

文章编号: 1000 - 7598 (2013) 09 - 2583 - 06

基于整体稳定性分析法的边坡临界滑动面搜索

孙 聪, 李春光, 郑 宏

(中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 武汉 430071)

摘 要: 临界滑动面搜索是边坡稳定分析中很重要的内容, 针对现有方法的不足, 提出了一种新的搜索方法。基于边坡稳定性的整体分析法, 建立了确定临界滑面的非线性优化模型。该模型将滑面离散点的纵坐标和安全系数都视为独立变量, 目标函数取为安全系数本身, 约束条件是平衡方程组和滑面凸性。由于目标函数是线性函数, 约束条件至多是二次多项式, 非线性程度较低, 可采用经典优化算法和常见的非线性优化工具求解, 比如 Matlab。通过实例分析并与传统的滑面搜索方法进行对比表明, 所建议的方法在数值稳定性及收敛性方面均具有优势。

关 键 词: 极限平衡法; 整体分析法; 安全系数; 非线性优化; 临界滑面

中图分类号: TU 443

文献标识码: A

Searching critical slip surfaces of slope based on global stability analysis

SUN Cong, LI Chun-guang, ZHENG Hong

(State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics,
Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China)

Abstract: Searching critical slip surface is very important in slope stability analysis. For the deficiencies of the existing methods, a new search method is put forward. On the basis of global analysis method of slope stability, a nonlinear optimum model for determining critical sliding surface is proposed for calculating safety factor. In this method, both the safety factor and vertical coordinates of discrete points on the slip surface are taken as independent variables, and the safety factor is taken as the objective function. In the model, the equilibrium equations and convexity of the slip surface act as constraint conditions. Because the objective function is linear, and the constraint functions are polynomials of at most quadratic, the model has weaker nonlinearity and so it can be solved easily by those conventional nonlinear optimization tools, such as Matlab. The following two example results show that the proposed method has advantages for numerical stability and convergence.

Key words: limit equilibrium method; global analysis method; safety factor; nonlinear optimization; critical slip surface

1 引 言

边坡稳定性分析的主要研究内容包括固定滑面安全系数的计算^[1-2]和临界滑动面的搜索^[3-4]。对于前者, 已经有多种成熟的方法来进行求解, 其中最常用的有极限平衡法和有限元法。传统的极限平衡法, 如 Janbu 法、Spencer 法和 Sarma 法等, 虽说是抓住了边坡稳定分析的主要矛盾, 但所引入的各种条间作用力的假设在力学上尚不够严密。有限元法虽能弥补前者的不足, 但在极限状态的标准方面尚未达成统一, 因此, 仅能提供近似的安全系数, 对于临界滑面也只能通过临界态的塑性区、变形图,

或其他可视化技术来大致估计^[5-6]。

Duncan^[7]曾对边坡的极限平衡法和有限元法的发展进行了详细的综述, 但其对极限平衡法重点评述了第一部分安全系数的计算, 对有限元法着重评述了边坡的变形分析, 对临界滑动面的搜索方法则论述较少。在一些国内外学者的努力下, 也出现了一些比较严谨的优化方法实现了临界滑动面的搜索。例如, Zhu^[8]基于自己提出的临界滑动面方法实现了满足全部平衡方程的临界滑动面搜索; 郑裕明等^[9-10]采用粒子群法与和声法搜索到了滑动面, 但这种方法存在一定的收敛性问题, 条间力函数不能随意设定, 否则会引起不符合实际的条间力; Li 等^[11]

收稿日期: 2012-07-05

基金项目: 国家杰出青年基金(No. 50925933); 国家重点基础研究发展计划(973 计划)项目(No. 2011CB013505)。

第一作者简介: 孙聪, 男, 1989 年生, 博士研究生, 主要从事计算岩土力学方面的研究工作。E-mail: sunson0324@qq.com

实现了基于实编码遗传算法的临界滑动面搜索；Husein 等^[12]基于蒙特卡洛技术实现了滑动面的搜索，并编制了相关软件；Kahatadeniya 等^[13]则采用蚁群算法得到了临界滑动面，Baker^[14]采用动态规划技术，结合 Spencer 法实现了滑面的搜索；高玮等^[15]通过对采用路径搜索的蚁群算法引入奖惩策略，来克服其收敛速度慢早熟收敛的缺点，得到了比较好的效果；曹平等^[16]利用混沌优化算法和复合形法联合搜索算法确定了复杂边坡的最小安全系数和滑动面；李亮等^[17]也通过粒子群算法找到了最小安全系数的滑动面；谭新^[18]、邓东平^[19]、陈昌富^[20]、肖专文^[21]和赵洪波^[22]等分别采用模拟退火算法、随机角法、蚁群算法、遗传算法和 Leapfrog 算法对滑动面的搜索进行了研究。

现有方法的共同特点是模型的非线性很强，其根本原因在于安全系数是滑面位置的非光滑甚至是非连续范函^[10]，因此，就无法采用基于目标函数梯度信息的经典优化方法，而必须借助于不需要目标函数梯度信息的现代优化技术。以神经网络为代表的现代优化算法，尽管可应用于很多领域，但其计算效率非常低。

鉴于此，本文基于有良好数值特性的边坡稳定性的整体分析法^[23]来进行临界滑动面的搜索。整体分析法相对于条分法更具有优势。它以整个滑体而不是单个条块为研究对象，所以无需引入条间力；同时，采用三力矩形式的平衡方程组所得到的方程具有良好的数值特性。在此基础上，通过在坡面以下布置一定数量的 x 坐标固定的点，将这些点的 y 坐标和安全系数 F 一并当作待优化变量，约束条件是 3 个力矩平衡方程，目标函数取为安全系数本身，是线性的；因为所有的约束函数至多是二次的，因此，采用一般的优化算法即可达到满意的优化效果。

最后，给出了两个算例来与其他的搜索技术进行了比较，验证本文方法的有效性。

2 整体分析法原理

设滑体 Ω 是由边坡外轮廓线 g 和某一潜在滑面 s 所围成的平面区域，滑体内可以包含多种介质，如图 1 所示。取整个滑体 Ω 为受力体，其所受到的主动力有体积力（包括自重 w 和水平地震力 q ）和作用在外轮廓线 g 上的面力或集中力 \bar{q}_n ，其所受到的约束反力为滑面上的正应力 $\sigma(x)$ 和切向应力 $\tau(x)$ 。

取不在同一直线上的 3 个点 $(\bar{x}_{Ci}, \bar{y}_{Ci})$ ， $i=1, 2, 3$ ，为力矩中心，因 Ω 处于平衡状态，所以作用于

其上的力系关于这 3 个力矩中心的合力矩为 0。

$$\int_s (\Delta x_{Ci} \sigma - \Delta y_{Ci} \tau) dx + (\Delta x_{Ci} \tau + \Delta y_{Ci} \sigma) dy + m_{Ci} = 0 \quad (1)$$

式中： m_{Ci} 为作用在滑体上的所有主动力关于 $(\bar{x}_{Ci}, \bar{y}_{Ci})$ 的力矩； Δx_{Ci} 、 Δy_{Ci} 为 $(\bar{x}_{Ci}, \bar{y}_{Ci})$ 到滑面上的点 (x, y) 的位矢分量，且有

$$\Delta x_{Ci} = x - \bar{x}_{Ci}, \Delta y_{Ci} = y - \bar{y}_{Ci} \quad (2)$$

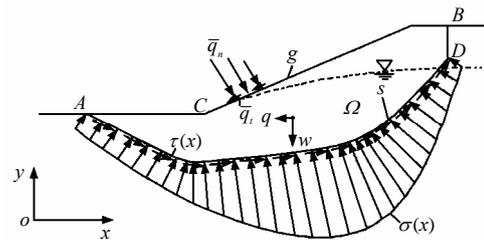


图 1 滑体及其上的力系

Fig.1 Sliding body and forces system on it

若不做特别声明，本节中的角标 i 皆为自由角标，当它出现在一个公式中时，就表示角标 i 将遍历 1、2、3，也就是依次取 3 个力矩中心 $(\bar{x}_{Ci}, \bar{y}_{Ci})$ 后所得到的 3 个公式。同时，为了叙述上的简单，假定边坡为右坡，即坡面高度随着 x 坐标的增加而上升。

假定滑面仍然满足 Mohr-Coulomb 准则，则当边坡处于极限平衡状态时，有

$$\tau = \frac{1}{F} [c_e + f_e (\sigma - u)] = \frac{1}{F} (c_w + f_e \sigma) \quad (3)$$

式中： F 为安全系数； c_e 和 f_e 为有效抗剪强度参数； u 为孔隙水压力。

c_w 计算公式为

$$c_w = c_e - f_e u \quad (4)$$

将式 (3) 代入式 (1) 整理得

$$\int_s L_{Ci}^x \sigma dx + L_{Ci}^y \sigma dy + m_{Ci} F_s + d_{Ci} = 0 \quad (5)$$

其中：

$$L_{Ci}^x = F \Delta x_{Ci} - f_e \Delta y_{Ci}, L_{Ci}^y = F \Delta y_{Ci} + f_e \Delta x_{Ci} \quad (6)$$

$$d_{Ci} = \int_s c_w \Delta x_{Ci} dy - c_w \Delta y_{Ci} dx \quad (7)$$

由文献^[23]可知，滑面上任一点的法向正应力 σ 可表示为

$$\sigma = \sigma(x) = \sigma_0 + \sigma^I \quad (8)$$

式中： σ^1 和 σ_0 分别来自条间力和滑体上的外荷载对滑面正应力的贡献，都是 x 的函数。

为叙述简单，仅考虑重力作用的情况。其值是已知的，可表示为

$$\sigma_0 = \bar{\gamma} h \cos^2 \alpha \tag{9}$$

式中： α 为 E 点处滑面与 x 轴所夹的角度。

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{h} \int_{y_E}^{y_F} \gamma dy \tag{10}$$

式中： γ 为滑体的单位重度； h 为过滑面 E 点的垂线与坡面的交点 F 的距离。 y_E 和 y_F 分别为 E 和 F 点的纵坐标(E, F 点参见文献[23])。

式(8)中的 σ^1 未知，现构造一个修正函数来进行逼近：

$$\sigma = \sigma_0 + f(x; a_1, a_2) \tag{11}$$

式中： $f(x; a_1, a_2)$ 为滑面应力修正函数； a_1 和 a_2 为两个待定参数。令

$$f(x; a_1, a_2) = a_1 l_{a_1}(x) + a_2 l_{a_2}(x) \tag{12}$$

其中：

$$l_{a_1}(x) = -\frac{x - \bar{x}_{a_2}}{\bar{x}_{a_1} - \bar{x}_{a_2}}, l_{a_2}(x) = -\frac{x - \bar{x}_{a_1}}{\bar{x}_{a_2} - \bar{x}_{a_1}} \tag{13}$$

式中： \bar{x}_{a_1} 和 \bar{x}_{a_2} 分别为滑面 s 两个端点的 x 坐标。

3 滑面搜索优化模型的建立

在滑面上布置一定数量的点 (x_i, y_i) ，将这些点看成构成滑面的控制点，这些点直线连接即组成滑动面。这些点的 x_i 坐标已知， y_i 坐标是优化变量。如果记 $y = [y_1, y_2, \dots, y_n]$ ， $a = [a_1, a_2]$ ，则 $F(y, a)$ 可以视为 y 的隐函数，这使得问题的非线性程度大为增强；而且，在很多情况下， F 是 y 的非连续函数，这样就无法利用经典的下降类算法，如 Newton 法、最速下降法等等，而只能采用那些不需要目标函数梯度信息的现代优化算法，如遗传算法^[24-26]、单纯形法^[27-29]，等等。尽管遗传算法在克服局部极小方面具有优势，但其计算效率非常低。

将目标函数定义为

$$G(F, y, a) \equiv F \tag{14}$$

即 $G(F, y, a)$ 不依赖于 y 和 a 。

通过将安全系数 F 视为独立变量并结合具有良好数值特性的整体分析技术，就可以轻易地解决困扰滑面优化的上述问题。

考虑滑面的特性 除了 3 个力矩平衡方程之外，

还需加入一个不等式约束(凸性约束)：

$$y_i + \lambda_j y_k \quad (1 + \lambda_j) y_j \tag{15}$$

式中： i, j, k 是相邻的 3 个离散点号， $\lambda_j = \frac{x_j - x_i}{x_k - x_j}$ 。

这时，整个优化模型可表示为

$$\left. \begin{aligned} \text{Min: } & F \\ \text{s.t.} & \\ & \int_s (\Delta x_{C_i} \sigma - \Delta y_{C_i} \tau) dx + (\Delta x_{C_i} \tau + \Delta y_{C_i} \sigma) dy + m_{C_i} = 0 \\ & y_i + \lambda_j y_k \quad (1 + \lambda_j) y_j \end{aligned} \right\} \tag{16}$$

该模型与以往的优化模型最大的不同点是将安全系数 F 与其他变量一样看作独立的变量。显然，相对于以往的方法，这种方法使得优化计算中的 Jacobian 矩阵简单了很多。

4 算 例

本文所建议的优化模型是借助于 Matlab 工具箱中的 fmincon 函数来求解的。基于其他方法搜索出的滑面是由加拿大 Rocsciences 公司的 Slide 软件给出。

4.1 算例 1：ACADS 考题 1

本算例采用澳大利亚计算机应用协会(ACADS)对本国所使用的边坡稳定分析程序进行考察的考核题 1(a)^[30]，一均质边坡，坡高为 10 m，坡比为 1:2，材料参数为 $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ ， $c = 3 \text{ kPa}$ ， $\phi = 19.6^\circ$ 。

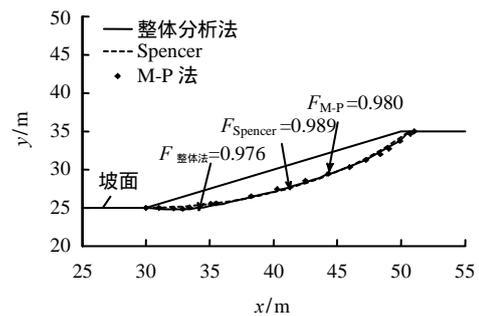


图 2 3 种方法得到的临界滑面位置(算例 1)
Fig.2 Locations of critical slip surfaces with three methods (example 1)

本例在滑面上布置了 40 个离散点。图 2 给出了 3 种不同方法搜索出的滑面位置，表 1 为相应的最小安全系数，其中，M-P 法中的推力函数为半正弦；每一列的数值表示此方法在 3 种不同方法所求得得临界滑面上的安全系数，如第 2 列的第 1 行的 0.985 表示：用 Spencer 法在整体分析法搜出滑面上的安全系数为 0.985。图 2 中的 $F_{\text{整体法}}$ 是本文方法搜索出

的临界滑面的安全系数； $F_{Spencer}$ 代表基于 Spencer 方法搜索出来的临界滑面的安全系数； F_{M-P} 代表基于 M-P 方法搜索出来的临界滑面的安全系数。

利用本文所建议的方法，将安全系数初值取为 5，迭代 39 次即达到收敛（图 3）。从图形对比来看，3 种方法所求得的临界滑面高度一致，安全系数也都在合理范围内，满足陈祖煜^[30]给出的标准答案安全系数在 1 附近的要求。从表 1 可以看到，本文方法搜出的滑面所对应的 Spencer 法安全系数和 M-P 法安全系数，均小于 Slide 软件本身搜出的最小安全系数(0.985<0.989, 0.974<0.980)，说明本文的优化搜索方法更准确。

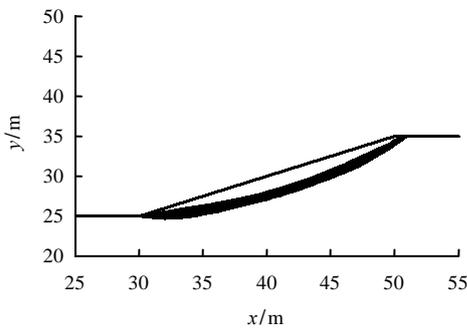


图 3 滑动面搜索过程 (算例 1)

Fig.3 Process of slip surface search (example 1)

表 1 基于不同方法搜得的最小安全系数 (算例 1)

Table 1 Minimum safety factors with different methods (example 1)

方法	$F_{整体法}$	$F_{Spencer}$	F_{M-P}
整体法	0.976	0.985	0.974
Spencer 法	0.984	0.989	0.980
M-P 法	0.984	0.989	0.980

4.2 算例 2：工程边坡算例

图 4 是金沙江乌东德水电工程左岸高边坡的一个典型剖面。该剖面的材料参数为： $\gamma = 27.5 \text{ kN/m}^3$ ， $c = 1\ 900 \text{ kPa}$ ， $\varphi = 56.31^\circ$ 。

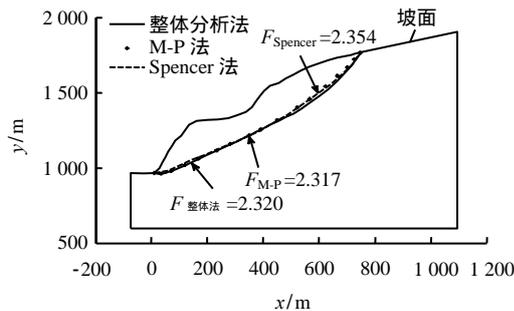


图 4 基于不同方法得到的临界滑面位置 (算例 2)

Fig.4 Locations of critical slip surfaces with different methods (example 2)

本例在滑面上布置了 30 个离散点。利用本文所建议的方法，将安全系数初值取为 5，迭代 165 次达到收敛（图 5）。各方法安全系数对比结果如表 2 所示。这再一次证实 3 种方法的计算结果高度一致，而且整体法搜得的滑面更准确。

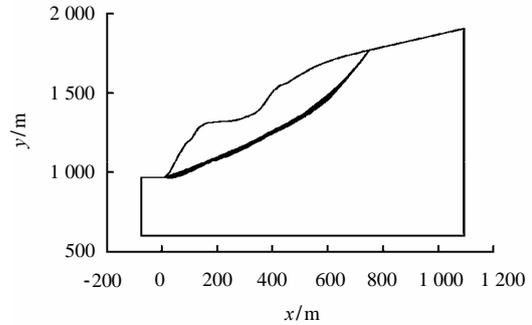


图 5 滑动面搜索过程 (算例 2)

Fig.5 Process of slip surface search (example 2)

表 2 基于不同方法搜得的最小安全系数 (算例 2)

Table 2 Minimum safety factors with different methods (example 2)

方法	$F_{整体法}$	$F_{Spencer}$	F_{M-P}
整体法	2.320	2.344	2.313
Spencer	2.340	2.354	2.324
M-P	2.352	2.391	2.317

5 结 论

(1) 通过将安全系数视为独立变量并结合整体分析法，可建立具有良好数值特性的滑面优化模型，克服了以往将安全系数作为滑面位置和滑面应力的函数所带来的求导复杂的不足，提高了迭代求解的速度和精度。

(2) 从数据对比来看，基于整体分析法得到的结果与基于 Spencer 法和 M-P 法得到的解是一致的，但本文的滑面优化效果要优于常规的条分法。

参 考 文 献

[1] 吴振君, 葛修润. 求解边坡矢量和安全系数的条分法[J]. 岩土力学, 2009, 30(8): 2337 - 2342.
WU Zhen-jun, GE Xiu-run. Solving vector sum factor of safety of slope by method of slices[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(8): 2337 - 2342.

[2] 张鲁渝, 郑颖人. 简化 Bishop 法的扩展及其在非圆滑面中的应用[J]. 岩土力学, 2004, 25(6): 927 - 930.
ZHANG Lu-yu, ZHENG Ying-ren. An extension of simplified Bishop method and its application to non-circular slip surface for slope stability analysis[J].

- Rock and Soil Mechanics**, 2004, 25(6): 927 - 930.
- [3] 孙冠华, 郑宏, 李春光. 基于等效塑性应变的边坡滑面搜索[J]. **岩土力学**, 2008, 29(5): 1159 - 1163.
SUN Guan-hua, ZHENG Hong, LI Chun-guang. Searching critical slip surface of slopes based on equivalent plastic strain[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2008, 29(5): 1159 - 1163.
- [4] 郭明伟, 李春光, 葛修润, 等. 基于矢量和分析方法的边坡滑面搜索[J]. **岩土力学**, 2009, 30(6): 1775 - 1781.
GUO Ming-wei, LI Chun-guang, GE Xiu-run, et al. Searching potential slip surface of slopes based on the vector sum analysis method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(6): 1775 - 1781.
- [5] 宋二祥. 土工结构安全系数的有限元计算[J]. **岩土工程学报**, 1997, 19(1): 1 - 7.
SONG Er-xiang. Finite element analysis of safety factor for soil structures[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1997, 19(1): 1 - 7.
- [6] GRIFFITHS D V, LANE P A. Slope stability analysis by finite elements[J]. **Geotechnique**, 1999, 49(3): 387 - 403.
- [7] DUNCAN J M. State of the art: Limit equilibrium and finite element analysis of slopes[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE**, 1996, 122(7): 577 - 595.
- [8] ZHU D Y. A method for locating critical slip surfaces in slope stability analysis[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2001, 38(2): 328 - 337.
- [9] 郑榕明, 赵志宏, 王金安. 潘家铮极值原理的优化算法实现[J]. **岩石力学与工程学报**, 2008, 27(4): 782 - 788.
CHENG Yung-ming, ZHAO Zhi-hong, WANG Jin-an. Realization of PAN Jiazheng's extremum principle with optimization methods[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2008, 27(4): 782 - 788.
- [10] CHENG Y M, LI L, CHI S C, et al. Particle swarm optimization algorithm for the location of the critical non-circular failure surface in two-dimensional slope stability analysis[J]. **Computers and Geotechnics**, 2007, 34(2): 92 - 103.
- [11] LI Y C, CHEN Y M, TONY L T, et al. An efficient approach for locating the critical slip surface in slope stability analyses using a real-coded genetic algorithm[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2010, 47(7): 806 - 820.
- [12] HUSEIN MALKAWI A I, HASSAN W F, SARMA S K, et al. Global search method for locating general slip surface using Monte Carlo techniques[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2001, 127(8): 688 - 698.
- [13] KAHATADENIYA K S, NANAKORN P, NEAUPANE K M, et al. Determination of the critical failure surface for slope stability analysis using ant colony optimization[J]. **Engineering Geology**, 2009, 108(1 - 2): 133 - 141.
- [14] BAKER R. Determination of the critical slip surface in slope stability computations[J]. **International Journal of Numerical and Analysis Methods in Geomechanics**, 1980, 4(4): 333 - 359.
- [15] 高玮, 张鲁渝, 张飞君. 边坡临界滑动面搜索的奖惩蚁群算法研究[J]. **水利学报**, 2012, 43(2): 209 - 215.
GAO Wei, ZHANG Lu-yu, ZHANG Fei-jun. Critical slip surface searching for slope based on premium-penalty ant colony optimization[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 1980, 4(4): 333 - 359.
- [16] 曹平, 张科, 汪亦显, 等. 复杂边坡滑动面确定的联合搜索法[J]. **岩石力学与工程学报**, 2010, 29(4): 814 - 821.
CAO Ping, ZHANG Ke, WANG Yi-xian, et al. Mixed search algorithm of critical slip surface of complex slope[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2010, 29(4): 814 - 821.
- [17] 李亮, 迟世春, 林皋. 粒子群优化复合形法求复杂土坡最小安全系数[J]. **岩土力学**, 2005, 26(9): 1393 - 1398.
LI Liang, CHI Shi-chun, LIN Gao. Improved complex method based on particle swarm optimization algorithm and its application to slope stability analysis[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(9): 1393 - 1398.
- [18] 谭新, 丁万涛, 李术才. 一个新的非圆弧滑动全局最优化算法[J]. **岩石力学与工程学报**, 2005, 24(12): 2060 - 2064.
TAN Xin, DING Wan-tao, LI Shu-cai. A new global optimization algorithm for analysis of noncircular slip surface[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2005, 24(12): 2060 - 2064.
- [19] 邓东平, 李亮, 赵炼恒. 基于 Janbu 法的边坡整体稳定性滑动面搜索新方法[J]. **岩土力学**, 2011, 32(3): 891 - 898.
DENG Dong-ping, LI Liang, ZHAO Lian-heng. A new method of sliding surface searching for general stability of slope based on Janbu method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2011, 32(3): 891 - 898.

- [20] 陈昌富, 龚晓南, 王贻荪. 自适应蚁群算法及其在边坡工程中的应用[J]. 浙江大学学报(工学版), 2003, 37(5): 566 - 569.
CHEN Chang-fu, GONG Xiao-nan, WANG Yi-sun. Adaptive colony algorithm and its application to the slope engineering[J]. **Journal of Zhejiang University (Engineering Science)** 2003, 37(5): 566 - 569.
- [21] 肖专文, 张奇志, 梁力, 等. 遗传进化算法在边坡稳定性分析中的应用[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(1): 44 - 46.
XIAO Zhuan-wen, ZHANG Qi-zhi, LIANG Li, et al. Application of genetic algorithm to slope stability analysis[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1998, 20(1): 44 - 46.
- [22] 赵洪波. 边坡非圆弧潜在滑动面全局优化的新方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(增刊 2): 3725 - 3729.
ZHAO Hong-bo. A new global optimization method of non-circular slip surface for slope stability analysis[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2006, 25(Supp.2): 3725 - 3729.
- [23] ZHENG H, THAM L G. Improved Bell's method for the stability analysis of slopes[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2009, 33(14): 1673 - 1689.
- [24] 石露, 李小春, 任伟, 等. 蚁群算法与遗传算法融合及其在边坡临界滑动面搜索中的应用[J]. 岩土力学, 2009, 30(11): 3486 - 3492.
SHI Lu, LI Xiao-chun, REN Wei, et al. Hybrid of ant colony algorithm and genetic algorithm and its application to searching critical slope slip surface[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(11): 3486 - 3492.
- [25] ALI R Z, ANDREW C H, PAUL F M. Simple genetic algorithm search for critical noncircular failure surface in slope stability analysis[J]. **Computers and Geotechnics**, 2005, 32(3): 139 - 152.
- [26] ANTHONY T C G. Genetic algorithm search for critical slip surface in multiple-wedge stability analysis[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1999, 36(2): 382 - 391.
- [27] NGUYEN V U. Determination of critical slope failure surface[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1985, 111(2): 238 - 250.
- [28] CELESTINO T B, DUNCAN J M. Simplified search for non-circular slip surface[C]//Proceedings of the 10th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Stockholm: [s. n.], 1981: 391 - 394.
- [29] BARDET J P, KAPUSKAR M M. A simplex analysis of slope stability[J]. **Computers and Geotechnics**, 1989, 8(4): 329 - 348.
- [30] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析——原理·方法·程序[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003: 365 - 376.

上接第 2582 页

- [9] 刘君, 孔宪京. 卫生填埋场复合边坡地震稳定性和永久变形分析[J]. 岩土力学, 2004, 25(5): 778 - 782.
LIU Jun, KONG Xian-jing. Seismic stability and permanent displacement analysis of a solid waste landfill slope containing geomembrane[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2004, 25(5): 778 - 782.
- [10] 詹良通, 管仁秋, 陈云敏, 等. 某填埋场垃圾堆体边坡失稳过程监测与反分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(8): 1679 - 1705.
ZHAN Liang-tong, GUAN Ren-qiu, CHEN Yun-min, et al. Monitoring and back analyses of slope failure process at a landfill[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2010, 29(8): 1679 - 1705.
- [11] BYRNE R J, KENDALL J, BROWN S. Cause and mechanism of failure of Kettleman Hills landfill B-19, Phase IA[C]//Proceedings of ASCE Specialty Conference on Stability and Performance of Slope and Embankments—II. Berkeley: [s. n.], 1992: 1180 - 1215.
- [12] 钱家欢. 土力学[M]. 南京: 河海大学出版社, 1995.
- [13] 沈珠江. 理论土力学[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2000.
- [14] KOERNER G R, NAREJO D. Direct shear database of geosynthetic-to-geosynthetic and geosynthetic-to-soil interfaces[R]. Philadelphia: Geosynthetic Research Institute, Drexel University, 2005.
- [15] STARK T D, EID H T, EVANS W D, et al. Municipal solid waste slope failure: Part —stability analyses[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE**, 2000, 126(5): 408 - 419.