

# 非饱和土路基毛细作用的数值与解析方法研究

刘 杰, 姚海林, 卢 正, 胡梦玲, 董启朋

(中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 武汉 430071)

**摘 要:** 通过建立非饱和土毛细作用的孔隙分布的分形模型, 推导获得了非饱和土毛细水的最大上升高度, 同时基于 Richards 水分运动微分方程, 引入边界及初始条件, 基于 Laplace 变换, 得到了毛细作用下非饱和土路基湿度变化的解析解; 同时引入算例, 将所提出的解析方法计算结果与未简化参数的数值计算结果进行了对比分析; 最后考虑不同因素的影响进行了非饱和土路基毛细作用下的湿度变化分析。分析结果表明: 解析求解获得的路基湿度变化趋势和未进行参数简化的数值法求解结果基本一致, 证明解析解法是合理可信的; 路基填筑的初始含水率越大, 填土的初始吸力越小, 毛细水上升的高度及湿度变化量也相应越小; 透水性能较好的路基填土毛细水上升速度较快, 但上升高度较小, 毛细水可以在较短时间内上升到最大高度; 路基的填土类型不同, 路基在毛细作用下的湿度变化状态也不同, 需要针对不同的填土路基进行相应的防排水措施。

**关 键 词:** 分形理论; Richards 方程; 毛细作用; 非饱和土路基; 初始含水率

中图分类号: U 416.1

文献标识码: A

## Study of analytic and numerical methods for capillary action of unsaturated soil subgrade

LIU Jie, YAO Hai-lin, LU Zheng, HU Meng-ling, DONG Qi-peng

(State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Science, Wuhan 430071, China)

**Abstract:** Fractal model for the pore distribution of capillary action of unsaturated soil is built; the maximum rising height of capillary water in unsaturated soil is obtained. Meanwhile, based on Richards equation of water movement, boundary and initial conditions are introduced; based on Laplace transformation, analytical solution of the moisture changes in unsaturated soil subgrade under the action of capillary is obtained. Meanwhile, a calculating example is introduced; the proposed analytical solution and the numerical calculation results without parameters simplification are compared. Finally, the moisture changes under the action of capillary considering different factors in unsaturated soil subgrade are analyzed. The results show that: The results got respectively by analytical method and numerical method without simplifying parameter are consistent. It is proved that the analytic solution is reasonable and feasible. The greater the initial moisture content of subgrade filling is, the smaller the initial suction of the filling is, the smaller the rise height of capillary water and the change amount of moisture are. The rising speed of capillary water with the better subgrade filling permeability is faster. But the rise height is smaller, capillary water can rise to the largest height in a short time. Different types of subgrade filling have different moisture change states of subgrade under the action of capillary. Corresponding waterproof and drainage measures are needed according to different types of subgrade filling.

**Key words:** fractal model; Richards equation; capillary action; unsaturated soil subgrade; initial water content

## 1 引 言

路基填土大都属于非饱和土, 在土中基质吸力的作用下, 地下水可通过毛细作用不断浸润路基, 增加路基湿度。尤其当地下水位上升时, 缩短了毛细作用的路径, 加快了毛细作用对路基土中水的补

给, 从而使路基湿度增加, 导致路基湿软, 一方面使路基强度降低, 另一方面, 饱和的路基土由于残余孔隙水压力消散产生的固结变形, 使路基残余变形增大, 从而加速路面结构的损坏<sup>[1-3]</sup>。

目前国内外对于非饱和土的毛细作用有一定研究但尚不深入。如 Mavis<sup>[4]</sup>则基于砂土的有效粒径

收稿日期: 2013-04-25

基金项目: 交通部西部交通建设科技项目 (No. 2011318493720, No. 20113184931700, No. 2011318775680); 国家自然科学基金项目 (No. 51209201, No. 51279198); 武汉市青年科技晨光计划项目 (No. 201150431070)。

第一作者简介: 刘杰, 女, 1983 年生, 博士, 助理研究员, 主要从事非饱和土水分运移方面的研究。E-mail: liujie\_whrsm@163.com

及孔隙率的研究提出了毛细管上升高度的范围。陈义民等<sup>[5]</sup>针对 10 种不同的路基填土样进行了室内冻胀情况下土体的毛细管上升试验研究, 获得了不同冻胀情况下毛细水的上升高度。李锐等<sup>[6]</sup>采用 GEO-SLOPE 软件对水中圆柱形砂土柱的毛细作用进行了数值模拟, 并进行了室内试验, 研究了砂垫层对毛细水上升的抑制作用。翁通<sup>[7]</sup>通过试验研究了毛细水上升不同时期的上升速度及不同含盐量水的毛细作用。董斌<sup>[8]</sup>通过对 12 种不同粗细土料进行室内竖管法毛细水上升高度试验, 得到毛细水上升高度与时间关系曲线, 并分析了影响因素和变化规律。此外还有姚华等<sup>[9]</sup>也采用了竖管法, 进行了非饱和土毛细作用影响因素的室内试验研究, 得到了一些有益的结论。

非饱和土的毛细作用是个缓慢、持续的过程, 而目前大部分关于非饱和土毛细作用的研究结论基本都停留在试验室的试验分析上, 虽然直观, 但是由于选择的试验用土大多是颗粒粒径较大的砂土, 这种土的毛细水上升速度较快并能够很快达到稳定, 因而较容易根据试验拟合获得土中毛细水的最大上升高度及上升时间。但由于室内试验研究时间较短, 因而对于诸如黏土、膨胀土、粉土之类的土却很难最终确定他们的毛细水最大上升高度及稳定情况下的水分迁移规律, 而只能给出一个特定条件下的结果, 受外界因素的影响较大。因此, 目前关于非饱和土毛细作用的研究成果不能够广泛地应用于所有的研究用土, 有一定的针对性, 但广泛适用性较差。

基于此, 本文将基于多孔介质的分形理论对非饱和土的毛细作用机制及上升高度进行理论推导分析, 根据土的颗粒分布状态, 获得非饱和土毛细作用下的毛细水上升高度的解析解, 随后对毛细作用下的非饱和土湿度变化进行理论求解分析。并最终通过引入算例获得不同因素影响下的非饱和土路基的毛细作用。

## 2 非饱和土路基毛细水上升最大高度

非饱和土的毛细作用与总吸力中的基质吸力部分有关, 土中的基质吸力是非饱和土毛细水上升的主要驱动力, 在吸力作用下, 部分地下水会通过土体内部的孔隙通道进行向上的水分迁移, 直至运动到总势能为 0 的位置, 水质点将不再上升, 毛细水到达最大的上升高度, 土中的水分迁移结束。

土是由多个粒状物质组成的, 通常用它的粒径分布来描述, 而水的流通通道即为土中的孔径, 因

此, 孔径分布与粒径分布的获知对研究非饱和土水分运动规律具有重要意义, 但是颗粒的大小并不能用简单的线型尺寸惟一的确定。非饱和土中的孔径与孔径的分布是复杂的, 一般表示孔隙大小的方法是把多孔介质孔隙空间内的一点的孔隙直径定义为包含该点且完全位于其中的最大圆球的直径, 孔隙分布可以通过确定因数  $\alpha$  来确定,  $\alpha$  表示孔径在  $\delta$ 、 $\delta+\Delta\delta$  之间的孔隙所占总孔隙体积的百分数, 为此, Scheidegger<sup>[10]</sup>提出了

$$\int_0^{\infty} \alpha(\delta) d\delta = 1 \quad (1)$$

Ritter 和 Drake<sup>[5]</sup>简便地把孔隙想象成短的圆形毛细管, 并采用总的孔隙体积  $U_v$  及非湿润流体体积 (气体)  $U$  表示孔径分布函数如下:

$$D(\delta) = \frac{2p_c}{\delta} \frac{d(U_v - U)}{dp_c} \quad (2)$$

式中:  $p_c$  为迫使非湿润流体进入孔隙所需要的毛细压力。

Fara 等<sup>[11]</sup>针对多孔介质的分布, 引入函数  $f(s)$ , 其表达式为

$$\left. \begin{aligned} f(s) &= 1 && \text{对应 } s \text{ 点落在孔隙内} \\ f(s) &= -1 && \text{对应 } s \text{ 点落在孔隙外} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

由于孔隙分布自身的复杂性, 前人多依据统计方法对孔隙分布进行描绘, 由于在毛细水运动过程中, 孔隙是毛细水运动的路径与空间, 在非饱和土体中分布的孔隙满足基本的分形模型, 因此, 用分形理论研究非饱和土的毛细作用具有得天独厚的优势。分形理论是 Mandelbort<sup>[12]</sup>首先提出的一种几何形状, 分形理论认为物体都有严格的自相似性, 是依据局部与整体相似而建立起来的理论。分形孔隙结构可以通过首先假定一个立方体的边长为 1, 被分成  $1/r^3$  个边长为  $r$  的次一级立方体, 再从中拿走  $N$  个立方体, 再从剩下的立方体中, 再分成  $1/r^3$  个边长为  $r^2$  的次二级立方体, 再从中拿走  $N[1/r^3 - N]$  个次二级的小立方体, 如此反复下去, 直到孔隙的孔径为无穷小, 即形成分形分布的孔隙结构, 根据分形理论, 孔隙的孔径与其对应的个数有如下关系<sup>[13]</sup>:

$$N = Cr^{-D} \quad (4)$$

式中:  $C$  为常数;  $r$  为孔径;  $D$  为孔隙分布的分维数。

假设孔隙均为球状, 则孔隙体积可表示为

$V = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{r}{2}\right)^3$ ，则在单位土体中，也同样把孔隙想象

成短的圆形毛细管，假定土中孔隙是连续分布的，则土中全部孔隙的体积为  $V_p = \int_0^{r_{\max}} V dN + \int_0^{r_{\max}} NdV$ ，积分求解得

$$V_p = \frac{\pi C}{6} r_{\max}^{3-D} \quad (5)$$

根据孔隙率  $n$  的物理意义可知，对于单位体积的土体有

$$n = V_p \quad (6)$$

联立式 (5)、(6)，求解可得到常数  $C$  为

$$C = \frac{6n}{\pi r_{\max}^{3-D}} \quad (7)$$

则单位体积土中对应某一个孔径  $r$  的孔隙总体积为

$$V(r) = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{r}{2}\right)^3 N = \left(\frac{r}{r_{\max}}\right)^{3-D} \quad (8)$$

已知某一孔隙孔径为  $r$ ，而对应该孔径的毛细管内毛细水上升高度为  $h(r)$ ，有

$$r = \frac{4T_s \cos \alpha}{\rho_w g h(r)} \quad (9)$$

式中： $T_s$  为水的张力； $\alpha$  为张力方向与垂直方向的夹角，即接触角； $\rho_w$  为水的密度； $g$  为重力加速度。

分析可知，任意孔隙的孔径  $r$  所对应的毛细水上升最大高度是一定的，即到达该位置时，毛细水无法进入孔径大于  $r$  的孔隙中，同样，相同高度处的孔径小于  $r$  的其他孔隙，由于对应的吸力值较大，因而毛细水很容易就进入这些孔隙中，因而孔隙中充满了水。假定土体处处都是均质的，根据孔隙体积分布公式，代入式 (4)、(5)、(7)、(8)，高度为  $h(r)$  位置的一个单位立方体的含水率的增加量  $\theta(h)$  为

$$\theta(h) = \int_0^r V dN + \int_0^r NdV = \left(n \frac{r}{r_{\max}}\right)^{3-D} \quad (10)$$

将式 (9) 代入式 (10)，并假设水为纯水，即相应接触角  $\alpha = 0$ ， $\theta_r$  为残余含水率。则有

$$\theta(h) = n \left[ \frac{h(r_{\max})}{h} \right]^{3-D} + \theta_r \quad (11)$$

以上即获得毛细水上升稳定后任意高度的含水率。通过引入土体的颗粒分布数据结果，首先得到最大粒径  $R_{\max}$ ，再通过引入最大颗粒最松的简单立

方点阵堆积(SC)方式<sup>[14]</sup>获得等效最大的孔径为

$$r_{\max} = \frac{R_{\max}}{2}(\sqrt{2}-1) \quad (12)$$

将式 (12) 代入式 (9) 即可获得  $h(r_{\max})$ ，并将该值代入式 (11)，即可求得当毛细水上升稳定后土体在任意高度处孔隙水分布状态。同时可确定一个极限值  $\alpha$ ，使的路基填筑工况，毛细水上升到了最大高度  $h_{\max}$  处的  $\theta(h_{\max}) - \theta_0 \leq a$ 。此时毛细水上升最大高度为  $h_{\max}$ 。

另外，已知在路基填筑中的初始体积含水率为  $\theta_0$ ，当毛细水上升到  $\theta_0$  对应的毛细水上升高度值时，该高度值以上的土体的基质势呈现出小于等于重力势的情况，没有驱动势使毛细水继续上升，因而相对于一定的路基填筑工况，毛细水上升到了最大高度  $h_{\max}$  处的  $\theta(h_{\max}) = \theta_0$ ，即毛细水上升最大高度为

$$h_{\max} = h(r_{\max}) \left( \frac{\theta_0 - \theta_r}{n} \right)^{\frac{1}{D-3}} \quad (13)$$

在式 (13) 中， $h(r_{\max})$  可以通过式 (9) 获得，其他参数如孔隙率  $n$  及初始含水率  $\theta_0$  均为已知量，而土体的分维数  $D$  仍然为未知量，仍需进一步分析。

已知在 Brooks-Corey 模型中，提到了关于有效饱和度与体积含水率和残余含水率之间的关系可表示为

$$S_e = \left( \frac{\psi_b}{\psi} \right)^{\lambda} = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (14)$$

式中： $S_e$  为土的有效饱和度； $\psi_b$  为土的进气值，是对土中最大孔隙尺寸的一种度量； $\psi$  为基质吸力； $\theta_s$  为饱和含水率； $\theta$  为体积含水率。

对式 (14) 两边取对数有

$$\ln \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = -\lambda \ln \psi + \lambda \ln \psi_b \quad (15)$$

式 (15) 中  $\lambda$  即为等式两边的关系参数，将  $\ln \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$  作为因变量， $\ln \psi$  作为自变量，根据已经获得的土体基本土-水特性，可以求解获得  $\lambda$  的取值。其中根据 Young-Laplace 公式<sup>[11]</sup>可以得到

$$-\lambda = D - 3 \quad (16)$$

联立式 (13)、(16) 即可得到最终毛细水上升最大高度表达式为

$$h_{\max} = h(r_{\max}) \left( \frac{\theta_0 - \theta_r}{n} \right)^{\frac{1}{-\lambda}} \quad (17)$$

### 3 毛细作用下路基的湿度分布状态

通过上一节的推导, 获得了毛细水在非饱和土中的最大上升高度的解析求解公式, 而由于土中水的毛细作用的持续性, 毛细水在路基土中的上升状态, 迁移速度等对土体湿度的影响程度也随着时间的变化有很大不同, 直接影响到整个路基的长期安全性能和稳定, 而目前相关的研究多基于试验结果, 没有真正从毛细水上升机制、上升过程进行理论的系统分析, 毛细水对湿度的改变有多大程度的影响及相关的因素还有待进一步的探讨。

笔者认为地下水的毛细作用依然满足水分的质量守恒及动量平衡, 基于此, 引入描述非饱和土壤水分运动的基本微分方程 Richard 方程<sup>[15]</sup>:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] + \frac{\partial k(\theta)}{\partial z} \quad (18)$$

式中:  $k(\theta)$  为土壤水分的渗透系数;  $D(\theta)$  为扩散系数;  $D(\theta) = k(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z}$ ;  $x, y, z$  为位置坐标。

考虑到毛细作用对路基土体的影响主要是竖直方向上的, 横向渗流多通过路基排水系统排出, 因此, 将路基填土的毛细作用问题可以简化为水分的一维流动问题, 对式 (18) 进行简化, 有

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] + \frac{\partial k(\theta)}{\partial z} \quad (19)$$

已知假定路基填土在初始填筑时的初始含水率为固定的  $\theta_0$ , 不会因为蒸发和其他因素减小, 并且假设土体是均质各向同性的, 则引入地下水毛细作用的初始条件及边界条件有

$$\left. \begin{aligned} \theta(z, t) = \theta_0 & \quad t = 0, \quad h \in (0, \infty) \\ \theta(z, t) = \theta_s & \quad z = 0, \quad t \in (0, \infty) \\ \theta(z, t) = \theta_0 & \quad z = h_{\max}, \quad t \in (0, \infty) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式中:  $\theta_0$  为路基土体的初始含水率;  $\theta_s$  为路基填土的饱和含水率;  $h_{\max}$  为毛细水上升的最大高度 (通过式 (17) 获得)。

因等式两边含水率  $\theta$  是时间与土壤水上升高度的非线性相关的函数, 在求解过程中用解析方法来求解比较困难, 因此, 在求解之前需要进行一定的简化和假设, 以  $\hat{k} = \frac{k(\theta_s) - k(\theta_0)}{\theta_s - \theta_0}$  代替  $\frac{\partial k(\theta)}{\partial \theta}$ , 而

假定  $D(\theta)$  在毛细水上升过程中是定值  $\hat{D}$ , 则联立式 (19)、(20) 有

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial t} &= \hat{D} \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + k \frac{\partial \theta}{\partial z} \\ \theta(z, t) &= \theta_0 \\ \theta(z, t) &= \theta_s \\ \theta(z, t) &= \theta_0 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

对上述的定解问题进行拉普拉斯变换求解, 设未知函数  $\theta(z, t)$  拉氏变换后相应的象函数为

$$\tilde{\theta}(z, p) = L[\theta(z, t)] = \int_0^{\infty} e^{-pt} \theta(z, t) dt \quad (22)$$

根据拉氏变换定理可知

$$L \left[ \frac{\partial \theta(z, t)}{\partial t} \right] = p \tilde{\theta}(z, p) - \theta(z, 0) \quad (23)$$

$$L \left[ \frac{\partial^2 \theta(z, t)}{\partial z^2} \right] = \frac{d^2 \tilde{\theta}(z, p)}{dz^2} \quad (24)$$

通过变换, 原方程转换为关于象函数的常微分方程变化为

$$D \frac{d^2 \tilde{\theta}(h, p)}{dh^2} - k \frac{d \tilde{\theta}(h, p)}{dh} - p \hat{\theta}(h, p) = -\theta_0 \quad (25)$$

对边界条件式 (20) 进行变换有

$$\tilde{\theta}(0, p) = \frac{\theta_s}{p}, \quad \tilde{\theta}(h_{\max}, p) = \frac{\theta_0}{p} \quad (26)$$

联立式 (25)、(26) 进行求解有

$$\tilde{\theta}(z, p) = \frac{\theta_0 - \theta_s}{p(e^{2h_{\max} \sqrt{\frac{k^2 + 4P}{D^2 + D}} - 1})} e^{\left(\frac{k}{2D} + \sqrt{\frac{k^2 + 4P}{D^2 + D}}\right)z} + \frac{(\theta_s - \theta_0) e^{2h_{\max} \sqrt{\frac{k^2 + 4P}{D^2 + D}}}}{p(e^{2h_{\max} \sqrt{\frac{k^2 + 4P}{D^2 + D}} - 1})} e^{\left(\frac{k}{2D} - \sqrt{\frac{k^2 + 4P}{D^2 + D}}\right)z} + \frac{\theta_0}{p} \quad (27)$$

对 (27) 式进行拉普拉斯逆变换有

$$\theta(z, t) = \frac{e^{\frac{kh_{\max}}{D}} (\theta_0 - \theta_s)}{2} \left[ \operatorname{erfc} \left( \frac{2h_{\max} - z + kt}{2\sqrt{Dt}} \right) + e^{\frac{-k(2h_{\max} - z)}{D}} \operatorname{erfc} \left( \frac{2h_{\max} - z - kt}{2\sqrt{Dt}} \right) \right] + \frac{(\theta_s - \theta_0)}{2} \left[ \operatorname{erfc} \left( \frac{z - kt}{2\sqrt{Dt}} \right) + e^{\frac{kz}{D}} \operatorname{erfc} \left( \frac{z + kt}{2\sqrt{Dt}} \right) \right] + \theta_0 \quad (28)$$

式 (28) 即为土体在毛细水上升过程中的湿度随高度及时间的变化解析解。

### 4 算例分析

某平原地区公路路基高度为 2 m，地基高度为 6 m，地下水位高度为 1 m。路基填土的饱和渗透系数为  $4.74 \times 10^{-9}$  m/s，路基模型初始含水率设定为 24%。

路基模型填土根据文献[16]中选取的武汉市的洪山黏土，路基计算模型见图 1，填土的基本土水特性见图 2，填土的基本颗粒级配见图 3，通过引入土-水参数关系根据式 (15) 计算获了  $\lambda$  为 0.251 1，取纯水在 20℃时的张力为  $T_s = 0.072$  N/m，孔隙率  $n$  为饱和体积含水率 42.3%，残余含水率为 4.5%。

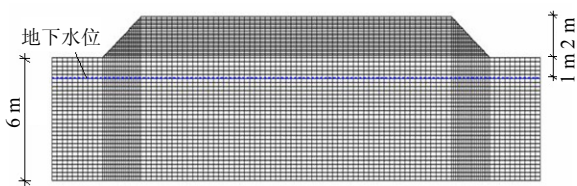


图 1 路基计算模型  
Fig 1 Subgrade calculating model

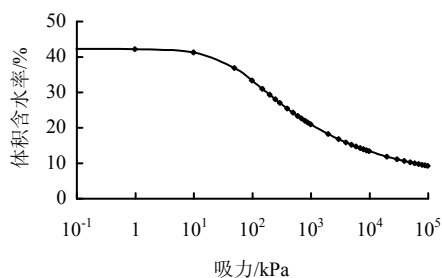


图 2 洪山黏土的土-水特征曲线  
Fig.2 SWCC of Hongshan clay

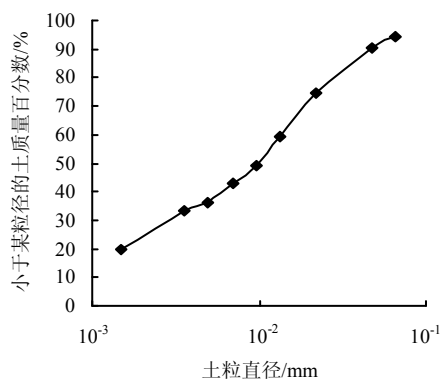


图 3 洪山黏土的颗粒分配曲线  
Fig.3 Particle distribution curve of Hongshan clay

为了验证本文推导方法的正确性，本文采用 GEOSTUDIO 中的 SEEP/W 软件，仍然基于水分流动的基本微分方程 (18)，建立二维的路基模型，基于式 (19) 不进行参数简化，固定地下水位，通过设置路基的初始含水率，忽略毛细水水平方向的流动，只考虑路基毛细水的竖向渗流。进行非饱和

土路基毛细作用的数值计算分析。

根据第 2、3 节推导得到的毛细作用下非饱和土路基的湿度变化状态的解析求解方法针对算例进行求解，并将解析方法及数值计算方法进行对比。

图 4 为基于解析方法与采用数值计算分析方法获得的毛细水最终上升高度。由图 4 显示的结果可以看出，由于洪山黏土的初始吸力较大，毛细水持续上升到最大高度处的时间是长期和缓慢的，在到达一定高度位置时，虽然路基湿度的变化是微小的，但是地下水的毛细作用依然在进行，因而不能简单地通过试验过程中一个时间段内的某一高度处的湿度变化很小而确定某类土的毛细水上升高度，这也就说明了虽然毛细水上升高度看似偏高，但始终符合“毛细水最大上升高度位于基质势与重力势达到平衡的位置”<sup>[7]</sup>的物理意义。而依据解析方法获得的不同初始含水率下的毛细水最大上升高度与数值计算结果较为接近，趋势也较为一致。验证了解析求解公式具有合理性。

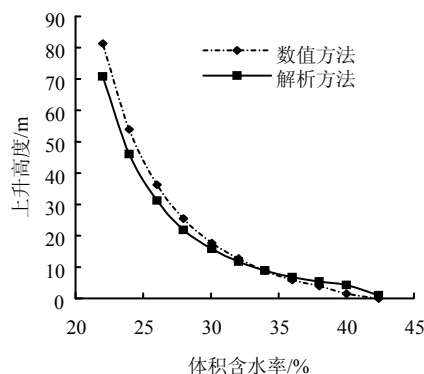
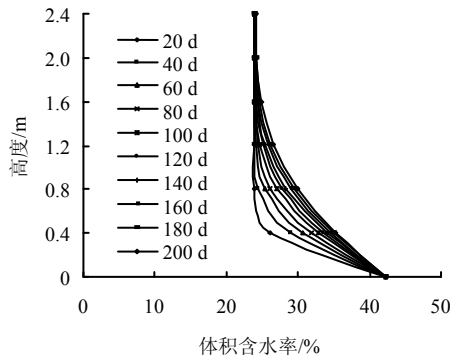
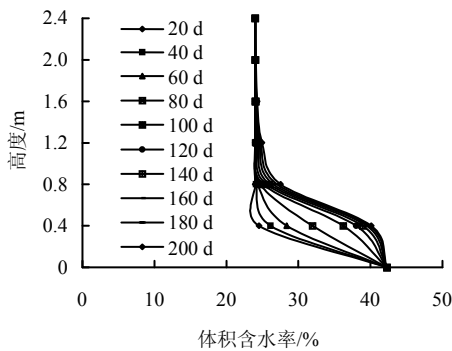


图 4 不同解法下的毛细水最大上升高度  
Fig.4 Largest rising height of capillary water under different solutions

图 5、6 给出了基于简化参数的解析方法获得的解析解与不简化参数的数值解的对比曲线。分析曲线可以发现：在相同的初始含水率情况下，两种方法求解获得的路基湿度变化趋势基本一致，尤其是在毛细水上升阶段的初期，路基湿度均在较短的时间内得到较快的增加，到了后期，由于在解析过程中简化了渗透系数与扩散系数这两个土-水参数，因而在基质吸力较大的情况，解析方法求解结果大于数值方法获得的结果，两者在路基湿度变化的求解在数值方面虽有一些差别，但是在趋势上较为一致，说明用简化分析方法推导获得的非饱和土路基毛细作用的一维解析解是合理并且较为准确的，能为准确描述非饱和土路基的毛细作用及路基湿度变化趋势提供帮助。

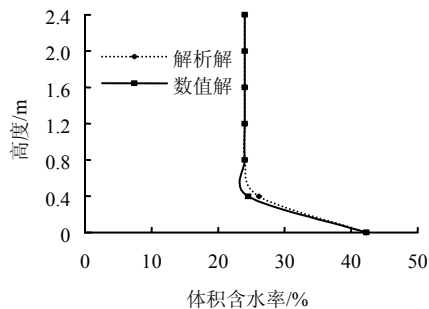


(a) 解析解

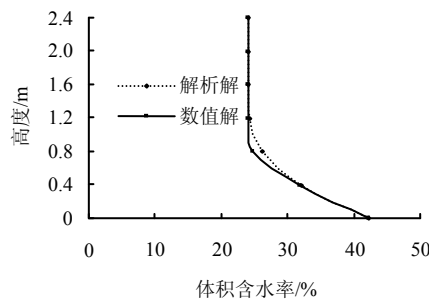


(b) 数值解

图5 不同解法下的毛细作用下的路基湿度变化曲线  
Fig 5 Curves of subgrade moisture change under the capillary action with different solutions



(a)  $t = 20\text{ d}$



(b)  $t = 80\text{ d}$

图6 毛细作用下路基湿度变化解析解与数值解对比曲线  
Fig 6 Contrast curves of analytical and numerical solutions of subgrade moisture under capillary action

### 5 影响因素分析

引入了不同的毛细作用影响因素，包括渗透系数、初始含水率、路基填土（其中路基填土的主要计算参数引用自作者的博士论文<sup>[17]</sup>），研究不同影响因素下的非饱和土路基的毛细作用。

图7~9给出了不同影响因素下的路基湿度变化情况，分析得知：路基填土的饱和渗透系数越高，毛细水上升的速度也越快；路基填土的初始含水率越低，与之对应填土的基质吸力越大，则毛细水上升高度越大，路基湿度变化量也越大；砂质黏土由于本身填土含有相对较大的孔隙，渗透性较强，因

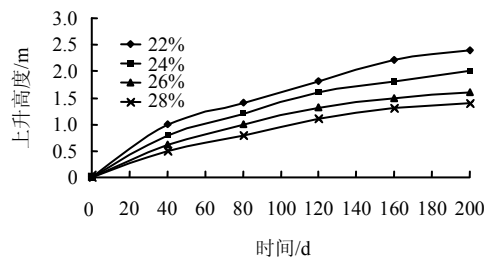


图7 不同初始含水率下的路基毛细水上升高度  
Fig 7 Rising heights of subgrade capillary water under different initial water contents

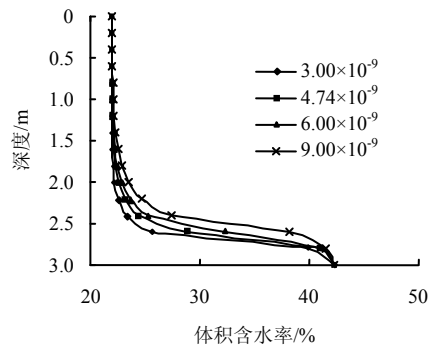


图8 不同饱和渗透系数影响下路基湿度变化曲线  
Fig 8 Curves of subgrade moisture change under effects of different saturations permeability coefficients

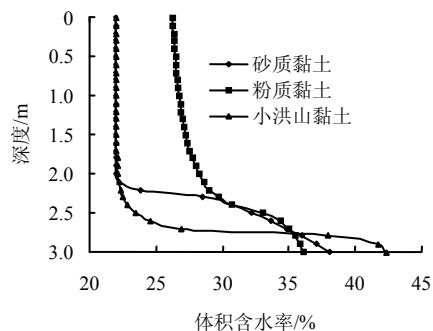


图9 不同路基填土的湿度变化曲线  
Fig 9 Change curves of subgrade moisture of different subgrade fillings

而毛细水的上升速度最快, 但上升高度最小。粉质黏土由于其自身的渗透速度快于洪山黏土, 同时毛细水上升的驱动势较大, 毛细水可以在较短时间内到达路基顶面, 且对路基的湿度影响较其他两种填土要大。而洪山黏土由于本身渗透系数较小, 毛细水上升速度较为缓慢, 因而在相同的时间内路基的湿度变化幅度较小。

## 6 结 论

(1) 通过引入分形理论, 推导获得了非饱和土毛细水最大上升高度的解析解, 同时基于土壤水分运动的基本微分方程, 对其中的土水参数进行了一些简化, 并针对非饱和土的毛细作用进行了初始及边界条件的设定, 获得了非饱和土路基毛细作用下的湿度状态分布的解析表达式。

(2) 根据解析解法求解获得的毛细水最大上升高度以及路基湿度总体变化趋势和数值解较为接近, 趋势一致; 说明解析解法的推导是合理可行的; 解析解法较适用于进行毛细水上升规律的简化分析求解。

(3) 路基的初始填筑湿度对路基的长期湿度分布状态有较大的影响, 由于不同的路基填土的毛细作用不同, 因而相应针对性的防止毛细水上升的措施也不同, 路基填土的水分渗透系数越大对于路基湿度变化的影响也相应越大。

(4) 毛细作用对路基湿度变化的影响很大, 建议可以通过在路基内部设置砂垫防水层阻止毛细水进入路基, 从而达到降低路基高度, 建设节约型公路的目的。

(5) 本文获得的非饱和土毛细作用的解析方法是基于较多假定而建立的, 具有一定的简化, 是对非饱和土毛细作用的初步理论探讨, 因而在将来的后续工作中有必要建立更为完善和全面的非饱和土毛细作用相应的理论分析模型。

## 参 考 文 献

- [1] 孙冬梅, 朱岳明. 水位波动影响下的非稳定渗流问题研究[J]. 天津大学学报, 2007, 40(7): 779—785.  
SUN Dong-mei, ZHU Yue-ming. Unsteady seepage problems due to water level fluctuation[J]. *Journal of Tianjin University*, 2007, 40(7): 779—785.
- [2] 凌华. 非饱和土强度随含水量的变化[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(7): 1499—1503.  
LING Hua. Variation of unsaturated soil strength with water contents[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2007, 26(7): 1499—1503.
- [3] 谢华昌, 吴海平. 湿度和吸力对处治土路基回弹模量

- 的影响[J]. 中国公路学报, 2001, 14(增刊): 19—21.  
XIE Hua-chang, WU Hai-ping. Influence of moisture content and suction on modulus of pavement subgrade[J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2001, 14(Supp.): 19—21.
- [4] J. 贝希. 多孔介质流体力学[M]. 李竞生, 陈崇希译. 北京: 中国建筑工业出版社, 1983.
- [5] 陈义民. 季冻区公路路基土有害毛细水上升高度综合试验研究[J]. 冰川冻土, 2008, 30(4): 641—644.  
CHEN Yi-min. Comprehensive test of harmful capillary water rise height in cold areas roadbed soil[J]. *Journal of Glaciology and Geocryology*, 2008, 30(4): 641—644.
- [6] 李锐, 赵文光, 陈善雄. 基于 GEO-SLOPE 的膨胀土路基毛细水上升分析[J]. 华中科技大学学报(城市科学版), 2006, 23(增刊 1): 36—39.  
LI Rui, ZHAO Wen-guang, CHEN Shan-xiong. Capillary water upward movement analysis of expansive soil roadbed based on GEO-SLOPE[J]. *J. of HUST. (Urban Science Edition)*, 2006, 23(Supp.1): 36—39.
- [7] 翁通. 盐渍土毛细水作用及击实特性研究[D]. 西安: 长安大学, 2006.
- [8] 董斌, 张喜发, 李欣, 等. 毛细水上升高度综合试验研究[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(10): 1569—1574.  
DONG Bin, ZHANG Xi-fa, LI Xin, et al. Comprehensive tests on rising height of capillary water[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2008, 30(10): 1569—1574.
- [9] 姚华, 张喜发, 张冬青. 影响粗粒土毛细水上升高度的因素研究[J]. 勘察科学技术, 2007, (1): 10—12.  
YAO Hua, ZHANG Xi-fa, ZHANG Dong-qing. Research on affecting factors of rising height of capillary water on coarse grained soil[J]. *Survey of Science and Technology*, 2007, (1): 10—12.
- [10] SCHEIDEGGER A E. Theoretical models of porous matter[J]. *Producers Monthly*, 1953, 17(10): 17—23.
- [11] FRAR H D, SCHEIDEGGER A E. Statistical geometry of porous media[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1961, 66(10): 3279—3284.
- [12] MANDELBROT B B. The fractal geometry of nature[M]. New York: Freeman w h, 1982
- [13] 赵兰英. 基于分形理论的路面不平度分级与模拟研究[D]. 南京: 南京农业大学, 2009
- [14] 刘小平. 非饱和土路基水作用机理及其迁移特性研究[D]. 长沙: 湖南大学, 2008
- [15] 雷志栋, 杨诗秀, 谢森传. 土壤水动力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1998
- [16] 刘杰, 姚海林, 胡梦玲, 等. 水位波动下路基湿度动态响应及地下防排水模型试验研究[J]. 岩土力学, 2012, 33(10): 2917—2922.  
LIU Jie, YAO Hai-lin, HU Meng-ling, et al. Study of moisture dynamic response and underground drainage test of subgrade model under water level fluctuation[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2012, 33(10): 2917—2922.
- [17] 刘杰. 非饱和土路基水分迁移规律及地下防排水技术研究[D]. 武汉: 中科院武汉岩土力学研究所, 2011.