元的弹性应力、初始应力、点荷载、体积荷载、惯性力、点位移、块体之间的接触及锚固约束条件等部分组成。

对式(1)进行时间积分, 再由汉密尔顿原理得到拉格朗日运动方程:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \{\dot{D}\}} - \frac{\partial V}{\partial \{D\}} = 0 \quad (2)$$

展开式(2)便得到块体系统的运动方程^[10], 即

$$[M]\{\ddot{D}\} + [C]\{\dot{D}\} + [K]\{D\} = \{F\} \quad (3)$$

式中: $\{\ddot{D}\}$ 为块体系统的加速度列阵; $[M]$, $[C]$, $[K]$ 和 $\{F\}$ 分别为块体系统的质量矩阵、阻尼矩阵、刚度矩阵与荷载向量。

采用基于 Newmark 法的直接积分求解式(3), 引入如下位移、速度与加速度的关系^[11-12]:

$$\begin{aligned} \{D\}_{n+1} &= \{D\}_n + \Delta t \{\dot{D}\}_n + \int_0^{\Delta t} (\Delta t - \tau) \{\ddot{D}\} d\tau \\ \{D\}_n + \Delta t \{\dot{D}\}_n + \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \Delta t^2 \{\ddot{D}\}_n + \beta \Delta t^2 \{\ddot{D}\}_{n+1} &= \\ \{D\}_n + \Delta t \{\dot{D}\}_n + \frac{\Delta t^2}{2} [(1-2\beta)\{\ddot{D}\}_n + 2\beta\{\ddot{D}\}_{n+1}] & \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \{\dot{D}\}_{n+1} &= \{\dot{D}\}_n + \int_0^{\Delta t} \{\ddot{D}\} d\tau \quad \{\dot{D}\}_n + \\ (1-\gamma)\Delta t \{\ddot{D}\}_n + \gamma\Delta t \{\ddot{D}\}_{n+1} &= \{\dot{D}\}_{n+1} + \\ \Delta t [(1-\gamma)\{\ddot{D}\}_n + \gamma\{\ddot{D}\}_{n+1}] & \quad (5) \end{aligned}$$

式中: β , γ 为 Newmark 积分法参数; Δt 为时间步。

然后将式(4)和(5)代入式(3), 得

$$[\hat{K}]\{D\}_{n+1} = \{\hat{F}\}_{n+1} \quad (6)$$

其中,

$$\begin{aligned} [\hat{K}] &= [K] + \frac{1}{\beta\Delta t^2}[M] + \frac{\gamma}{\beta\Delta t}[C] \\ \{\hat{F}\}_{n+1} &= \{F\}_{n+1} + [M] \left[\frac{1}{\beta\Delta t^2} \{D\}_n + \frac{1}{\beta\Delta t} \{\dot{D}\}_n + \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right) \{\ddot{D}\}_n \right] + [C] \left[\frac{\gamma}{\beta\Delta t} \{D\}_n + \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1\right) \{\dot{D}\}_n + \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1\right) \Delta t \{\ddot{D}\}_n \right] \end{aligned}$$

3 DDA 的动力人工边界

3.1 黏性边界

用黏性边界吸收人工边界处的反射波, 需要分别在计算模型的法向与切向方向设置阻尼器^[5]。

阻尼器提供的法向与切向阻尼力分别如下:

$$\sigma_n = -a\rho c_p v_n \tag{7}$$

$$\tau_s = -b\rho c_s v_s \tag{8}$$

式中： a, b 为黏性边界的吸收系数，一般标准黏性边界取 $a = b = 1.0$ ； ρ 为块体的密度； c_p, c_s 分别为 P 波与 S 波在介质中的传播速度； v_n, v_s 分别为块体边界处质点速度的法向与切向分量。

通常，阻尼器的速度分量可由显式方法获得，即当前计算步块体边界处质点速度取上一计算步的值^[13]。但 DDA 方法采用的是隐式求解，由当前计算步块体边界质点的速度可以得到更为准确的黏性边界子矩阵。

阻尼器施加在块体边界上，那么作用在块体边界上的法向与切向阻尼力为

$$\begin{Bmatrix} f_n \\ f_s \end{Bmatrix} = -\int_0^l \rho \begin{bmatrix} c_p & 0 \\ 0 & c_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_n \\ v_s \end{Bmatrix} dl \tag{9}$$

式中： l 为块体边界长度。

如图 1 所示的坐标转换系统， v_n, v_s 与整体坐标系下块体边界速度 v_x, v_y 的关系可以写为

$$\begin{Bmatrix} v_n \\ v_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \alpha & -\cos \alpha \\ \cos \alpha & \sin \alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x & -n_y \\ n_y & n_x \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \end{Bmatrix} = [L] \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \end{Bmatrix} \tag{10}$$

式中： n_x, n_y 为边界方向余弦； $[L]$ 为坐标转换矩阵。

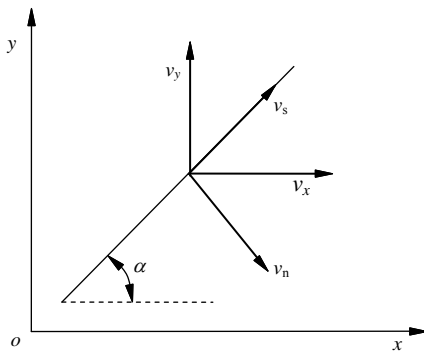


图 1 坐标转换系统

Fig.1 Coordinate system transformation

假设块体边界的转动量足够小，则可认为边界上各速度分量为常量。将式(10)代入式(9)，得

$$\begin{Bmatrix} f_n \\ f_s \end{Bmatrix} = -\rho l \begin{bmatrix} c_p & 0 \\ 0 & c_s \end{bmatrix} [L] \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \end{Bmatrix} \tag{11}$$

那么，边界上的阻尼器势能表达式为

$$d\Pi_v = -\{du_n \quad dv_s\} \begin{Bmatrix} f_n \\ f_s \end{Bmatrix} = -\{du_x \quad du_y\} [L]^T \begin{Bmatrix} f_n \\ f_s \end{Bmatrix} \tag{12}$$

$$\Pi_v = \int_0^A \rho l \{du_x \quad du_y\} [L]^T \begin{bmatrix} c_p & 0 \\ 0 & c_s \end{bmatrix} [L] \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \end{Bmatrix} dt \tag{13}$$

其中，

$$\{du_x \quad du_y\} = d\mathbf{u}^T, \quad \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \end{Bmatrix} = \mathbf{v}$$

若令 $[W]$ 为波速矩阵， $[W]$ 为

$$[W] = [L]^T \begin{bmatrix} c_p & 0 \\ 0 & c_s \end{bmatrix} [L] = \begin{bmatrix} c_p n_x^2 + c_s n_y^2 & (c_s - c_p) n_x n_y \\ (c_s - c_p) n_x n_y & c_p n_y^2 + c_s n_x^2 \end{bmatrix} \tag{14}$$

那么，式(13)记为

$$\Pi_v = \int_0^A \rho l d\mathbf{u}^T [W] \mathbf{v} dt \tag{15}$$

DDA 方法以时间步为计算单位，引入 Newmark 法的速度和位移关系，由式(4)可知：

$$\{\ddot{D}\}_{n+1} = \frac{\{\Delta D\}}{\beta \Delta t^2} - \frac{\{\dot{D}\}_n}{\beta \Delta t} + \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right) \{\ddot{D}\}_n \tag{16}$$

式中： ΔD 为块体当前计算步的位移增量。

将式(16)代入式(5)，求得

$$\{\dot{D}\}_{n+1} = \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right) \{\dot{D}\}_n + \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right) \{\ddot{D}\}_n \Delta t + \frac{\gamma \{\Delta D\}}{\beta \Delta t} \tag{17}$$

块体中任意点均满足式(17)，那么在块体边界处的质点速度可以写为

$$\mathbf{v} = \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right) \{\mathbf{v}(0)\} + \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right) \{\mathbf{a}(0)\} \Delta t + \frac{\gamma \mathbf{u}}{\beta \Delta t} \tag{18}$$

式中： \mathbf{u} 为块体边界质点当前时间步内的位移； $\{\mathbf{v}(0)\}, \{\mathbf{a}(0)\}$ 分别为块体边界质点当前时间步初始速度与加速度。

DDA 方法中采用 Newmark 常加速度积分方法， $\beta = 0.5, \gamma = 1$ ，代入式(18)，有

$$\mathbf{v} = \frac{2\mathbf{u}}{\Delta t} - \{\mathbf{v}(0)\} \tag{19}$$

将式(19)代入式(15)，得

$$\Pi_v = \rho l \mathbf{u}^T [W] \left\{ \frac{2\mathbf{u}}{\Delta t} - \{\mathbf{v}(0)\} \right\} \tag{20}$$

在 DDA 中，任意块体 i 边界质点的位移、速度可以由其形心位移 ΔD_i 与速度 \dot{D}_i 插值获得

$$u = [T_i] \Delta D_i, \{v(0)\} = [T_i] \dot{D}_i \quad (21)$$

式中：[T_i]为块体 i 的形函数矩阵。

将式(21)代入式(20)，有

$$\Pi_p = \frac{2\rho l \Delta D_i^T [T_i]^T [W] [T_i] \Delta D_i}{\Delta t} - \rho l \Delta D_i^T [T_i]^T [W] [T_i] \dot{D}_i \quad (22)$$

求其极值条件，叠加到总体方程组，即

$$\left. \begin{aligned} \frac{2\rho l [T_i]^T [W] [T_i]}{\Delta t} &\rightarrow [K_{ii}] \\ \rho l [T_i]^T [W] [T_i] \dot{D}_i &\rightarrow \{F_i\} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

由以上推导可知，DDA 采用隐式积分方法，黏性边界是无条件稳定的；同时，波速矩阵具有对称性，因此黏性边界在 DDA 中具有较好的适用性。

3.2 黏弹性边界

与黏性边界相比，黏弹性边界进一步考虑了介质的弹性恢复能力^[14]。它在 DDA 中的处理方法与黏性边界一致，将波场作用于 DDA 求解的块体边界。其具体处理方式是在块体边界质点每个方向上施加弹簧-阻尼元件，以弹簧的弹性恢复作用和黏性阻尼的吸能作用模拟无限域特征。

弹簧-阻尼元件提供的法向与切向应力分量如下：

$$\sigma_n = -(k_n u_n + \rho c_p v_n) \quad (24a)$$

$$\tau_s = -(k_s u_s + \rho c_s v_s) \quad (24b)$$

式中：k_n, k_s 分别为法向与切向弹簧的弹性模量；u_n, u_s 分别为边界处质点的法向与切向位移。

由式(24a)与(24b)可知，在 DDA 中实现黏弹性边界，在施加黏性边界的同时，还需要考虑弹簧项，其微分势能表达式为

$$d\Pi_p = l \{ du_n \quad du_s \} \begin{bmatrix} k_n & 0 \\ 0 & k_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_n \\ u_s \end{Bmatrix} = l \{ du_x \quad du_y \} [L]^T \begin{bmatrix} k_n & 0 \\ 0 & k_s \end{bmatrix} [L] \begin{Bmatrix} u_{x0} + du_x \\ u_{y0} + du_y \end{Bmatrix} \quad (25)$$

式中：u_{x0}, u_{y0} 为边界块体当前时间步初始时在各方向上的累积位移分量，若将其写作 u(0)，那么，边界上的弹簧力势能表达式为

$$\Pi_p = l u^T [R] \{ u(0) + u \} \quad (26)$$

其中，

$$[R] = [L]^T \begin{bmatrix} k_n & 0 \\ 0 & k_s \end{bmatrix} [L] =$$

$$\begin{bmatrix} k_n n_x^2 + k_s n_y^2 & (k_s - k_n) n_x n_y \\ (k_s - k_n) n_x n_y & k_n n_y^2 + k_s n_x^2 \end{bmatrix}$$

将式(21)代入式(26)，得

$$\Pi_p = l \Delta D_i^T [T_i]^T [R] \{ u(0) \} + l \Delta D_i^T [T_i]^T [R] [T_i] \Delta D_i \quad (27)$$

求式(27)的极值条件，叠加到总体方程组，即

$$\left. \begin{aligned} l [T_i]^T [R] [T_i] &\rightarrow [K_{ii}] \\ -l [T_i]^T [R] \{ u(0) \} &\rightarrow \{ F_i \} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

3.3 DDA 中的自由场边界

事实上，黏性与黏弹性边界对爆破等内源问题更加有效，尚不能很好地解决地震等外源问题。通常，地震波考虑为底边界垂直入射^[15]，此时两侧边界内行波场为自由波场。底部入射问题可通过对黏性或黏弹性边界的二次开发得以解决^[16]，两侧边界的位移和应力条件需要与自由场运动耦联获得，宜采用自由场边界(见图 2)。

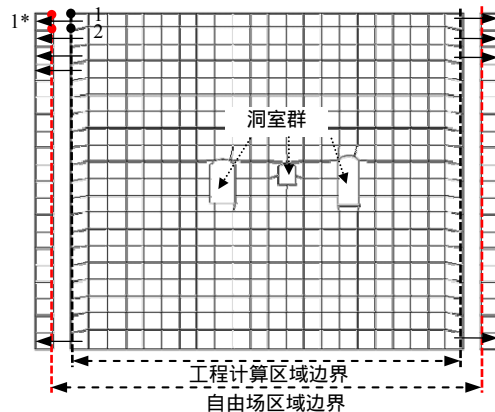


图 2 典型 DDA 模型的自由场边界

Fig.2 Free-field boundaries of a typical DDA model

自由场边界通过“强制”自由场运动，使工程计算区域产生的外行波被适当地吸收，模拟无限域边界条件^[17-18]，它最早由 H. B. Seed 等^[19]提出，如今被广泛应用在 UDEC 等^[20]数值模拟软件中。

通常，自由场的地震响应有 2 种算法：理论解和软件同步计算。理论解受限于岩土问题的复杂性，程序同步计算更适用于数值模拟。DDA 的自由场边界实现包括 2 个部分：网格生成与耦合计算。

如图 2 所示，网格生成时，先搜寻出工程计算区域侧边界的块体顶点 1, 2, ..., 再依次取相邻两顶点(如 1, 2)生成自由场区域的块体(如块体 1*)，

最后建立工程计算区域与自由场区域的块体映射关系(如图2中实线箭头所示)。

耦合计算是指将自由场与工程计算区域作为 DDA 整体模型计算。每个时步计算完成后,采用显式法修正工程计算区域边界块体的变形与运动参数,即由块体映射关系,将计算获得的自由场块体参数赋给对应的工程计算区域块体。

4 DDA 中的静、动力统一边界

通常,岩体工程地震动力响应的 DDA 计算包括多个过程,如岩体自重平衡、开挖模拟等。本文认为地震分析前岩体工程处于稳定状态,称其为准静力计算,而地震分析是真正的动力计算,整个过程称为静-动力分析^[21]。

目前,DDA 程序的静-动力分析采用相同的模型与边界条件,在统一框架内完成。事实上,静-动力分析的边界条件并不一致。如图3所示,静力分析中,边 AB, BC 和 CD 采用法向约束;动力分析时,边 AB, BC 和 CD 则采用无反射边界,同时

地震荷载由边 BC 输入。

为保证 2 个分析过程人工边界的统一,即模型在动力计算初始时刻为静力平衡状态,需要进行人工边界的转换。DDA 的静-动力计算可采用如下步骤:

- (1) 采用静力约束条件对 DDA 模型进行准静力分析,计算应力场和约束反力;
- (2) 视准静力平衡应力场为动力计算的初始应力场,将准静力计算模型中的约束条件去掉,并施加相应的约束反力;
- (3) 对 DDA 模型施加动力人工边界,输入动力荷载开展地震计算。

由以上步骤可见,人工边界转换的核心是去掉约束条件,以约束反力代之。DDA 方法采用刚性弹簧模拟约束条件,其弹簧力即为约束反力。假设 DDA 计算在第 n 步达到了准静力平衡,第 n 步初始时刻的弹簧力计算公式^[1]为

$$\begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \end{Bmatrix}_{n^-} = \begin{Bmatrix} -P_x(\Delta u_i - u_m) \\ -P_y(\Delta v_i - v_m) \end{Bmatrix} \quad (29)$$

式中: P_x, P_y 分别为弹簧在 x, y 向的刚度系数; $\Delta u_i, \Delta v_i$ 为块体边界质点的步位移; u_m, v_m 为块体边界质点当前计算步的初始位移。

第 n 步结束时,由块体系统的准静力平衡条件可知,其步位移为 0。那么,施加的弹簧约束力为

$$\begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \end{Bmatrix}_{n^+} = [P] \begin{Bmatrix} u_m \\ v_m \end{Bmatrix} \quad (30a)$$

其中,

$$[P] = \begin{bmatrix} P_x & 0 \\ 0 & P_y \end{bmatrix} \quad (30b)$$

式中: $[P]$ 为弹簧刚度系数矩阵。

若第 $n+1$ 步进行动力计算,在动力分析过程中 ($N \sim n+1$),各约束点需要施加的弹簧约束力为

$$\begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \end{Bmatrix}_N = \begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \end{Bmatrix}_{n^+} = [P] \begin{Bmatrix} u_m \\ v_m \end{Bmatrix} \quad (31)$$

其对荷载向量的贡献为

$$[T_i]^T [P] \begin{Bmatrix} u_m \\ v_m \end{Bmatrix} \rightarrow \{F_i\} \quad (32)$$

5 算例分析

5.1 一维算例

采用 DDA 方法,研究不同边界对波传播的影响。如图4所示,建立 300 m×2 m(长×宽)的数值计

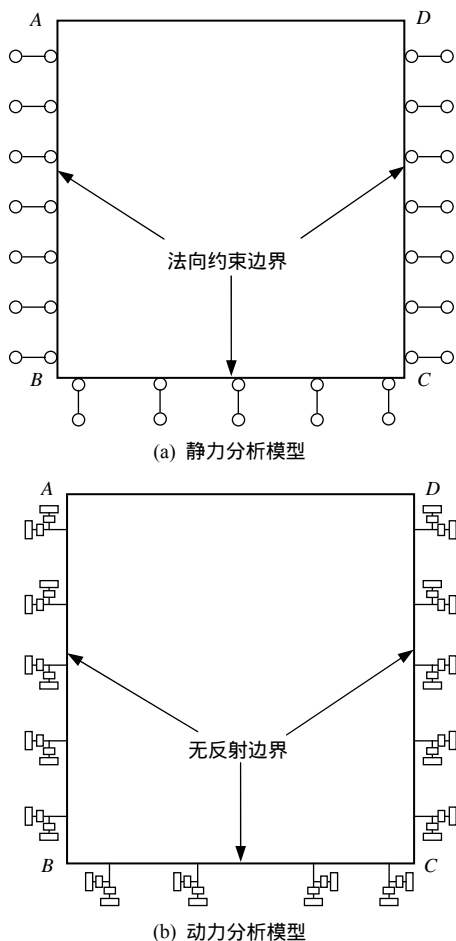


图3 节理岩体工程的 DDA 模型

Fig.3 DDA models for jointed rock masses



图 4 一维 DDA 计算模型
Fig.4 1D DDA calculation model

算模型，岩石力学参数为：杨氏弹性模量 $E = 20$ GPa，泊松比 $\nu = 0.25$ ， $\rho = 2\ 650\text{ kg/m}^3$ ，不考虑重力。采用子块体细分模型(块体尺寸为 $1\text{ m} \times 2\text{ m}$)，在模型中分别设置测点 A, B, C (坐标分别为 $0, 150, 300\text{ m}$)。

左端为自由边界，并以 P 波形式输入一个周期的余弦速度波^[16](峰值为 1 m/s ，周期为 0.05 s ，如图 5 所示)。模型右端分别采用固定边界、黏性边界和黏弹性边界。由波动理论可知，P 波波速约为 $3\ 000\text{ m/s}$ ，入射波第一次到达 B, C 的时间分别为 $0.05, 0.10\text{ s}$ 。

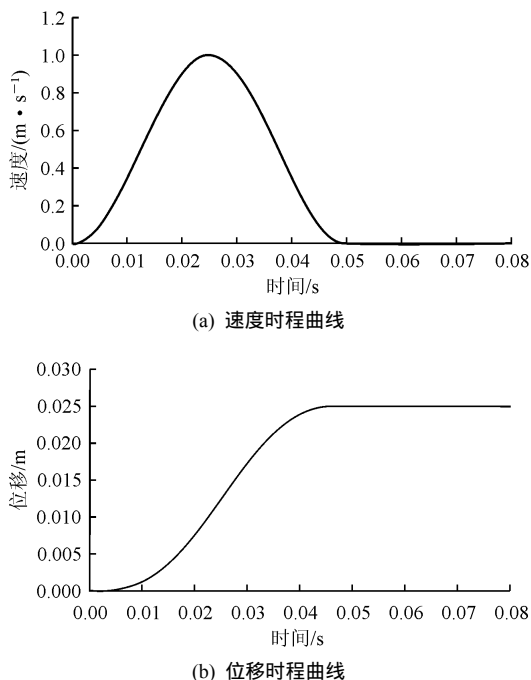


图 5 DDA 模型输入的动力荷载
Fig.5 Dynamic loading input in DDA model

图 6 为施加不同边界条件时，各测点记录的位移时程。可知：

(1) 入射 P 波到达各监测点的延迟时间与理论计算吻合，证明了算例计算参数(如块体尺寸等^[13])取值的合理性。

(2) 图 6(a)中，位移波在固定边界处不引起位移，但发生反射(如测点 C)；反射后以原振幅大小继续传播(如 0.15 s 到达测点 B)；位移波在自由边界处振幅放大 2 倍，且波的类型改变(压缩波变为拉伸

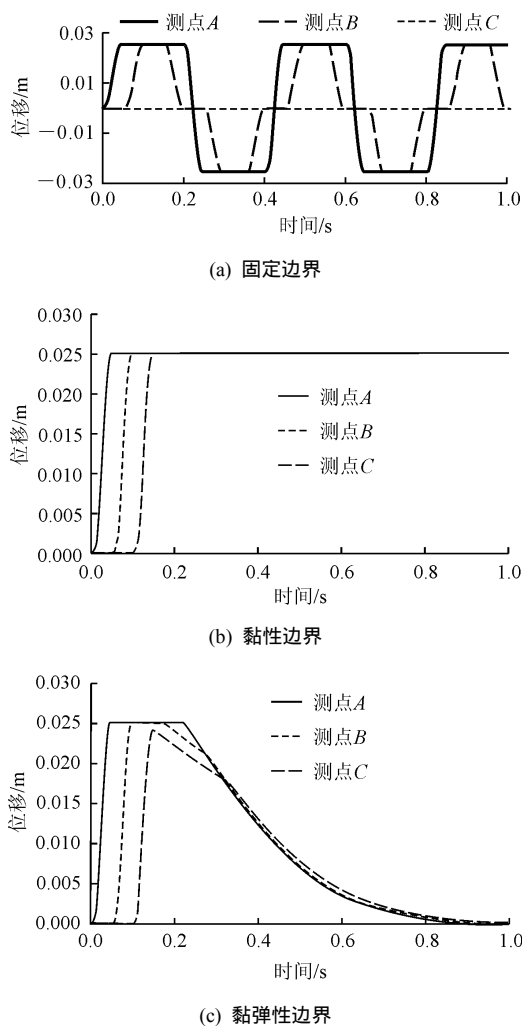


图 6 不同边界的 DDA 模拟结果
Fig.6 Results of DDA simulation with different boundaries

波或拉伸波变为压缩波)(如测点 A)。这是原 DDA 程序中的边界处理方式，此时，波在 DDA 模型中反复传播，不满足无限域边界条件。

(3) 图 6(b)中，右侧的黏性边界较好地吸收了入射位移波，各测点的响应结果满足波从计算区域穿过人工边界时的无反射条件。

(4) 图 6(c)为采用黏弹性边界(弹簧刚度系数取值见刘晶波等^[14])的模拟结果，各测点的永久位移为 0，充分体现了岩石的弹性恢复能力。

5.2 二维算例

如图 7 所示，工程计算区域与自由场区域的尺寸分别为 $110\text{ m} \times 110\text{ m}$ 和 $10\text{ m} \times 110\text{ m}$ ，子块体尺寸

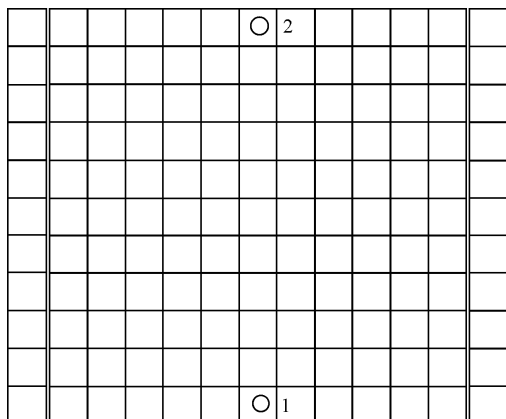


图7 二维 DDA 计算模型
Fig.7 2D DDA calculation domain

为 10 m×10 m。岩石力学参数为： $E = 20 \text{ GPa}$ ， $\nu = 0.25$ ， $\rho = 2650 \text{ kg/m}^3$ ，重力加速度 $g = 10 \text{ m/s}^2$ 。模型中设置 2 个测点。

DDA 模拟包括自重下的准静力计算、静动力边界转换与动力响应计算 3 个阶段。准静力计算时，工程计算区域的侧边与底部采用法向约束。动力响应计算底部采用黏性边界，并将图 8 所示的速度时程同时施加到底部块体 x 和 y 向^[22]；为对比，侧边分别取黏性边界与自由场边界 2 种工况。

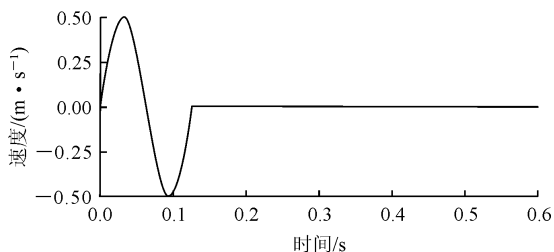
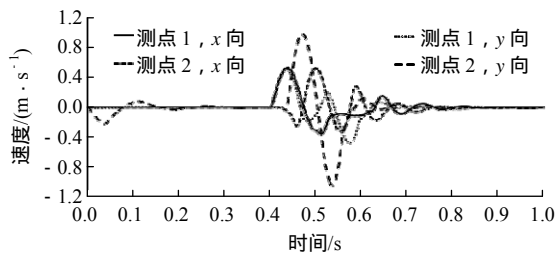


图8 DDA 模型输入的正弦速度波

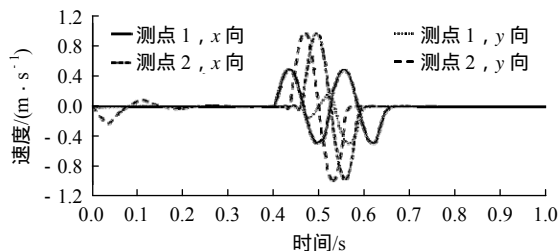
Fig.8 Sine velocity-time history curve input in DDA model

图 9 为各测点的静、动力响应图，由图可知：

(1) 准静力计算测点速度很快收敛于 0(约 0.3 s)，收敛效果很好；静、动力边界转换(约在 0.35 s)后测点仍保持受力平衡，未产生速度增量，证明转换的正确性。



(a) 黏性边界



(b) 自由场边界

图9 不同边界条件下各测点的速度时程

Fig.9 Velocity-time histories at measuring points under different boundaries

(2) 施加黏性边界的模拟结果与理论解(P 波或 S 波由底部入射传到自由表面时，速度放大 2 倍)偏差较大，这种偏差将直接影响所关心的工程区域计算结果；当模型两侧施加自由场边界时，P 波与 S 波的模拟结果与理论解均吻合较好。

6 结 论

(1) 基于 Newmark 积分方法，推导了黏性边界、黏弹性边界对 DDA 方程组的贡献，并研究了各边界的特点：黏性边界能够高效地吸收人工边界处的反射波；黏弹性边界在消除边界反射波的同时，可以反映介质的弹性恢复能力。

(2) 为更好地解决地震等外源入射问题，在 DDA 中引入了自由场边界，并实现了该边界的网格生成与耦合计算；与黏性边界相比，模型两侧施加自由场边界模拟无限域运动可以减少边界影响，更符合实际情况，而且不会增加因为加大模型尺寸而带来不必要的计算量。

(3) 为保证静力与动力分析 2 个过程转换时边界的一致性，在 DDA 方法中实现了静动力统一边界，改进后的 DDA 程序可以完整地模拟静力和动力计算全过程。

本文研究工作可为岩体工程动力响应 DDA 计算中的人工边界选取提供依据与方法。

参考文献(References)：

[1] SHI G H. Discontinuous deformation analysis—a new numerical model for the statics and dynamics of block systems[Ph. D. Thesis][D]. Berkeley :Department of Civil Engineering ,University of California , 1988.

[2] 王书法, 李树忱, 李术才, 等. 节理岩质边坡变形的 DDA 模拟[J]. 岩土力学, 2002, 23(3) : 352–354.(WANG Shufa, LI Shuchen ,

- LI Shucai, et al. Numerical simulation of deformation of jointed rock slope by discontinuous deformation analysis(DDA)[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2002, 23(3): 352–354.(in Chinese)
- [3] DAVID M D. Unified displacement boundary constraint formulation for discontinuous deformation analysis(DDA)[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2005, 29(12): 1 199–1 207.
- [4] ALTERMAN Z S, KARAL F C. Propagation of elastic waves in layered media by finite difference methods[J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1968, 58(1): 367–398.
- [5] JIAO Y Y, ZHANG X L, ZHAO J, et al. Viscous boundary of DDA for modeling stress wave propagation in jointed rock[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2007, 44(7): 1 070–1 076.
- [6] GU J, ZHAO Z Y. Considerations of the discontinuous deformation analysis on wave propagation problems[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2009, 33(12): 1 449–1 465.
- [7] 甯尤军, 杨军, 陈鹏万. DDA方法中的两种无反射边界研究[J]. *工程力学*, 2010, 27(4): 19–23.(NING Youjun, YANG Jun, CHEN Pengwan. Two non-reflecting boundary conditions in DDA method[J]. *Engineering Mechanics*, 2010, 27(4): 19–23.(in Chinese))
- [8] BAO H R, YOSSEF H H, HUANG X. A new viscous boundary condition in the two-dimensional discontinuous deformation analysis method for wave propagation problems[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2012, 45(5): 919–928.
- [9] LYSMER J, KULEMEYER R L. Finite dynamic model for infinite media[J]. *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, 1969, 95(4): 859–877.
- [10] 姜清辉, 周创兵. 岩土工程不连续变形分析计算中的若干问题[J]. *岩石力学与工程学报*, 2007, 26(10): 2 014–2 026.(JIANG Qinghui, ZHOU Chuangbing. Some issues in discontinuous deformation analysis(DDA) for geotechnical engineering[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2007, 26(10): 2 014–2 026.(in Chinese))
- [11] DAVID M D, NICHOLAS S. Time integration in discontinuous deformation analysis[J]. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 2004, 130(3): 249–258.
- [12] MOHAMMAD S K. Investigation of discontinuous deformation analysis for application in jointed rock masses[Ph. D. Thesis][D]. Toronto: Department of Civil Engineering, University of Toronto, 2010.
- [13] 付晓东, 盛谦, 张勇慧, 等. DDA方法在波动问题计算中的初步研究[J]. *四川大学学报: 工程科学版*, 2012, 44(2): 70–75.(FU Xiaodong, SHENG Qian, ZHANG Yonghui, et al. Preliminary research on wave problem calculation using DDA method[J]. *Journal of Sichuan University: Engineering Science*, 2012, 44(2): 70–75.(in Chinese))
- [14] 刘晶波, 杜义欣, 闫秋实. 黏弹性人工边界及地震动输入在通用有限元软件中的实现[J]. *防灾减灾工程学报*, 2007, 27(增): 37–42.(LIU Jingbo, DU Yixin, YAN Qiushi. Method implementation on earthquake input and visco-elastic artificial boundary in general finite element software[J]. *Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering*, 2007, 27(Supp.): 37–42.(in Chinese))
- [15] 赵武胜, 陈卫忠, 郑朋强, 等. 地下工程数值计算中地震动输入方法选择及实现[J]. *岩石力学与工程学报*, 2013, 32(8): 1 579–1 587.(ZHAO Wusheng, CHEN Weizhong, ZHENG Pengqiang, et al. Choice and implementation of seismic wave input method in numerical calculation for underground engineering[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2013, 32(8): 1 579–1 587.(in Chinese))
- [16] ZHANG Y H, FU X D, SHENG Q, et al. Study on elastic P-wave propagation law in unfavorable geologic structures with discontinuous deformation analysis method[J]. *Arabian Journal of Geosciences*, 2013, 6(11): 4 557–4 564.
- [17] 张志国, 肖明, 张雨霏, 等. 大型地下洞室三维弹塑性损伤动力有限元分析[J]. *岩石力学与工程学报*, 2010, 29(5): 982–989.(ZHANG Zhiguo, XIAO Ming, ZHANG Yuting, et al. Dynamic finite element analysis of large scale underground complex based on three dimensional elasto-plastic damage model[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2010, 29(5): 982–989.(in Chinese))
- [18] 付晓东, 盛谦, 张勇慧. 开挖及动荷载作用下边坡响应的DDA方法研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2012, 31(增1): 2 612–2 618.(FU Xiaodong, SHENG Qian, ZHANG Yonghui. Research on DDA method for response of slopes under excavation and dynamics load[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2012, 31(Supp.1): 2 612–2 618. (in Chinese))
- [19] SEED H B, MARTIN P P, LYSMER J. The generation and dissipation of pore water pressures during soil liquefaction[R]. Berkeley, USA: EERC, UC Berkeley, 1975.
- [20] Itasca Consulting Group, Inc.. UDEC (universal distinct element code user's guide) version 4.0, user's manual[R]. Minneapolis: Itasca Consulting Group, Inc., 2005.
- [21] 高峰, 赵冯兵. 地下结构静-动力分析中的人工边界转换方法研究[J]. *振动与冲击*, 2011, 30(11): 165–170.(GAO Feng, ZHAO Fengbing. Study on transformation method for artificial boundaries in static-dynamic analysis of underground structure[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2011, 30(11): 165–170.(in Chinese))
- [22] ZHANG Y H, FU X D, SHENG Q. Modification of the discontinuous deformation analysis method and its application to seismic response analysis of large underground caverns[J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2014, 40(2): 241–250.