

基于双曲线临界状态的改进剑桥模型及数值实现

陈善雄, 李 剑, 姜领发, 陆定杰

(中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071)

摘要: 针对传统剑桥模型不能很好反映重塑黏土力学及临界强度特性的缺陷, 在试验研究的基础上, 对其临界状态进行改进。不排水三轴试验发现, 重塑黏土的临界状态线表现为双曲线的形态, 因此, 将双曲线临界状态与剑桥模型相结合, 建立改进的剑桥模型, 并在 FLAC^{3D} 程序中进行二次开发。同时针对 FLAC^{3D} 中对塑性因子算法较为繁琐的问题, 引入牛顿-辛普森迭代法进行改进。最后, 运用改进的剑桥模型对不同压实度土样进行三轴数值模拟试验。结果表明: 改进的剑桥模型能较好地反映重塑土体的力学特性, 改进后的算法计算精度较高, 执行效率较好。

关键词: 土力学; 重塑黏土; 改进的剑桥模型; 双曲线临界状态; FLAC^{3D} 二次开发; 牛顿-辛普森迭代法

中图分类号: TU 43

文献标识码: A

文章编号: 1000-6915(2013)11-2325-09

IMPROVED CAM-CLAY MODEL BASED ON HYPERBOLIC CRITICAL STATE AND ITS NUMERICAL IMPLEMENTATION

CHEN Shanxiong, LI Jian, JIANG Lingfa, LU Dingjie

(State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China)

Abstract: Aiming at the defects that the Cam-clay model cannot reflect the mechanics and strength characteristics of the remolded clay, based on the test research, the critical state line is improved. Through the undrained triaxial test, it is found that the critical state line of the remolded unsaturated clay has a shape of hyperbola. Therefore, the improved Cam-clay model is established based on the combination of hyperbolic critical state and the traditional Cam-clay model, and its secondary development is carried out in FLAC^{3D} program. At the same time, Newton-Simpson iterative method is used to improve the relatively complex algorithm for plastic factor in FLAC^{3D}. Finally, three axis numerical simulation tests on soil samples with different compactness are carried out using the improved Cam-clay model. The results show that, the mechanics characteristics of remolded unsaturated soil can be well reflected by the improved Cam-clay model; and the improved algorithm has higher precision and better performance.

Key words: soil mechanics; remolded clay; improved Cam-clay model; hyperbolic critical state; secondary development in FLAC^{3D}; Newton-Simpson iterative method

1 引言

剑桥模型是土力学中的一个经典的弹塑性模型, 采用了帽子屈服面和相关联的流动法则, 并以

塑性体应变为硬化参数, 它在国际上被广泛地接受和应用^[1]。但由于其试验土体性质的影响, 其也存在较多不足, 具体应用时需要进行必要的修正。

近年来, 众多学者对剑桥模型进行了不同方向的修改。L. Dafalias 等^[2-3]在剑桥模型的基础上, 建

收稿日期: 2013-05-20; 修回日期: 2013-06-13

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(51027002); 湖北省自然科学基金项目(2011CDA124)

作者简介: 陈善雄(1965-), 男, 1986年毕业于华中科技大学结构力学专业, 现任研究员、博士生导师, 主要从事特殊土工程特性及地质灾害防治技术方面的教学与研究工作。E-mail: sxchen@whrsm.ac.cn

立了边界模型；R. I. Borja 等^[4-5]将剑桥模型应用到各向同性小应变模型的研究中，其后，R. I. Borja 等^[6-7]又将其应用到各向异性、有限应变模型的研究和非饱和土本构模型的研究中；J. P. Carter 等^[8-9]研究了循环动荷载作用下的动力剑桥模型；袁克阔等^[10]将莫尔-库仑强度理论与剑桥模型相结合，研究了考虑黏聚特性和拉压不等效应的修正剑桥模型；R. Kohler 和 G. Hofstetter^[11]通过引入基质吸力，将剑桥模型扩展到非饱和土的本构模型；连镇营等^[12]将剑桥模型与 SMP 强度准则相结合，并将其应用到基坑工程中；范庆来等^[13-14]通过隐式积分算法将剑桥模型实现了有限元程序化；关云飞等^[15]将修正的剑桥模型在 ANSYS 中进行二次开发，效果较好。

然而，剑桥模型中的强度准则采用了 DP 准则，其强度破坏线在 $p-q$ 空间中是一条直线，在饱和软黏土中的应用较好，但在强度较高的重塑黏土中的应用效果较差。主要是因为重塑黏土中的强度破坏线采用直线不能较好描述的缘故。不排水三轴试验发现：重塑黏土的塑性等势状态线在 $p-q$ 应力空间中具有双曲线的形式。而郑颖人等^[16-17]对黏土的研究也认为黏土在受力过程中的剪切状态线(剪切屈服面)表现为双曲线。因此，随着土体塑性等势状态线的发展，达到临界状态时，土样的临界状态线应是一条双曲线。鉴于以上原因，在剑桥模型的基础上，通过修改强度准则，将剑桥模型应用到重塑黏土中；最后将其开发至 FLAC^{3D} 软件中，通过数值试验验证模型的可靠性。同时，采用迭代算法改进 FLAC^{3D} 中原有的算法，使其对更为复杂的本构模型具有较好的适应性。

2 重塑黏土临界状态的确定

2.1 三轴不排水试验

试验土体取自武汉—咸宁城际铁路周边贺胜桥镇，试验土样为重塑土。试验土样含水率取最优含水率 20%，最大干密度为 1.616 g/cm³。分别制作了压实度 $\lambda_c = 0.80, 0.85$ 和 0.95 的土样，尺寸为 $\phi 38$ mm 76 mm。每种压实度的土样分别进行了围压为 50, 100 和 200 kPa 的不排水三轴试验，试验过程严格按照规范进行操作。

试验采用中国科学院武汉岩土力学研究所的土三轴仪进行。试验过程中，首先对试样进行等向固结，固结停止条件以轴向变形 5 min 内不大于 0.005 mm 为标准。固结完成后对试样开始剪切试验。试

验过程中计算机自动采集试验数据。不排水三轴试验条件见表 1，其试验结果见图 1。

表 1 不排水三轴试验条件
Fig.1 Conditions of the undrained triaxial test

压实度 λ_c	密度/(g · cm ⁻³)	含水率/%	围压/kPa
0.80	1.55		
0.85	1.64	20	50, 100, 200
0.95	1.84		

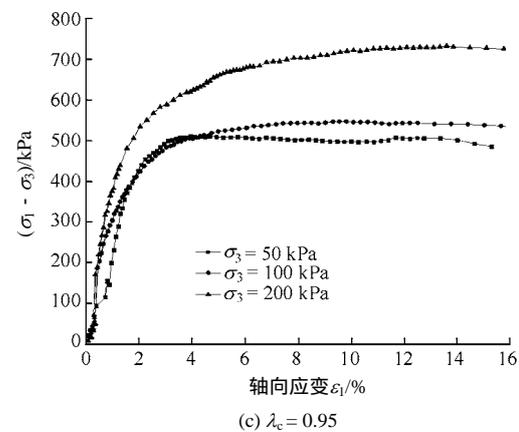
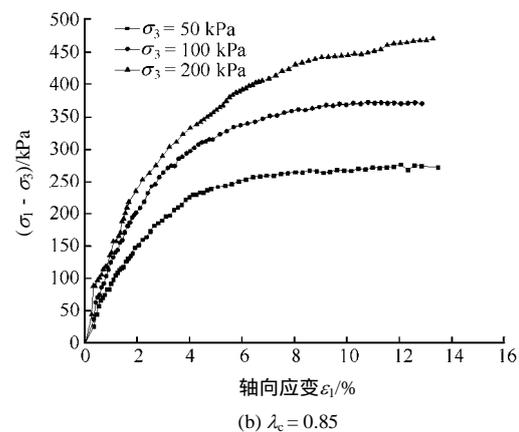
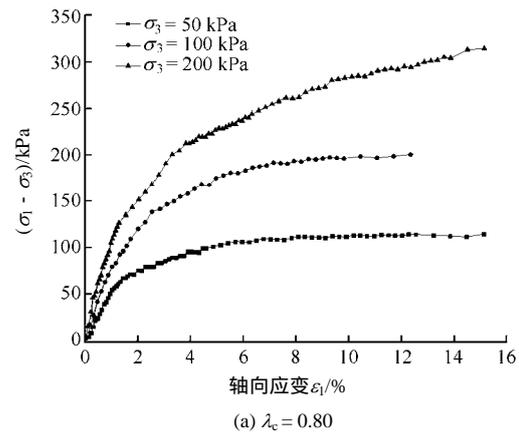


图 1 不排水三轴试验结果
Fig.1 Results of undrained triaxial test

由图 1 可见，不同压实度的重塑黏土应力-应

变关系表现为应变强化型，没有出现应变软化的现象。随着压实度的提高，相同围压条件下，土体强度显著提高。相同压实度条件下，随着围压的提高，土体强度不断提高。

2.2 重塑黏土的临界状态

广义塑性力学的理论认为，外荷载作用下，岩土体内部状态的变化并不是由弹性状态直接变化到破坏状态的过程；而是经历弹性状态-弹塑性状态-破坏状态的过程。对于土体材料，一般认为其纯弹性状态几乎不存在，即弹性域缩小为一个点，如假设弹性参数在整个过程中是不变的，则土体内部状态的变化主要体现在塑性状态的发展过程。根据不排水三轴试验结果，取初始切线模量为弹性模量，即可得到土体弹性参数。进而可得到土体内部塑性状态到破坏状态的发展过程。将弹性模量与围压、压实度的关系用以下拟合公式表示：

$$E = 2.02 P_a \left(\frac{\sigma_3}{P_a} \right)^{0.44} (\ln \lambda_c + 0.39) \quad (1)$$

式中： E 为土体弹性模量； P_a 为大气压力，取 101.4 kPa； σ_3 为围压。

以压实度 $\lambda_c = 0.80$ 的土样为例，分别取轴向塑性应变为 5%，6%，7%，8%，10%，12% 和破坏时的球应力 p 和广义剪应力 q 值，通过曲线拟合，可得到其在 p - q 应力空间中的状态线(塑性等势面)的变化(见图 2)。

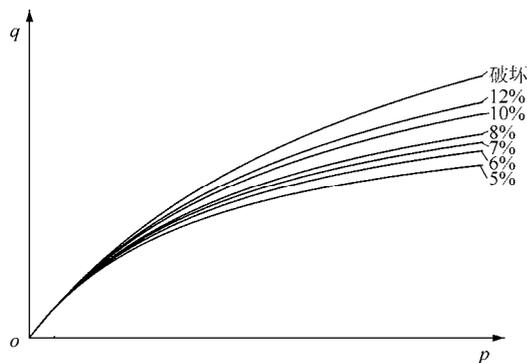


图 2 试验土样塑性状态线($\lambda_c = 0.80$)

Fig.2 Plastic state lines of testing soil($\lambda_c = 0.80$)

从图 2 可以看出，在 p - q 应力空间中，重塑土的状态线呈双曲线变化，随着轴向塑性应变的发展，双曲线开口越来越大。在土体达到破坏时，其临界状态线便不再变化，固定为一条双曲线。图 3 为不同土样临界状态线，可以看出，重塑黏土的临界状态线均为双曲线形式，其形式可由下式表示：

$$\frac{q}{p} = \frac{1}{ap + b} \quad (2)$$

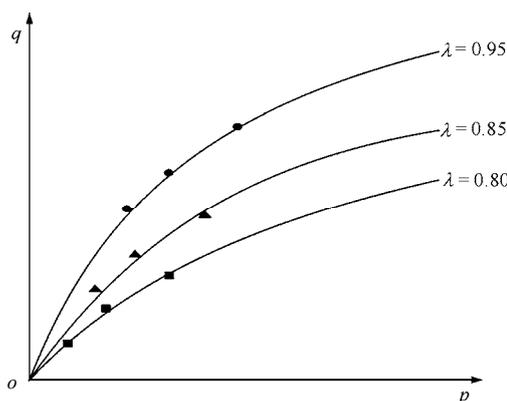


图 3 不同压实度土样临界状态线

Fig.3 Critical state lines of soil with different compaction degrees

表 2 给出了不同压实度下土体临界状态曲线参数。从表 2 可以看出，随着土体压实的提高，重塑黏土强度相应提高，其临界状态曲线变化表现为初始切线斜率增大，曲线开口增大。其曲线参数的变化为：随着压实度的提高， a 和 b 值同时减小，其中 b 值变化较显著。

表 2 土体临界状态曲线参数

Table 2 Parameters of soil critical state lines

压实度 λ_c	a	b
0.80	0.000 9	0.687 4
0.85	0.000 8	0.358 1
0.95	0.000 7	0.284 3

3 剑桥模型及改进

3.1 剑桥模型

传统修正的剑桥模型采用关联流动法则，其屈服面方程为一个椭圆，形式为

$$F = Q = q^2 + M^2 p(p - p_c) \quad (3)$$

式中： p_c 为初始固结压力； M 为临界状态线的斜率，其值为定值。

显而易见，剑桥模型以 p_c 为强化参数，而 p_c 又是塑性体变的函数，其增量可表示为

$$dp_c = \frac{v_0}{\lambda - \kappa} p_c d\varepsilon_v^p \quad (4)$$

式中： v_0 为土体初始比体积， λ 为压缩指数， κ 为回弹指数， ε_v^p 为塑性体变。

在 p - q 应力空间中，剑桥模型(见图 4)由一个椭圆和一条直线形式的临界状态线组成，其临界状态线可由下式表示：

$$q = Mp \quad (5)$$

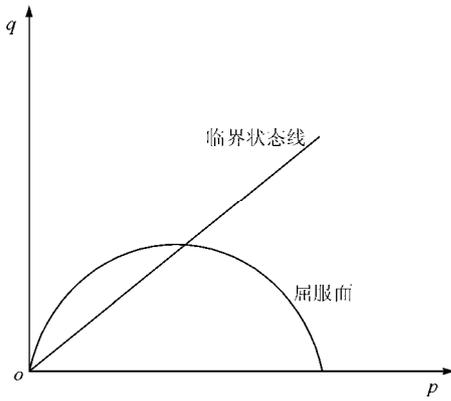


图4 剑桥模型
Fig.4 Cam-clay model

从不排水三轴试验结果可知，对于重塑黏土，此时如采用直线形式的临界状态线，则不能较好地拟合土体临界状态点(见图5，以压实度 0.95 数据为例)。如 M 值选取过大(见图5中 M_1)，则会造成球应力 p 较大时，得到的土体强度高；而若 M 值选取较小(见图5图中 M_2)，则造成球应力 p 较小时，土体强度表现的较小。因此，传统的剑桥模型不能较好地描述重塑土的强度。但双曲线形式的临界状态线，则可较好地拟合土体的临界状态点。

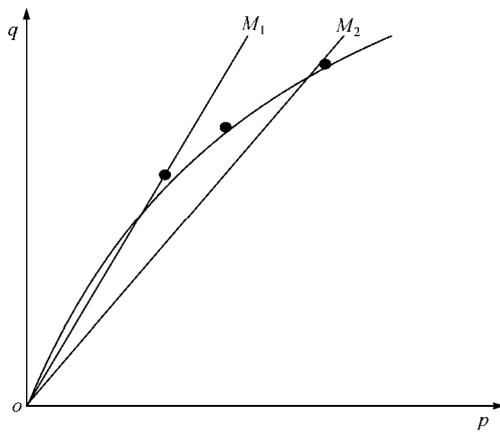


图5 土体临界状态
Fig.5 Critical state of soil

3.2 临界状态线方程的改进

鉴于传统的剑桥模型不能较好地反映重塑黏土的强度特性，根据试验结果，将传统剑桥模型中的临界状态线由直线改为双曲线，其形式可见式(1)。

比较式(1)和(3)可知，改进后的临界状态线方程中的 M 值不再是一个定值，而是一个与球应力 p 有关的变量，因此在后续的计算中要不断对 M 值进行更新，以使得临界状态线不断变化。

改进后的剑桥模型屈服面形式为

$$F = Q = q^2 + \left(\frac{1}{ap + b}\right)^2 p(p - p_c) \quad (6)$$

为方便描述，将 M' 定义为

$$M' = \frac{1}{ap + b} \quad (7)$$

故式(6)变为

$$F = Q = q^2 + M'^2 p(p - p_c) \quad (8)$$

图6给出了 $M'-p$ 关系曲线。可见，在加载初期， M' 值较大，随着球应力 p 值的增加， M' 值逐渐减小。反映出临界状态线在加载初期较陡，而随着球应力 p 值的增大，临界状态线逐渐变缓的过程。结合图5可知， M' 值变化规律反映出重塑黏土强度临界状态的变化规律，即加载初期，土体强度较高，但随着球应力 p 的增加，土体强度随 p 值提高的速率减小。而采用直线形式临界状态线的剑桥模型则反映不出这种规律，因而其对重塑黏土强度的描述效果较差。

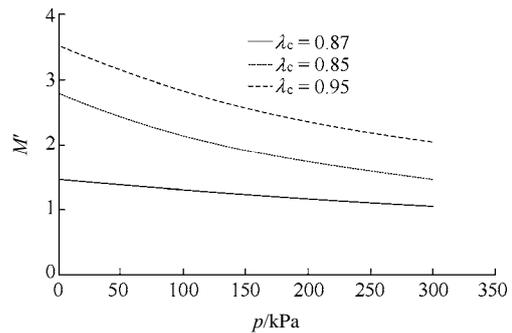


图6 $M'-p$ 关系曲线
Fig.6 $M'-p$ relation curves

4 改进剑桥模型的增量本构关系

为了编制改进的剑桥模型程序，首先应该给出其增量形式本构方程对应的弹塑性矩阵。

由塑性理论可知，应力增量张量可表示为弹性张量与弹性应变增量张量的乘积，即

$$d\sigma_{ij} = E_{ijkl} (d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^p) \quad (9a)$$

其中，

$$d\varepsilon_{kl}^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \quad (9b)$$

将式(9b)代入式(9a)可得

$$d\sigma_{ij} = E_{ijkl} d\varepsilon_{kl} - \lambda E_{ijkl} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \quad (10)$$

为方便程序开发，将其写成矩阵形式：

$$\{d\sigma\} = [E_c]\{d\varepsilon\} - \lambda[E_c]\left\{\frac{\partial g}{\partial \sigma}\right\} \quad (11)$$

在 p - q 空间中,如采用关联流动法则,则式(11)可表示为

$$\begin{Bmatrix} dp \\ dq \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & 3G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon_v \\ d\varepsilon_s \end{Bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & 3G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial f}{\partial p} \\ \frac{\partial f}{\partial q} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

式中： $d\varepsilon_v$ 为体应变增量， $d\varepsilon_s$ 为剪应变增量， K 为弹性体积模量， G 为弹性剪切模量。

可见，在已知应变增量的情况下，求解应力增量的关键在于求解塑性因子 λ 。

5 改进剑桥模型的数值实现

本文采用 FLAC^{3D} 作为开发软件,对改进的剑桥模型进行二次开发。FLAC^{3D} 是基于三维显式有限差分原理的快速拉格朗日数值分析程序。程序将计算模型划分为若干四面体单元,通过将节点的运动方程写成差分形式,求解节点的相对位移,进而通过积分可得到单元应变,根据本构方程可以求解单元应力。

5.1 改进剑桥模型开发思路

数值计算中,对应于每个模型单元,在应变增量已知的条件下,应力的积分求解的方法有显式积分法和隐式积分法。显式积分法采用一致性条件,由当前应力状态求解后一个载荷步的应力状态。其优点在于可以直接计算塑性加载因子,不用进行复杂的迭代计算;缺点在于计算得到的应力值不一定在屈服面上。隐式积分法将屈服面条件引入,并与其他条件的方程组成非线性方程组,将需要计算的当前应力状态值代入,通过迭代法求解当前应力值。其优点在于可保证计算得到的应力值在屈服面上;缺点在于需要进行复杂的非线性迭代计算。

显式积分法在计算过程中会造成一定误差,且受计算步长影响较大。本程序的开发采用隐式积分法,通过设置较小的误差,使得每一步计算得到的应力保持在屈服面上,保证每一个载荷步的计算误差最小。程序每一个载荷步的计算主要分为 4 个过程:弹性预测、状态判断、塑性修正、进行塑性修正后的应力更新。关键算法在于塑性修正过程中塑性因子的求解。

塑性因子的解法直接影响到程序的运行效率。在 FLAC^{3D} 程序中,采用将更新应力的表达式代入

屈服函数中求解的做法较为繁琐。原因在于其求解塑性因子过程中需要对复杂的多项式进行化简,进而得到一元二次方程。同时,在计算过程还需要判断方程系数是否为 0,以及判断方程的根是否符合规律。这种算法在遇到较为复杂的屈服函数时,显然是不可取的。

鉴于 FLAC^{3D} 中剑桥模型的算法较为繁琐的缘故,针对改进的剑桥模型,本文尝试将塑性因子的求解算法改进为 Newton-Simpson 迭代法。其优点在于:(1) 不受屈服函数形式的影响,即无论复杂或简单的屈服函数均可较好的适用;(2) 通过设置误差达到使修正后的应力严格满足屈服函数为 0 的要求;(3) 该算法执行效率较高。

5.2 改进剑桥模型在 FLAC^{3D} 中的实现

改进的剑桥模型在 FLAC^{3D} 中的执行过程可表示为如下过程:

(1) 弹性试算:

$$\sigma^1 = \sigma^0 + E^e d\varepsilon = \sigma^0 + d\sigma \quad (13a)$$

其中,

$$E^e = \left(K - \frac{2}{3}G \right) \delta_{ij} \delta_{kl} + G(\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (13b)$$

式中： σ^1 为弹性试算的 6 个应力分量， σ^0 为上一步塑性修正过的 6 个应力分量。

由 6 个应力分量可计算当前步的球应力 p 和广义剪应力 q :

$$p^1 = \frac{1}{3} \sigma_{ii}^1 \quad (14a)$$

$$q^1 = \sqrt{3J_2} = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij}^1 s_{ij}^1} \quad (14b)$$

(2) 状态判断:

将 p^1 和 q^1 代入至屈服面方程计算屈服函数的状态:

$$F_1 = (q^1)^2 + M'^2 p^1 (p^1 - p_c) \quad (15)$$

若 $F_1 > 0$,则进入塑性修正;若 $F_1 < 0$,则当前应力状态是弹性状态,不必进行修正。

(3) 塑性修正:

修正后的应力状态可表示为

$$p^N = p^1 - \lambda K \frac{\partial F}{\partial p} \quad (16a)$$

$$q^N = q^1 - \lambda 3G \frac{\partial F}{\partial q} \quad (16b)$$

得到修正的应力状态后,对当前弹性试算的应

力进行更新。

(4) 应力更新：

从式(14b)可以看出下式成立：

$$s_{ij}^N = s_{ij}^I \frac{q^N}{q^I} \quad (17)$$

根据偏应力可计算 6 个应力分量：

$$\sigma_{ij}^N = s_{ij}^N + p^N \delta_{ij} \quad (18)$$

通过式(4)对 p_c 进行更新，则有

$$p_c^N = p_c^O + p_c^O \frac{v}{\lambda - \kappa} \varepsilon_v^p \quad (19)$$

计算过程中，根据当前球应力 p 的值，得到 M' 不断对其进行更新，并代入下一个计算步骤。

具体计算塑性因子及进行应力塑性修正的过程如下：

(1) 由当前应力状态，计算 M' 的值，再由式(8)和(14)组成迭代方程组，形式如下：

$$f_1(p, \lambda) = p^N - p^I \lambda K \frac{\partial F}{\partial p} \quad (20a)$$

$$f_2(q, \lambda) = q^N - 3q^I \lambda G \frac{\partial F}{\partial q} \quad (20b)$$

$$f_3(p, q, \lambda) = q^2 + M'^2 p(p - p_c) \quad (20c)$$

首先给定 $x^0 = \{p, q, \lambda\}$ 的初值，可计算得到误差向量函数 $f = \{f_1, f_2, f_3\}$ 。

(2) 计算误差向量函数的 2 范数 $\|f\|$ ，并设置误差允许值 ERR (一般可取 10^{-5})；若 $\|f\| > ERR$ ，则继续(2)~(4)的计算，否则跳出迭代进行应力更新。

(3) 计算式(20)的雅各比矩阵 J ，即

$$J = \frac{\partial(f_1, f_2, f_3)}{\partial(p, q, \lambda)} = \begin{bmatrix} 1 + 2M'^2 K \lambda & 0 & KM'^2(2p - p_c) \\ 0 & 1 + 6G \lambda & 6Gq \\ M'^2(2p - p_c) & 2q & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

根据雅各比矩阵可计算新的 x^{k+1} 值，即

$$x^{k+1} = x^k - J^{-1} f^k \quad (22)$$

(4) 令 $x^k = x^{k+1}$ ，返回(2)继续。

(5) 得到更新的应力，按照式(7)和(19)分别对 M' 和 p_c 进行更新，进入下一个载荷步的计算。

5.3 本构模型参数的标定

改进的剑桥模型以传统修正的剑桥模型为基

础，通过修改其中临界状态线以达到使其可以合理预测重塑黏土的效果。

因此，改进的剑桥模型中参数的标定可参照剑桥模型理论。其中，初始模量可通过三轴试验获取；压缩和回弹指数可以通过压缩和回弹试验得到；初始孔隙比可根据所制土样确定。唯一不同的是，改进的剑桥模型中，临界状态线可根据以下方式取得：

(1) 针对每一种土样，分别进行围压不同的三轴试验，根据试验结果获取试验土样的强度参数。

(2) 根据试验得到的土样强度所对应的 3 个主应力，可计算相应的球应力 p 和广义剪应力 q 。

(3) 在 p - q 应力空间中，用最小二乘的方法对应力空间中的临界应力状态进行曲线拟合，进而可得到参数 a 和 b 的值。

6 模型验证

为验证改进剑桥模型的合理性，对压实度 λ_c 分别取 0.80, 0.85 和 0.95 的试验土样进行三轴不排水数值模拟计算。

计算模型参照真实试验建立，共 32 个单元，其尺寸为： $\phi 38 \text{ mm} \times 76 \text{ mm}$ 。具体试验步骤是：在模型周边施加固定围压 σ_3 并保持不变；在模型中用 initial 命令施加初始固结压力 p_c ；固定模型轴向位移，并以每步 $0.5 \times 10^{-4} \text{ m}$ 的速度施加位移增量，直至模型不能再承受更大荷载。具体计算模型见图 7。

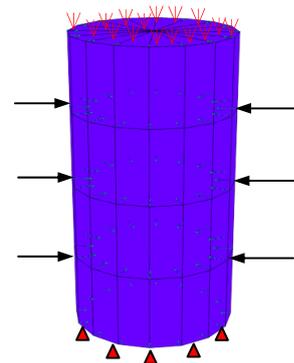


图 7 三轴数值计算模型

Fig.7 Triaxial numerical calculation model

计算参数均按照节 4.3 模型标定的方法得到。其中，参考压力 p_1 、参考比体积 v_1 、压缩指数 λ 和回弹指数 κ 通过压缩试验换算后得到；体积模量、 a 和 b 由不排水三轴试验数据得到；泊松比可由 K_0

固结试验得到。模型中土体参数见表 3。

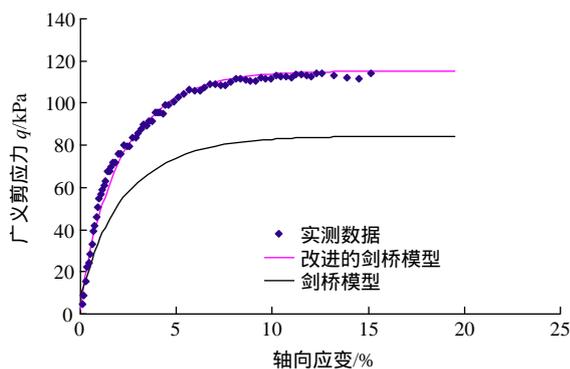
表 3 数值模拟参数

Table 3 Numerical simulation parameters

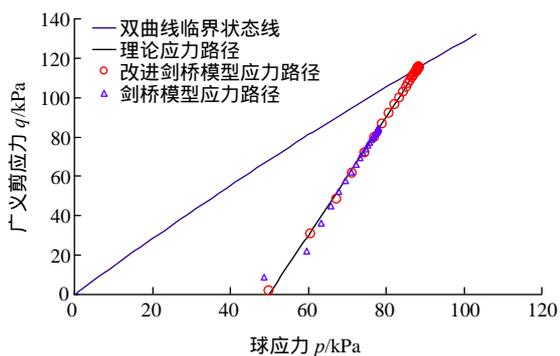
压实度 λ_c	参考压力 p_1/kPa	参考比体积 v_1	压缩指数 λ	回弹指数 κ	体积模量 K/MPa
0.80	10	2.21	0.19	0.026	16.7
0.85	10	1.92	0.15	0.018	33.3
0.95	10	1.43	0.13	0.014	60.2

压实度 λ_c	初始静水压力 p_0/kPa	初始固结压力 p_c/kPa	a	b	泊松比 μ
0.80	50	50	0.000 9	0.687 4	0.30
0.85	50/100/200	50/100/200	0.000 8	0.358 1	0.28
0.95	50/100/200	50/100/200	0.000 7	0.284 3	0.26

不同压实度土样计算结果如图 8~10 所示。从图 8(a), 9 和 10 可以看出, 改进的剑桥模型可较好地反映重塑土样应力-应变关系的非线性, 以及其塑性流动的特性。



(a) 广义剪应力 - 轴向应变

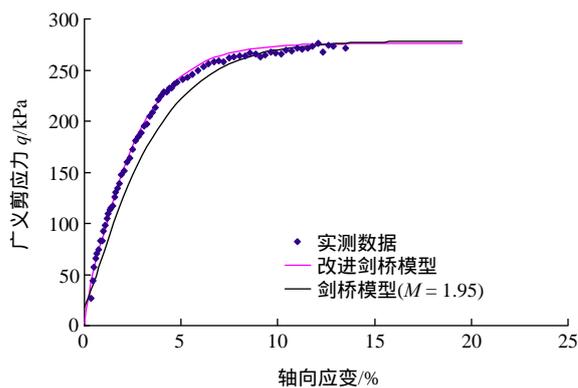


(b) 广义剪应力 - 球应力

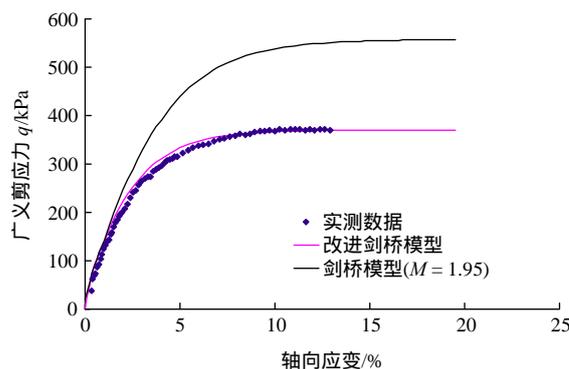
图 8 实测应力-应变数据与数值结果对比($\lambda_c = 0.80$)

Fig.8 Comparison of stress-strain data between experiment and numerical calculation($\lambda_c = 0.80$)

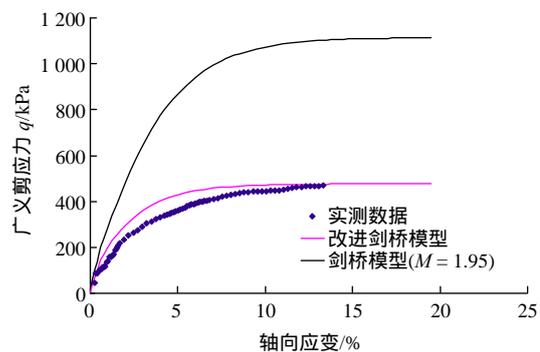
由图 8(b)可知, 改进的剑桥模型计算得到的应力路径可很好地与理论应力路径相对应, 达到了双曲线临界状态线; 而剑桥模型得到的应力路径较理



(a) 围压 50 kPa



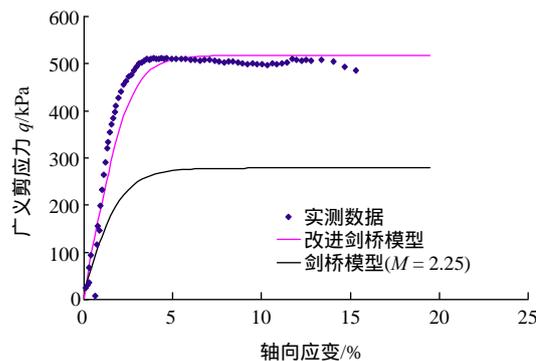
(b) 围压 100 kPa



(c) 围压 200 kPa

图 9 实测应力-应变数据与数值结果对比($\lambda_c = 0.85$)

Fig.9 Comparison of stress-strain data between experiment and numerical calculation ($\lambda_c = 0.85$)



(a) 围压 50 kPa

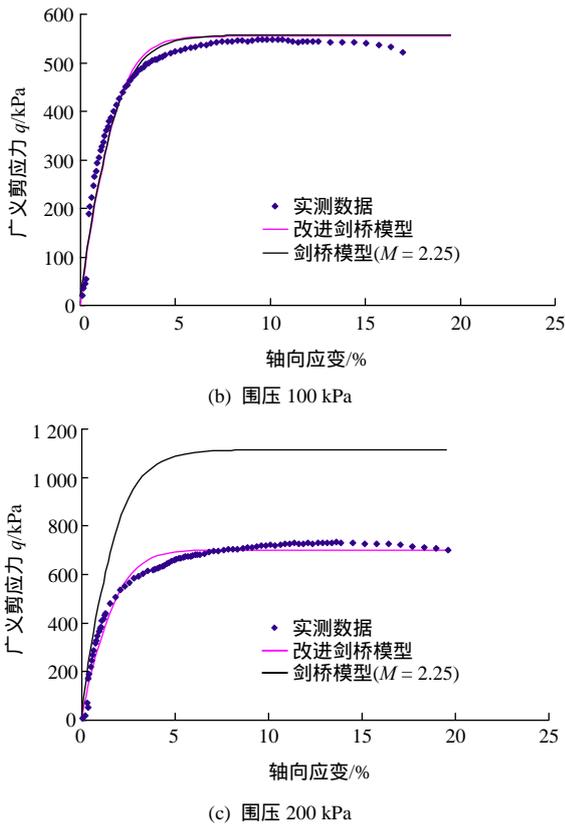


图 10 实测应力-应变数据与数值结果对比($\lambda_c = 0.95$)
 Fig.10 Comparison of stress-strain data between experiment and numerical calculation ($\lambda_c = 0.95$)

论应力路径短,主要是由于 M 取值较小的缘故。且 $FLAC^{3D}$ 内置的剑桥模型计算得到的应力路径在初期与理论应力路径有些差异,而改进的剑桥模型则较好地对应了理论应力路径,这主要是由 $FLAC^{3D}$ 程序计算初期会产生不平衡力,而改进的剑桥模型算法较为精确,即使在计算初期,系统不平衡力也较小,故其结果也与理论匹配得较好。

由图 9, 10 可知,剑桥模型中通过调整 M 取值,使得临界状态线通过某一围压条件下的土体临界状态时,也可以模拟重塑黏土的力学特性。但是,由图 5 可知,采用直线形式的临界状态线不能全面反映重塑黏土在不同围压条件下的临界状态,因此,即便在某一围压条件下的模拟计算结果合理,但在其他围压条件下则得不到理想的结果。图 9 中,通过调整 M 的值,使得 50 kPa 围压条件下,剑桥模型的模拟结果合理,但由于重塑土在围压较小的条件下,强度较高,而随着围压的提高,强度提高的幅度减小,此时若仍采用线性提高的趋势,则会造成模型预测的土体强度较高的结果(见图 9(b), (c))。图 10 中,通过调整 M 值,使得围压 100 kPa 条件

下,剑桥模型的模拟结果合理,但在围压 50 kPa 条件下,预测的土体强度较低;而 200 kPa 条件下,预测得到的土体强度较高,跟试验结果相差较大。因此,剑桥模型不能较好地模拟重塑黏土的力学特性。相反,采用双曲线临界状态的改进剑桥模型则克服了这一缺陷,可较好地反映各状态下土体的力学特性。

7 结 论

(1) 通过将双曲线形式的临界状态线与传统的剑桥模型相结合,建立了能较好地反映重塑黏土力学特性的改进剑桥模型。将其在 $FLAC^{3D}$ 程序中进行二次开发,较详细地给出了具体的开发过程和步骤。

(2) 针对 $FLAC^{3D}$ 中原有程序算法较为繁琐的问题,采用 Newton-Simpson 迭代法将其改进。

(3) 通过对不同压实度的重塑黏土的三轴数值模拟试验,验证了改进的剑桥模型的合理性。试验结果表明:剑桥模型不能全面反映重塑黏土的力学特性,而改进的剑桥模型则可较好地反映;改进的算法具有计算精度高、执行效率高、能适应不同复杂本构模型的特点。

参考文献(References) :

- [1] 李广信. 高等土力学[M]. 北京 :清华大学出版社 ,2004 :69 - 79.(LI Guangxin. Advanced soil mechanics[M]. Beijing :Tsinghua University Press , 2004 : 69 - 79.(in Chinese))
- [2] DAFALIAS L , YANNIS F. Bounding surface plasticity. I : Mathematical foundation and hypoplasticity[J]. Journal of Engineering Mechanics , 1986 , 112(9) : 966 - 987.
- [3] DAFALIAS L , HERRMANN Y. Bounding surface plasticity. II : Application to isotropic cohesive soils[J]. Journal of Engineering Mechanics , 1986 , 112(21) : 1 263 - 1 291.
- [4] BORJA R I ,LEE S R. Cam-clay plasticity ,part I :Implicit integration of elastoplastic constitutive relations[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering , 1990 , 78(1) : 49 - 72.
- [5] BORJA R I. Cam-Clay plasticity. part II : Implicit integration of constitutive equation based on a nonlinear elastic stress predictor[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering , 1991 , 88(2) : 225 - 240.
- [6] BORJA R I ,TAMAGNINI C. Cam-clay plasticity. Part III : Extension

- of the infinitesimal model to include finite strains[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1998, 155(1/2) : 73–95.
- [7] BORJA R I, LIN C, MONTÁNS F J. Cam-Clay plasticity, Part IV : Implicit integration of anisotropic bounding surface model with nonlinear hyperelasticity and ellipsoidal loading function[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2001, 190(26/27) : 3 293–3 323.
- [8] CARTER J P, BOOKER J R, WROTH C P. A critical state soil model for cyclic loading[C]// *Soil Mechanics-transient and Cyclic Loading*. [S.l.] : [s.n.], 1982 : 219–252.
- [9] CARTER J P, BOOKER J R, WROTH C P. Copeton application of a critical state soil model to cyclic triaxial tests[M]. Wellington, NZ : [s.n.], 1980 : 104–110.
- [10] 袁克阔, 陈卫忠, 于洪丹, 等. 考虑黏聚特性和拉压不等效应的修正剑桥模型及数值实现[J]. *岩石力学与工程学报*, 2012, 31(8) : 1 574–1 579.(YUAN Kekuo, CHEN Weizhong, YU Hongdan, et al. Modified Cam-clay model considering cohesion and S-D effect and its numerical implementation[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2012, 31(8) : 1 574–1 579.(in Chinese))
- [11] KOHLER R, HOFSTETTER G. A cap model for partially saturated soils[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2008, 32(8) : 981-1004.
- [12] 连锁营, 韩国城, 姚仰平. 基于 SMP 准则的改进剑桥模型及其在基坑工程中的应用[J]. *大连理工大学学报*, 2002, 42(1) : 93–97.(LIAN Zhenying, HAN Guocheng, YAO Yangping. Revised Cam-clay model based on SMP criterion and its application to foundation engineering[J]. *Journal of Dalian University of Technology*, 2002, 42(1) : 93–97.(in Chinese))
- [13] 范庆来, 栾茂田, 杨庆. 修正剑桥模型的隐式积分算法在 ABAQUS 中的数值实施[J]. *岩土力学*, 2008, 29(1) : 269–273.(FAN Qinglai, LUAN Maotian, YANG Qing. Numerical implementation of implicit integration algorithm for modified Cam-clay model in ABAQUS[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2008, 29(1) : 269–273.(in Chinese))
- [14] 范庆来, 栾茂田, 倪宏革. 循环荷载作用下软基上大圆筒结构弹塑有效应力分析[J]. *水利学报*, 2008, 39(7) : 836–842.(FAN Qinglai, LUAN Maotian, NI Hongge. Elastoplastic effective stress analysis of soft soil foundation of large-diameter cylindrical structure subjected to cyclic loading[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2008, 39(7) : 836–842.(in Chinese))
- [15] 关云飞, 高峰, 赵维炳, 等. ANSYS 软件中修正剑桥模型的二次开发[J]. *岩土力学*, 2010, 31(3) : 976–980.(GUAN Yunfei, GAO Feng, ZHAO Weibing, et al. Secondary development of modified Cambridge model in ANSYS software[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2010, 31(3) : 976–980.(in Chinese))
- [16] 郑颖人, 孔亮. 岩土塑性力学[M]. 北京 : 中国建筑工业出版社, 2010 : 150–153.(ZHENG Yingren, KONG Liang. *Geotechnical plastic mechanics*[M]. Beijing : China Architecture and Building Press, 2010 : 150–153.(in Chinese))
- [17] 陈瑜瑶, 郑颖人. 关于如何确定屈服面的探讨[J]. *岩石力学与工程学报*, 2001, 20(增 1) : 882–885.(CHEN Yuyao, ZHENG Yingren. Study of yield surface[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2001, 20(Supp.1) : 882–885.(in Chinese))