

# 均质各向同性硬岩统一应变能强度 准则的建立及验证

邱士利<sup>1</sup>, 冯夏庭<sup>1</sup>, 张传庆<sup>1</sup>, 黄书岭<sup>1,2</sup>

(1. 中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071;  
2. 长江科学院 水利部岩土力学与工程重点实验室, 湖北 武汉 430010)

**摘要:** 在大量硬岩多轴加、卸荷强度试验成果分析基础上, 研究硬岩强度及强度准则的基本特性, 指出硬岩多轴加、卸荷强度均具有中间主应力效应、最小主应力效应、静水压力效应、应力 Lode 角效应和拉压异性效应。以强度准则的 Zienkiewicz 一般形式为基础, 提出在 Rankine 型强度曲线和 Drucker-Prager 型强度曲线过渡的两参数表征的偏平面形函数, 与有效应变能理论为基础的 Wiebols-Cook 强度准则的改进型子午面形函数相结合, 建立均质各向同性硬岩统一应变能强度准则。大量硬岩加、卸荷试验数据验证了该强度准则能客观地反映各向同性硬岩强度基本特性和硬岩强度的非线性特征。通过参数调整, 提出的统一强度准则将大量现有强度准则统一到同一强度理论框架下, 极大地方便了强度理论的数值实现, 适用于多种各向同性硬岩类, 进一步丰富了统一强度理论研究成果。

**关键词:** 岩石力学; 硬岩; 强度准则; 统一强度理论; 中间主应力; 破坏面

**中图分类号:** TU 45

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-6915(2013)04-0714-14

## ESTABLISHMENT OF UNIFIED STRAIN ENERGY STRENGTH CRITERION OF HOMOGENEOUS AND ISOTROPIC HARD ROCKS AND ITS VALIDATION

QIU Shili<sup>1</sup>, FENG Xiating<sup>1</sup>, ZHANG Chuanqing<sup>1</sup>, HUANG Shuling<sup>1,2</sup>

(1. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China; 2. Key Laboratory of Geotechnical Mechanics and Engineering of Ministry of Water Resources, Yangtze River Scientific Research Institute, Wuhan, Hubei 430010, China)

**Abstract:** The basic characteristics of strength and strength criterion of hard rock are studied based on the analysis of the results of multiaxial loading and unloading tests of hard rock; it is shown that the multiaxial loading and unloading strengths of hard rock have intermediate principal stress effect, minimum principal stress effect, hydrostatic pressure, stress Lode angle effect and difference effect under tension and compression. This paper presents a deviatoric plane shape function, characterized by two parameters transiting between Rankine type strength curve and Drucker-Prager type strength curve. Combined with modified meridian plane shape function of Wiebols-Cook strength criterion based on effective strain energy, an isotropic unified strength criterion of hard rock is constituted. Many loading and unloading test data of hard rocks have validated that the strength criterion can reflect objectively the basic characteristics of the strength of isotropic hard rock and the nonlinear characteristics of hard rock strength. Through parameter adjustment, the unified strain energy strength criterion

**收稿日期:** 2012-10-29; **修回日期:** 2012-12-26

**基金项目:** 国家重点基础研究发展计划(973)项目(2010CB732006)

**作者简介:** 邱士利(1980-), 男, 2011 年于中国科学院武汉岩土力学所岩土工程专业获博士学位, 现任助理研究员, 主要从事高应力硬岩卸荷破坏机制及预测方法等方面的研究工作。E-mail: slqiu@whrsm.ac.cn

presented in this paper unified many current strength criteria to one strength theory, which makes the numerical realization of strength theory more convenient. The unified strain energy strength criterion is applicable for various isotropic hard rocks, so as to further enrich the research achievements of unified strength theory.

**Key words** : rock mechanics ; hard rocks ; strength criterion ; unified strength theory ; intermediate principal stress ; failure surfaces

## 1 引言

大埋深地下隧洞和采矿工程中,岩体多处于复杂应力状态,该条件下岩体强度的评估直接决定稳定性分析的准确性、设计决策的优劣和支护参数的合理与否。正因为人们对复杂应力状态下强度理论重要性的认识,M. H. Yu<sup>[1]</sup>进行了大量的理论和试验研究工作,提出了上百个模型和强度准则。根据建立理论基础的不同可将这些强度准则或破坏准则分为 4 类<sup>[2]</sup>:(1) 最大储能假设,如 von Mises 准则、Drucker-Prager 准则、高红等<sup>[3]</sup>提出的三剪能量准则等;(2) 最大剪应力假设,如 Tresca 准则、Mohr-Coulomb 准则、俞茂宏提出的双剪强度理论、陈景涛和冯夏庭<sup>[4]</sup>提出的适用于高应力硬岩的三剪强度准则等;(3) 经验强度准则,如 Lade-Duncan 准则、Hoak-Brown 准则、SMP 准则、Mogi 准则和 M. Q. You<sup>[5]</sup>提出的指数强度准则等;(4) 以微观、细观机制为基础建立宏观强度准则,如 Griffith 准则、Wiebols- Cook 准则和黄书岭等<sup>[6]</sup>提出的广义多轴应变能强度准则等。上述 4 类强度准则绝大多数只能适用于特定岩土材料或根据特定岩土材料试验结果拟合得到,这将带来一个严重问题,即对岩土材料强度基本特性缺乏统一认识,由于岩土材料众多致使强度准则的数量众多,即使是相同理论基础的准则其数学形式和参数意义也不尽相同,有些甚至参数物理意义不明确,各准则及其参数间相互关系十分复杂,这给具体工程应用中判断、选择和应用合理的强度准则带来了极大困难。为解决该问题,许多学者尝试用“统一”思想来研究岩土材料的强度问题,力求用一个统一的数学表达式包含或逼近现有强度理论。O. C. Zienkiewicz<sup>[7]</sup>较早提出了强度准则一般公式,将绝大多数强度准则归于该一般公式的框架之下,至今仍是学者提出新统一强度理论的基础;郑颖人等<sup>[8]</sup>将 Zienkiewicz 提出的强度准则一般公式加以推广,提出了岩土材料的统一破坏条件;C. S. Desai 等<sup>[9]</sup>在多项式屈服准则基础上提出了层次单屈服面本构模型,形成了多项式形式统一的强度理论;M. H. Yu<sup>[1]</sup>在双剪强度理论基础上,提出了

双剪统一强度理论,形成了一个全新的理论体系;姚仰平等<sup>[10]</sup>基于摩擦材料的试验规律和现有非线性强度理论,提出了广义非线性强度理论。这些研究为统一强度理论体系奠定了基础,也给强度理论研究提出了新课题。

目前工程中常采用的 Mohr-Coulomb 准则和 Hoek-Brown 准则虽然具有简单的数学形式,但在将其用于复杂应力状态时,发现因其忽略了岩石强度的重要基本特性,如中间主应力效应和静水压力效应,而难以达到满意的分析结果,甚至是危险的结果<sup>[5-6]</sup>。对于硬岩更是如此,不考虑中间主应力效应的强度准则,如 Mohr-Coulomb 准则,低估了岩石的强度水平,用 Mohr-Coulomb 准则进行工程计算时偏于安全,但对于深部硬岩冲击性破坏失稳破坏的分析, Mohr-Coulomb 准则由于较低的强度水平而低估了岩石的储能条件,而能量的释放是深部硬岩冲击性破坏失稳破坏(如岩爆灾害问题)的关键,低估岩体的储能条件则低估了破坏时能量的释放条件,造成了潜在的不安全,这就是不考虑中间主应力强度准则在深部岩体工程应用中的不足之处。因此,深部工程问题的解决中迫切需要能够正确反映复杂应力状态下硬岩强度理论。此外,实际深部硬岩工程岩体多处于复杂卸荷应力路径的演化过程中,硬岩的失稳和成灾过程主要由应力卸荷所诱发,这意味着岩体卸荷强度特性的正确评估对准确评估深部工程灾害问题至关重要。然而,加荷与卸荷强度理论至今未统一且存在理论上的争议,也迫切需求一种能同时反映加、卸荷强度特性的强度准则。岩石的强度特性与其内部能量转化密切相关,从能量角度建立强度准则能够抓住岩石强度的本质,然而能量基础的强度理论并不成熟,需要深入研究和发。同时,从统一强度理论角度来讲,建立一种不仅能反映硬岩强度基本特性,且具有统一表达形式的准则将会使强度理论更加完善。

针对上述硬岩强度准则存在的问题和迫切需求,本文首先系统总结和深入分析了大量硬岩加、卸荷强度的基本特性,而后从 Zienkiewicz 强度理论统一形式出发,考虑硬岩破坏有效应变能的物理基础,提出了新的两参数偏平面形函数,最终建立了

均质各向同性硬岩统一强度准则，该强度准则能客观地反映各向同性硬岩强度基本特性和硬岩强度的非线性特征。针对多种各向同性硬岩类，通过参数调整，提出的统一强度准则将大量现有强度准则统一到同一强度理论框架下，极大地方便了强度理论数值实现，丰富了统一强度理论研究成果，也为深部岩体工程问题的分析计算提供有效的理论模型。

## 2 硬岩强度特征及强度准则基本特性

本文对岩石强度准则的研究限定在硬质岩类，根据标准<sup>[11]</sup>规定，将单轴抗压强度超过 30 MPa 的岩石划分为硬质岩，故本文只研究单轴抗压强度高于 30 MPa 的各向同性岩石强度问题。本节总结分析国内外文献中和作者的(真)三轴试验数据，分析不同加、卸荷应力路径时硬质岩复杂应力状态下强度特征，为建立硬岩统一强度准则提供理论基础。

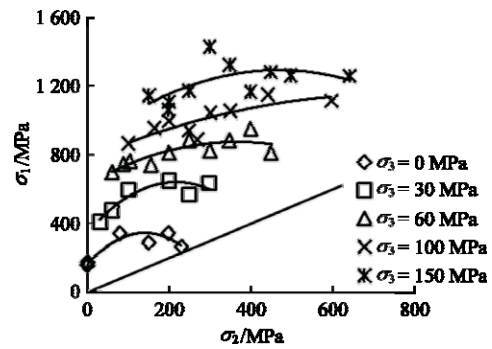
### 2.1 加荷路径下硬岩强度(准则)特征

国内外学者们进行了众多的加荷应力路径下的硬岩(真)三轴试验，本文主要总结分析被学者们普遍认可并多次引用的试验数据，以确保分析所得的硬岩强度(准则)特征的真实性和普遍性。硬岩试验数据包括 C. Chang 和 B. C. Haimson<sup>[12]</sup>研究中的 KTB 角闪岩和 Westerly 花岗岩试验、K. Mogi<sup>[13]</sup>研究中的 Dunham 白云岩、Mizuho 粗面岩和 Solenhofen 石灰岩、R. Wang 和 J. M. Kemeny<sup>[14]</sup>研究中的 Apache Leap 凝灰岩试验、M. Takahashi 和 H. Koide<sup>[15]</sup>研究中的 Shirahama 细砂岩试验、陈景涛等<sup>[4-6]</sup>研究中的拉西瓦水电站花岗岩和锦屏二级水电站 T<sub>2b</sub> 大理岩试验。这些试验数据一部分从试验者发表文献中数据表或从数据图中数字化得到，一部分引自 L. Zhang 和 H. Zhu<sup>[16]</sup>已有数字化结果。尤明庆<sup>[17]</sup>指出，上述硬岩三轴数据存在离散性的影响，本节只用其讨论硬岩强度在应力空间中的总体规律，理论上满足分析要求。

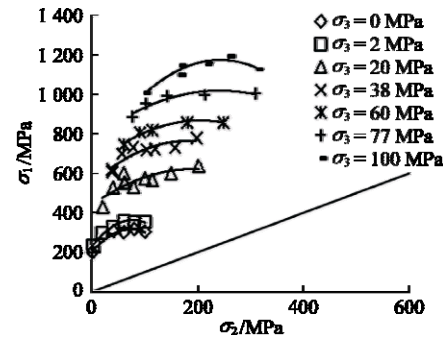
通过对各类硬岩试验获得的复杂应力状态下强度特性的分析，可概括出硬岩所共有的力学特性：

#### (1) 中间主应力效应

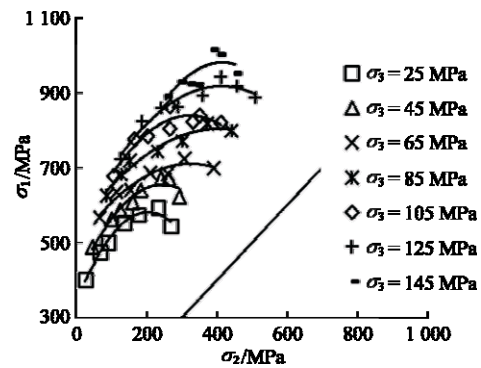
大量岩土材料试验研究工作已证实中间主应力效应的存在。本文总结分析的各类硬岩的试验结果验证硬岩强度也存在明显中间主应力效应。图 1 给出了 9 种硬岩强度随中间主应力变化的结果，图中虚实线为试验数据的二次拟合曲线，该曲线的作用是为了说明中间主应力对硬岩强度的影响规律和



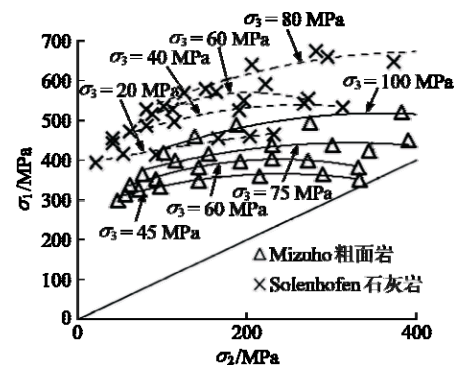
(a) KTB 角闪岩



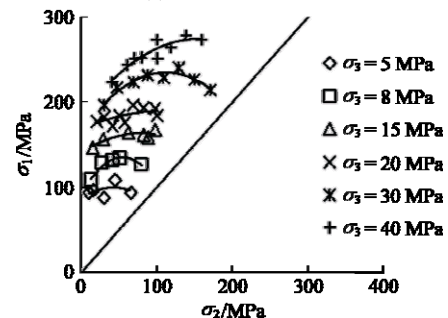
(b) Westerly 花岗岩



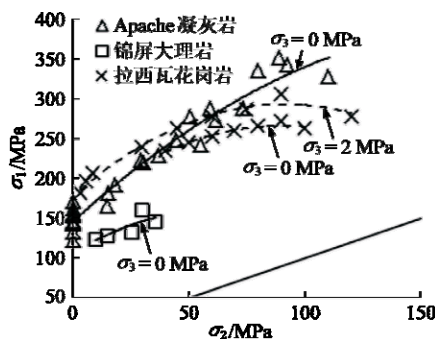
(c) Dunham 白云岩



(d) 粗面岩和石灰岩



(e) Shirahama 细砂岩



(f) 凝灰岩、花岗岩和大理岩

图 1 9 种硬岩强度的中间主应力影响

Fig.1 Effect of intermediate principal stress on strengths of nine kinds of hard rock

强度的非线性变化特性，同时也为了分析最小主应力效应提供基础；倾斜直线为  $\sigma_2 = \sigma_3$ 。在保持最小主应力不变条件下，几种硬岩强度随中间主应力增大，呈现出先增大后减小的变化过程，在  $\sigma_1 = \sigma_2$  平面内强度曲线多为上凸的曲线。这说明复杂应力状态下硬岩强度多表现出与中间主应力密切相关，这也说明了不考虑中间主应力影响的 Mohr-Coulomb 准则和 Hoek-Brown 准则在进行复杂应力状态条件下强度分析时部分不能得到满意结果的必然性。同时，由于硬岩岩性的差异中间主应力的影响程度也存在差异，且同种硬岩其强度的中间主应力效应的强弱还受最小主应力大小的影响，图 1 中，KTB 角闪岩和 Westerly 花岗岩在低最小主应力时中间主应力效应比较强烈，这是存在最小主应力效应的结果，下面一节将对其进行分析说明。因此，硬岩强度准则应具备反映中间主应力效应的能力，而硬岩统一强度准则还应具备反映各种硬岩中间主应力影响强弱差别的能力。

### (2) 最小主应力效应

黄书岭等<sup>[6]</sup>对硬岩强度最小主应力效应的微观机制进行了分析，指出最小主应力效应实质是硬岩破坏差异的反映，即低应力时是张性裂纹主导的脆性破坏，而高应力时为闭合裂纹摩擦滑移主导的延性破坏。在上述理论基础上，本节侧重于分析最小主应力效应对硬岩强度的影响规律，结合多种硬岩(真)三轴试验数据的概括总结，探讨硬岩统一强度准则所应有的最小主应力效应特点。最小主应力对硬岩强度量值的影响规律可从图 1 中得到，即固定  $\sigma_2$  值时 9 种硬岩强度均随  $\sigma_3$  的增大而增大。由于图 1 中真三轴试验主要探讨中间主应力  $\sigma_2$  的影响规律，故以  $\sigma_3$  为不同定值进行对比。事实上，上述真三轴试验数据中已包含最小主应力影响规律，可通过拟合曲线插值的方法得到  $\sigma_2$  为不同定值时强度

随  $\sigma_3$  变化规律。该方法精度很大程度上取决于图 1 中拟合曲线的方差大小，但这不影响对最小主应力效应总体规律的把握。图 2 给出了几种硬岩强度的最小主应力效应。由图 2 可知，除 Mizuho 粗面岩之外，几种硬岩强度随着最小主应力的增加呈现出非线性增加，且强度提升的速率逐渐减慢，表现为曲线的斜率逐渐减小。这说明低最小主应力时，硬岩表现出明显的脆性，较小围压的丧失可引起较大的强度降低，而高最小主应力时，硬岩延性破坏特征较显著。对比 Westerly 花岗岩和 Shirahama 细砂岩可知，高强度硬岩比低强度硬岩需更高的最小主应力水平才能达到从脆性破坏向延性破坏的转化。特别地，Mizuho 粗面岩强度随最小主应力增加表现出线性变化的趋势，这说明岩石结构对硬岩强度的最小主应力效应有影响，同时也表明硬岩强度准则应该能同时反映硬岩强度的线性和非线性的最小主应力效应，以适应不同岩性和结构不同的硬岩强度特性。

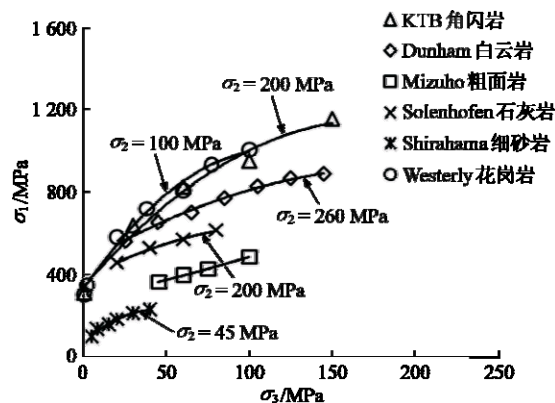


图 2 几种硬岩强度的最小主应力效应

Fig.2 Effect of minimum principal stress on strengths of several hard rocks

### (3) 静水压力效应

与金属材料不同，岩土材料属于摩擦类材料，其强度与静水压力密切相关。静水压力效应体现在 2 个方面：一是静水压力影响子午面强度线变化规律，二是静水压力影响强度线在偏平面上的形状。

在子午面上硬岩剪切强度的静水压力效应可通过分析三轴压缩试验点( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ )在 Lode 角为  $-30^\circ$  的子午面上的分布规律加以认识。图 3 给出了几种硬岩石子午面上加荷强度特征，图中， $\sigma_{oct}$  为八面体正应力， $\tau_{oct}$  为八面体剪应力， $UCS$  为岩石单轴抗压强度。可见，除 Mizuho 粗面岩、Dunham 白云岩外，随静水压力增大，岩石强度曲线近直线规律增大。Mizuho 粗面岩和 Dunham 白云岩在相对较低静水压力时，强度曲线与静水压力关系亦呈直

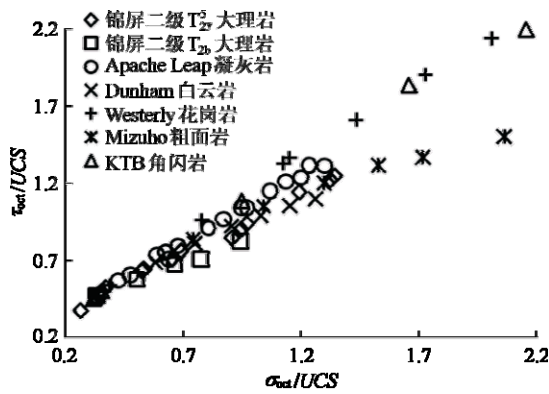


图3 几种硬岩石子午面上加荷强度特征

Fig.3 Loading strength characteristics on meridian planes of several hard rocks

线规律变化,但在高静水压力时表现出非线性特征。此外,由于较低或负静水压力试验(如单轴拉伸、双轴拉伸和真(三轴)拉伸试验)的难度较大,对硬岩的这类试验相对较少,但前人研究认为在低静水压力或负静水压力区强度曲线为非线性关系,反映出强烈的脆性特征。

在偏平面上静水压力对强度曲线的影响规律已形成统一认识。图4给出了Vosges砂岩偏平面上强度曲线的静水压力效应<sup>[18]</sup>。低静水压力(50 MPa,见图4(a))时强度曲线近三角形(类似 Rankine 或 Lade

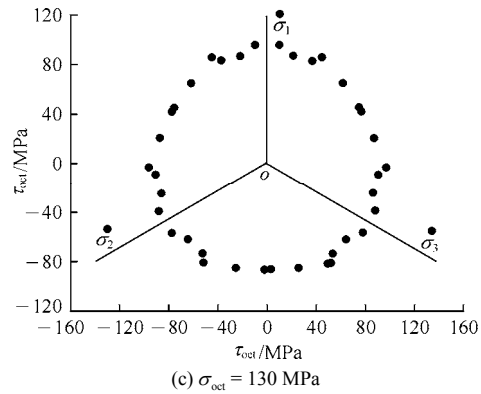
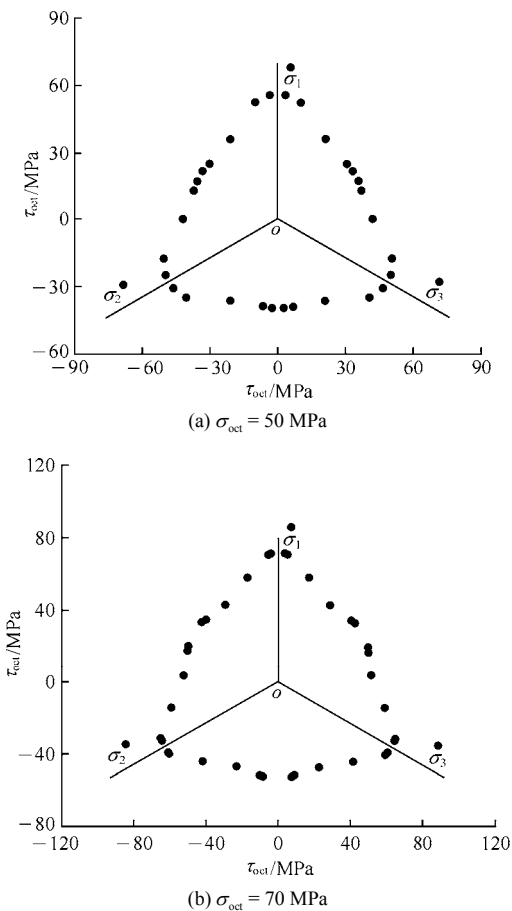


图4 Vosges砂岩偏平面上强度曲线的静水压力效应<sup>[18]</sup>  
 Fig.4 Effect of hydrostatic pressures on deviatoric planes of Vosges sandstone<sup>[18]</sup>

准则在偏平面上形状),随静水压力增大(70 MPa,见图4(b))强度曲线演化为六边形(类似 Mohr-Coulomb 准则在偏平面上形状),到高静水压力(130 MPa,见图4(c))时强度曲线逼近圆形(类似 Drucker-Prager 或 Griffith-Murrell 准则在偏平面上形状)。众多学者研究显示,大多数硬岩强度均具有类似 Vosges 砂岩的静水压力效应。

#### (4) 应力 Lode 角效应

应力 Lode 角效应即静水压力为定值的偏平面上强度曲线随着 Lode 角变化,其反映了硬岩强度对应力状态或应力路径的依赖性,同时也反映了硬岩强度的拉压异性,这将在下节详细讨论。据图4试验结果可知,硬岩强度应力 Lode 角效应的强弱受静水压力的影响。黄书岭等<sup>[6]</sup>指出,静水压力存在2个门槛值  $I_1$  和  $I_2$ , 低于  $I_1$  时应力 Lode 角效应显著。当静水压力介于  $I_1$  和  $I_2$  之间时,不存在或存在较弱应力 Lode 角效应,低于  $I_2$  范围内硬岩表现为剪切屈服。当静水压力高于  $I_2$  后,应力 Lode 角效应又变得显著,此时硬岩表现为(近)体积屈服。大多数硬岩的  $I_2$  水平较高,硬岩强度准则一般不考虑高于  $I_2$  时的影响。

#### (5) 拉压异性效应

岩土材料的拉压异性是与金属材料不同的一个特性。大量试验显示,岩土材料的单轴抗拉强度只有单轴抗压强度的 1/20 ~ 1/5。图5给出了不同硬岩拉压强度比差异。可见,几种硬岩单轴抗压强度在单轴抗压强度的 3% ~ 11%,工程上通常将拉压强度比作为评估岩石脆性程度的指标,该值越低说明其脆性越强。硬岩的拉压异性还反映在三轴拉压强度差异上,因中间主应力效应的存在,三轴压缩强度( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ )通常小于三轴拉伸强度( $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ )<sup>[14]</sup>。

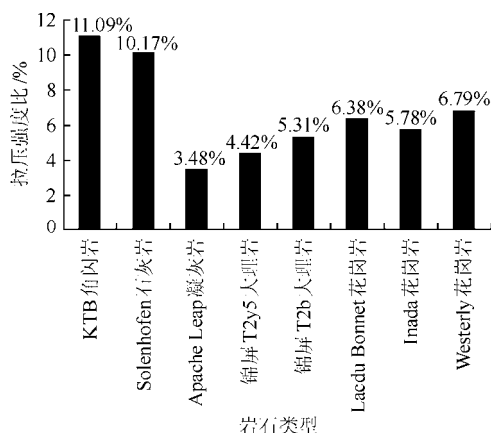


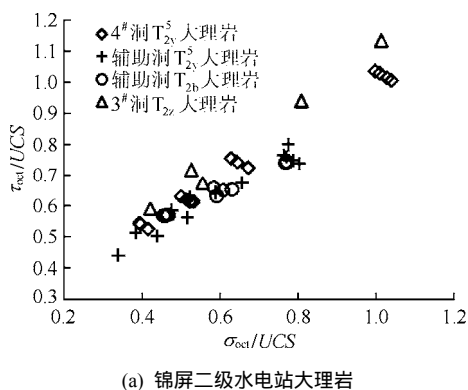
图 5 不同硬岩拉压强度比差异

Fig.5 Differences of tensile and compression strengths of different hard rocks

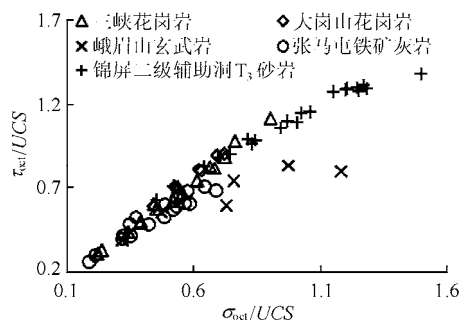
### 2.2 卸荷路径下硬岩强度(准则)特征

众多学者对卸荷路径下硬岩强度进行了大量试验研究工作，但真三轴卸荷试验较少而多为卸围压试验。本文收集了国内多种硬岩三轴卸荷试验数据，包括锦屏二级水电站 T<sub>2y</sub><sup>5</sup>、T<sub>2b</sub><sup>[19]</sup>和 T<sub>2z</sub> 组大理岩<sup>[20]</sup>和 T<sub>3</sub> 组砂岩<sup>[21]</sup>、三峡花岗岩<sup>[22]</sup>、大岗山花岗岩<sup>[23]</sup>、峨眉山玄武岩<sup>[24]</sup>和张马屯铁矿灰岩<sup>[25]</sup>，其中锦屏二级水电站 T<sub>2y</sub><sup>5</sup> 大理岩数据为笔者试验结果。

图 6 给出了几种硬岩石午面上卸荷强度特征。锦屏二级水电站各层组大理岩和三峡花岗岩卸荷强度在单轴抗压强度应力水平范围内随静水压力增大而近线性增大。锦屏二级 T<sub>3</sub> 组砂岩、峨眉山玄武岩和张马屯铁矿灰岩的卸荷强度在相对较低静水压力时呈直线规律增大，但当静水压力增大到一定程度后，3 种硬岩卸荷强度偏离直线规律，增加速度有所减慢。上述不同硬岩卸荷强度规律说明硬岩卸荷强度也存在静水压力效应。与加荷路径下硬岩强度的静水压力效应对比可知，卸荷与加载路径下硬岩强度分布规律具有相似特征。



(a) 锦屏二级水电站大理岩



(b) 5 个地方不同岩性硬岩

图 6 几种硬岩石午面上卸荷强度特征

Fig.6 Unloading strength characteristics on meridian planes of several hard rocks

### 2.3 加、卸荷路径下硬岩强度(准则)共性特征

对上述各向同性硬岩复杂应力状态下加荷和卸荷强度特征的分析可知，硬岩强度准则有如下共性：

(1) 通常情况下，各向同性硬岩的强度准则在主应力空间内为光滑、外凸的空间曲面。由于体积屈服应力水平较高，该曲面封闭于拉伸区而在压缩区开口且向外扩展。

(2) 硬岩强度准则要能反映上述的中间主应力效应、最小主应力效应、静水压力效应、应力 Lode 角效应和拉压异性等硬岩基本强度特征。在低压力区，极限面在偏平面的迹线为一外凸、光滑的非圆曲线，多为曲边三角形；随静水压力提高，逐渐趋于圆形。在子午线上也为一外凸光滑曲线，随着静水压力增加，破坏面逐步扩大，且高静水压力时可表现出非线性特征。拉伸子午线与压缩子午线有不同的变化规律，两者在偏平面上的拉压强度比从低静水压力区的 0.5 逐步向高静水压力区增大到接近于 1.0。

(3) 与黄书岭等<sup>[6]</sup>论述类似，各向同性硬岩强度准则可统一表达为 Zienkiewicz 一般形式或其修正形式：

$$F(p, q, \theta_\sigma) = \beta p^2 + \alpha p - k + \left[ \frac{q}{g(\theta_\sigma)} \right]^2 \quad (1)$$

或

$$F(I_1, J_2, \theta_\sigma) = \sqrt{J_2} - F_m(I_1)F_s(\theta_\sigma) \quad (2a)$$

或

$$F(\sigma_{oct}, \tau_{oct}, \theta_\sigma) = \tau_{oct} - F_m(\sigma_{oct})F_s(\theta_\sigma) \quad (2b)$$

其中，

$$\theta_\sigma = \frac{1}{3} \sin^{-1} \left( -\frac{3\sqrt{3}J_3}{2J_2^{3/2}} \right) \quad (3)$$

式中： $\theta_\sigma$  为应力 Lode 角； $p$ 、 $I_1$  和  $\sigma_{oct}$  分别为平均应力、应力张量第一不变量和八面体正应力； $q$ 、 $J_2$ 、

$J_3$  和  $\tau_{oct}$  分别为广义剪应力、应力偏量第二、三不变量和八面体剪应力； $\beta p^2 + \alpha p - k$ ， $F_m(I_1)$  和  $F_m(\sigma_{oct})$  均为子午面上强度准则形函数； $g(\theta_\sigma)$ ， $F_s(\theta_\sigma)$  和  $F_s(\theta_\sigma)$  均为偏平面上强度准则形函数。该一般形式将强度准则分解成子午面和偏平面 2 个形函数，这方便了经验类强度准则的研究，根据试验结果可分别构建 2 个函数形式。

### 3 均质各向同性硬岩统一应变能强度准则

笔者在充分理解均质各向同性硬岩强度特性和 Zienkiewicz 一般形式基础上，进一步发展黄书岭等<sup>[6]</sup>的研究成果，提出了各向同性硬岩统一应变能强度准则。该准则在八面体应力空间内表述，基本形式如下：

$$F\left(\frac{\sigma_{oct}}{C_0}, \frac{\tau_{oct}}{C_0}, \theta_\sigma\right) = \frac{\tau_{oct}}{C_0} - F_m\left(\frac{\sigma_{oct}}{C_0}\right) F_s(\theta_\sigma) \quad (4)$$

式中： $C_0$  为硬岩的单轴抗压强度； $\sigma_{oct}$ ， $\tau_{oct}$ ， $F_m\left(\frac{\sigma_{oct}}{C_0}\right)$  和  $F_s(\theta_\sigma)$  可分别表示为

$$\sigma_{oct} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (5)$$

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2} \quad (6)$$

$$F_m\left(\frac{\sigma_{oct}}{C_0}\right) = \left[ \alpha^2 \left(\frac{\sigma_{oct}}{C_0}\right)^2 + \beta \left(\frac{\sigma_{oct}}{C_0}\right) + \gamma \right]^n \quad (7)$$

$$F_s(\theta_\sigma) = \frac{\cos\left(\frac{\eta\pi}{6} + \frac{1}{3}\arcsin\lambda\right)}{\cos\left[\frac{\eta\pi}{6} - \frac{1}{3}\arcsin(\lambda \sin 3\theta_\sigma)\right]} \quad (8)$$

式中： $\alpha$ ， $\beta$  和  $\gamma$  均为岩石材料参数； $n$  为静水压力效应指数，反映静水压力作用效应的材料参数，其变化范围为 0~1。

#### 3.1 子午面形函数特性及系数确定

硬岩强度的子午面形函数有多种类型。郑颖人等<sup>[8]</sup>给出双曲线型、抛物线型和椭圆型的子午面形函数及相应参数。黄书岭等<sup>[6, 26]</sup>提出和引用了双曲线型子午面形函数。C. S. Desai 等<sup>[9]</sup>提出了多项式型或截断多项式型子午面形函数。X. L. Du 等<sup>[27]</sup>提出了幂函数型子午面形函数。事实上，硬岩强度子午面形函数范围更广，可以为线性函数也可为非线性函数，这取决于岩石强度特性和经验类强度准则的

拟合误差要求。

本文采用黄书岭等<sup>[6]</sup>基于有效应变能的双曲线型子午面形函数，即式(7)。该形函数实质是 Wiebols-Cook 强度准则的改进型和 Desai 多项式型强度准则的截断型。该形函数能充分反映低静水压力时张性微裂纹控制的脆性破坏和高静水压力时摩擦滑移控制的延性破坏的物理机制。因此，基于此形函数建立的强度准则是建立在硬岩脆性和延性破坏的物理基础之上，有别于数据拟合经验类的强度准则。

式(7)中的参数可根据如下硬岩强度性质来确定：

(1) 大量硬岩试验数据显示， $n$  可表示为一定值，一般取 0.5。

(2) 强度准则式(4)，过单轴压缩试验点( $C_0/3$ ， $\sqrt{2}C_0/3$ )且  $\theta_\sigma = -\pi/6$  和单轴拉伸试验点( $T_0/3$ ， $-\sqrt{2}T_0/3$ )且  $\theta_\sigma = \pi/6$  (其中  $C_0 > 0$  和  $T_0 < 0$  分别为单轴压缩和拉伸强度，以压为正，拉为负)，将上述试验点代入式(4)可得

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= \frac{1}{9}(2 - 3\beta - \alpha^2) \\ \beta &= \frac{1}{3} \left[ \alpha^2(\kappa_0 - 1) + \frac{2(\kappa_1^2 - \kappa_0^2)}{\kappa_1^2(\kappa_0 + 1)} \right] \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \kappa_0 &= -\frac{T_0}{C_0} \\ \kappa_1 &= \frac{\cos\left(\frac{\eta\pi}{6} + \frac{1}{3}\arcsin\lambda\right)}{\cos\left(\frac{\eta\pi}{6} - \frac{1}{3}\arcsin\lambda\right)} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中： $\kappa_0$  为单轴拉压强度比； $\kappa_1$  为三轴拉压强度比，反映了式(8)中偏平面形函数的 2 个参数  $\eta$  和  $\lambda$  之间的关系。事实上， $\kappa_1$  随着静水压力变化，可将其表示成静水压力的函数：

$$\kappa_1 = \left( \frac{3 - \sin\varphi}{3 + \sin\varphi} \right)^{\exp\left(-\delta \frac{\sigma_{oct}}{C_0}\right)} \quad (11)$$

式中： $\delta$  为材料常数，可根据试验数据拟合获得。式(11)说明，随静水压力增大三轴拉压强度比逐渐趋近于 1 且  $0.5 < \kappa_1 < 1$ 。对比节 2.1 中(4)应力角 Lode 角效应分析可知，通常硬岩三轴拉压强度比远大于单轴拉压强度比。

(3) 三轴压缩条件下，较高静水压力时强度曲线趋近于 Mohr-Coulomb 准则的包络线，即统一强度曲线斜率等于 Mohr-Coulomb 准则包络线斜率，

则有

$$\frac{\partial \tau_{oct}}{\partial \sigma_{oct}} = \frac{d\tau_{oct}}{d\sigma_{oct}} = \frac{2\sqrt{2} \sin \varphi}{3 - \sin \varphi} \quad (12)$$

由此可得

$$\alpha = \frac{2\sqrt{2} \sin \varphi}{3 - \sin \varphi} \quad (13)$$

式中： $\varphi$  为硬岩的内摩擦角。将式(9)，(10)和(13)代入式(7)则得到硬岩强度准则子午面形函数。

图 7 给出了硬岩强度指标对子午面形函数系数的影响关系。可知，系数  $\alpha$  与内摩擦角  $\varphi$  有关， $\varphi$  控制着子午面上强度曲线开口的大小，如图 7(a)所示。 $C_0$  控制着子午面上强度曲线所包围应力空间范围的大小，如图 7(b)所示。单轴拉压强度比  $\kappa_0$  控制着负静水压力区包含应力空间范围的大小和强度曲线在  $\tau_{oct} - \sigma_{oct}$  坐标轴上截距的比例关系，如图 7(c)所示。

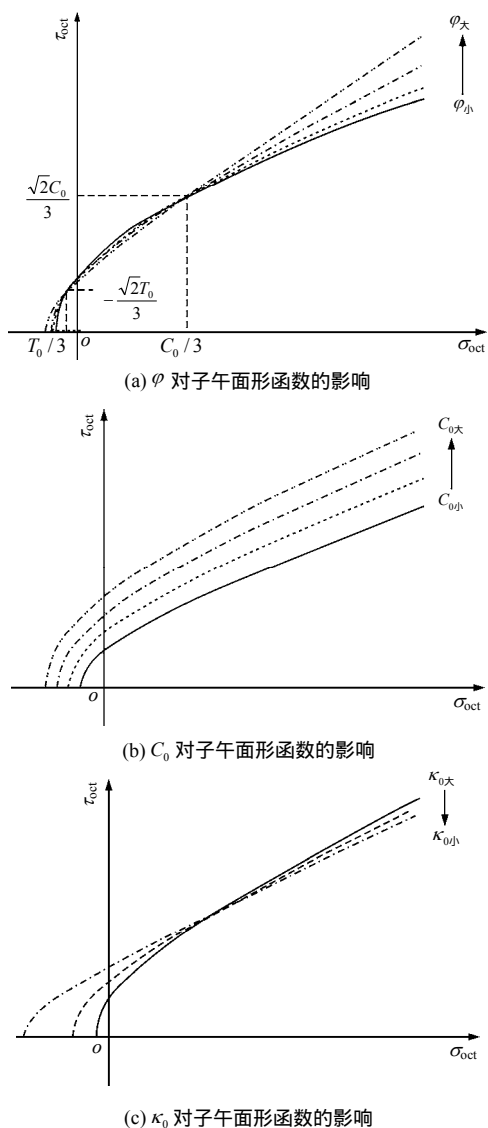


图 7 硬岩强度指标对子午面形函数系数的影响关系  
Fig.7 Coefficient influence relation of shape function on meridian planes

### 3.2 偏平面形函数特性及系数确定

由各向同性硬岩强度共性分析可知，在八面体偏平面上强度曲线为凸曲线且存在静水压力和应力 Lode 角效应。为此，本文提出了式(8)三角函数表示的形函数，该函数含有 2 个参数  $\eta$  和  $\lambda$ ，两参数范围为  $0 \leq \eta \leq 1$ ， $0 \leq \lambda < 1$  时保证强度曲线外凸。图 8 给出了硬岩统一强度准则偏平面上形状。由图 8(a)可知，参数  $\eta$  决定分段线性准则的边数，当  $\eta=1$  时，强度曲线为三角形的 Rankine 或 Lode 准则形状；当  $\eta=0$  时，强度曲线为正六边形的 Tresca 准则形状；当  $\eta=0.5$  时，强度曲线为不规则六边形的 Mohr-Coulomb 准则形状。由图 8(b)可知，参数  $\lambda$  控制着拉压强度差异程度和强度曲线的由分段线性准则到圆形准则的过渡程度。当  $\lambda=1$  时，强度曲线为分段线性函数。当  $\lambda=0$  时，强度曲线为圆形的 Drucker-Prager 准则形状。特别的，当  $\lambda$  非常接近 1，且  $\eta=1$  时，各分段线性强度准则角点被圆角化，形成各种角隅强度模型。

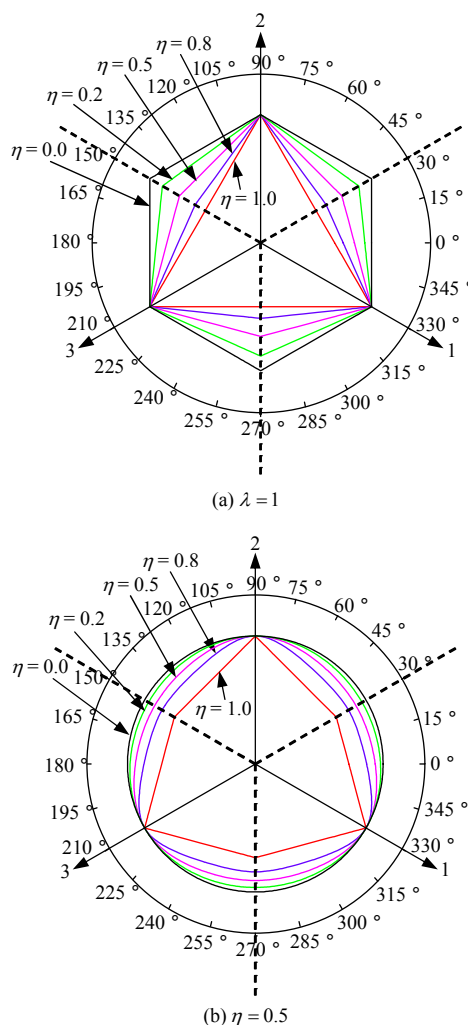


图 8 硬岩统一强度准则偏平面上形状  
Fig.8 Shapes of unified strength criterion on deviatoric planes of hard rocks



式(8)建立的偏平面上形函数可刻画2种情况下硬岩静水压力效应和应力 Lode 角效应。

(1) 静水压力效应不明显, 即三轴拉压强度比不随静水压力变化。此时可设置参数  $\eta$  和  $\lambda$  中一个为定值, 另一个为三轴拉压强度比  $\kappa_1$  的函数。可令  $\lambda = 0.99$  来确保偏平面内强度曲线光滑无角点,  $\eta$  参数可由式(10)且令  $\lambda = 1$  来确定, 由此可得

$$\eta = \frac{6}{\pi} \arctan \left[ \frac{\sqrt{3}(1 - \kappa_1)}{1 + \kappa_1} \right] \quad (14)$$

其中,

$$\kappa_1 = (3 - \sin \varphi) / (3 + \sin \varphi)$$

也可令参数  $\eta$  为定值, 如  $\eta = 1$  或  $\eta = 0.5$ 。参数  $\lambda$  可由下式求取:

$$\lambda = \sin \left\{ 3 \arctan \left[ \frac{1 - \kappa_1}{1 + \kappa_1} \frac{1}{\tan(\eta\pi/6)} \right] \right\} \quad (15)$$

式(15)中:  $\eta$  的取值范围与材料的三轴拉压强度比  $\kappa_1$  有关, 由下式给出:

$$\frac{6}{\pi} \arctan \left[ \frac{\sqrt{3}(1 - \kappa_1)}{1 + \kappa_1} \right] \leq \eta \leq 1 \quad (16)$$

$\eta$  主要由材料性质决定, 即岩石越脆其偏平面强度曲线越接近于三角形。

(2) 静水压力效应显著, 即三轴静水压力比可用式(11)表达。此时, 同样可令  $\lambda = 0.99$ ,  $\kappa_1$  则由式(11)确定, 而后代入式(14)求取参数  $\eta$ 。或令参数  $\eta$  为定值, 由于  $\eta$  值决定着低静水压时偏平面上强度曲线形状, 因此可将  $\eta$  值在满足式(16)限定条件的前提下, 趋近于1, 即破坏曲线形状更接近于三角形。再将式(11)代入式(15)求参数  $\lambda$ 。于是, 强度曲线在偏平面上的形状可由(曲边)三角形过渡到(曲边)六边形, 甚至可演化为圆形, 这可充分表达节2.1中(3)静水压力效应所述的硬岩强度特性。

### 3.3 硬岩统一应变能强度准则及参数的确定

确定了子午面形函数式(7)和偏平面形函数式(8)后, 将其代入式(4)中, 即可得到硬岩统一强度准则。

该强度准则共需要5个参数, 分别为  $\varphi$ ,  $\kappa_0$ ,  $\kappa_1$ ,  $\eta$  和  $\lambda$ 。但  $\eta$  和  $\lambda$  可分别根据式(14)和(15)来确定, 因此实际参数个数将减少为3个。 $\varphi$  可通过常规三轴试验求取。 $\kappa_0$  可根据单轴压缩试验和单轴拉伸试验来确定。 $\kappa_1$  需要三轴试验数据拟合式(11)来得到。如果强度偏平面形状受静水压力较小时则可

根据  $\varphi$  来确定, 见节 3.2 所述。可见, 提出的硬岩强度统一准则可由常规试验确定其参数, 便于应用。

此外, 将本文提出来的硬岩强度准则称为硬岩统一应变能强度准则有3个原因: 其一, 该准则建立在 Zienkiewicz 强度准则一般形式的基础上, 重点反映硬岩强度特性; 其二, 式(4), (7)和(8)通过参数的调整可扩展到强度理论的更广范围, 包含众多现有强度准则, 即该准则表达了一族强度准则, 表1列举了硬岩统一强度准则所包含的部分现有常用准则及系数值, 方便数值计算中直接应用; 其三, 该准则偏平面强度实质上是由有效应变能为基础的 Wiebols-Cook 强度准则改进后获得, 是能量为基础的准则形式。

## 4 均质各向同性硬岩统一应变能强度准则的验证

强度准则的验证过程是指评价强度准则是否能够反映岩石强度规律, 是否具有较高的预测精度。很多学者提出了统计评估方法来评价强度准则的适用性和获取强度准则最优拟合参数, 如 L. B. Colmenares 和 M. D. Zoback<sup>[28]</sup>通过对比拟合偏差平均标准差方法分析了 Mohr-Coulomb, Hoek-Brown、修正 Wiebols-Cook、修正 Lade, Drucker-Prager 和 Mogi-1967 及 Mogi-1971 等强度准则对包括 KTB 角闪岩、Dunham 白云岩、Solenhofen 石灰岩、Shirahama 细砂岩和 Yuubari 页岩在内的5种岩类强度预测能力和各准则的最优拟合参数; 尤明庆<sup>[29]</sup>通过比较最小拟合偏差绝对值之和的方法开展了 Mohr-Coulomb, Fairhurst, Hoek-Brown 及广义 Hoek-Brown、二次多项式型和指数型等强度准则对6种岩石类型强度的拟合精度评估及最优拟合参数确定方法研究工作; Q. Zhang 等<sup>[30]</sup>在提出修正 Mohr-Coulomb 准则后通过对比拟合偏差评估了所提出准则的适用性。基于上述研究成果, 同样采用对比拟合偏差方法来验证本文所提出准则的拟合精度和适用性。采用下式可获取实际岩石强度与预测强度之间的拟合偏差:

$$\bar{s} = \frac{1}{m} \sum_i \sqrt{\frac{1}{n} \sum_j (\sigma_s - \sigma_i)^2} \quad (17)$$

通常, 评估多轴强度准则的预测精度时需要分析2个方面内容: (1) 评估偏平面形函数准确性,

表 1 硬岩统一应变能强度准则典型特例  
Table 1 Typical examples of unified strain energy strength criterion for hard rock

强度准则	$n$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\eta$	$\lambda$
von Mises 准则	1.0	0	0	$\sqrt{2}/3$	0.0	0
Tresca 准则	1.0	0	0	$\frac{\sqrt{6} \cos(\frac{\pi}{6} - \theta_\sigma)}{3 \cos \theta_\sigma}$	1.0	1
Mohr-Coulomb 准则	1.0	0	$\frac{[\sqrt{6} \sin \varphi \cos(\frac{\eta\pi}{6} - \theta_\sigma)] / [3C_0(\cos \theta_\sigma - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta_\sigma \sin \varphi)] \cdot \cos(\frac{\eta\pi}{6} - \frac{\pi}{6})}{[\sqrt{6}c \cos \varphi \cos(\frac{\eta\pi}{6} - \theta_\sigma)] / [3C_0(\cos \theta_\sigma - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta_\sigma \sin \varphi)] \cdot \cos(\frac{\eta\pi}{6} - \frac{\pi}{6})}$	$\frac{6}{\pi} \arccos \left( \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3 + \sin^2 \varphi}} \right)$		
Drucker-Prager 准则	1.0	0	外角外接圆锥 内角外接圆锥 内切圆锥	$\frac{-2\sqrt{2} \sin \varphi}{3 - \sin \varphi}$ $\frac{-2\sqrt{2} \sin \varphi}{3 + \sin \varphi}$ $\frac{-2\sqrt{2} \sin \varphi}{\sqrt{3 + \sin^2 \varphi}}$	$\frac{2\sqrt{2}c \cos \varphi}{C_0(3 - \sin \varphi)}$ $\frac{2\sqrt{2}c \cos \varphi}{C_0(3 + \sin \varphi)}$ $\frac{\sqrt{2}c \cos \varphi}{C_0 \sqrt{3 + \sin^2 \varphi}}$	0.0 0.0 0
MSDP 准则 <sup>[31]</sup>						
$\sqrt{J_2} = b \cdot \sqrt{\frac{\alpha^2(I_1^2 - 2a_1I_1) + a_2^2}{b^2 + (1 - b^2)\sin^2(45^\circ - 1.5\theta)}}$ $\alpha = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)}$ $a_1 = \frac{1}{2}(\sigma_c - \sigma_t) - \frac{\sigma_c^2 - \left(\frac{\sigma_t}{b}\right)^2}{6\alpha^2(\sigma_c + \sigma_t)}$ $a_2 = \sqrt{\left[\frac{\sigma_c + \frac{\sigma_t}{b}}{3(\sigma_c + \sigma_t)} - \alpha^2\right] \sigma_c \sigma_t}$						
	0.5	$\sqrt{6}\alpha$	$-\frac{4a_1\alpha^2}{C_0}$	$-\frac{2a_2^2}{3C_0^2}$	1.0	满足 $b = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{1}{3}\arcsin \lambda\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{6} - \frac{1}{3}\arcsin \lambda\right)}$ 的任意 $\lambda$ 值, 可充分逼近 MSDP 准则
Modified Weibols-Cook 准则 <sup>[32]</sup>						
$\sqrt{J_2} = A + BI_1 + CI_1^2$ $C = \frac{\sqrt{27}}{2C_1 + (q-1)\sigma_3 - C_0}$ $\left[\frac{c_1 + (q-1)\sigma_3 - C_0}{2C_1 + (2q+1)\sigma_3 - C_0} - \frac{q-1}{q+2}\right]$ $C_1 = (1 + 0.6\mu_i)C_0$ $q = [(1 + \mu_i^2)^{1/2} + \mu_i]^2$ $B = \frac{\sqrt{3}(q-1)}{q+2}$ $\frac{C}{3} [2C_0 + (q+2)\sigma_3]$ $A = \frac{C_0}{\sqrt{3}} - \frac{C_0}{3}B - \frac{C_0C}{9}$						
	1.0	$(3\sqrt{6}CC_0)^{1/2}$	$\sqrt{6}B$	$\frac{\sqrt{2}A}{\sqrt{3}C_0}$	0.5	0
广义应变能强度准则 <sup>[6]</sup>						
$\frac{\tau_{oct}}{f_c} - F_{mp} \left( \frac{\sigma_{oct}}{f_c} \right) F_{octp}(\theta_\sigma) = 0$ $F_{mp}(\sigma_{oct}) = (a^2\sigma_{oct}^2 + b\sigma_{oct} + c)^n$ $F_{octp}(\theta_\sigma) = \{[2(1 - \gamma^2) + (\gamma - 2) \cdot \sqrt{4(\gamma^2 - 1) + (5 - 4\gamma)f_{\theta_\sigma}^2}] \gamma f_{\theta_\sigma}\} / [4(1 - \gamma^2) - (\gamma - 2)^2 f_{\theta_\sigma}^2]$						
			子午面形函数相同, 参数相同		1.0	令偏平面形函数相等后求取的 $\lambda$ 值, 可充分逼近广义应变能强度准则

可通过比较强度准则反映中间主应力效应的准确程度来完成，需真三轴试验数据；(2) 评估子午面形函数准确性，可简化为评估强度准则对三轴试验数据的拟合效果。此外，存在 2 种强度准则参数获取和强度准则精度评估方法：其一，通过参数搜索获取最优拟合参数，而后对比采用最优拟合参数时各强度准则拟合精度的优劣；其二，通过三轴试验数据获得的强度准则参数，而后对比采用该参数时强度准则拟合精度的优劣。2 种方法均能达到评估强度准则预测能力和评价强度准则在反映硬岩强度特性上存在的差异的目的，只是前者可获得最优拟合参数而后者不保证采用的参数是最优的，但用三轴试验获得强度参数方法很利于工程应用，正如 L. B. Colmenares 和 M. D. Zoback<sup>[28]</sup> 研究发现，在足够广泛的围压范围内高质量的三轴试验获得的强度拟合参数与真三轴试验数据获得的强度拟合参数比较接近，用三轴强度拟合参数替代真三轴拟合参数可简化试验研究过程，也便于工程应用。因此，本文不采用全局搜索最优拟合参数的方法来分析强度准则的预测能力，而直接从常规三轴试验数据获得强度准则参数，利用节 2 总结的多种硬岩试验数据来验证提出强度准则的适用性和有效性。

#### 4.1 中间主应力效应验证

本文提出的硬岩统一应变能强度准则最重要的改进是偏平面形函数的形式，它决定了强度准则是否能够较好地反映岩石中间主应力效应以及岩石抗压强度与抗拉强度的差异。实际上，多轴应力状态与单轴或双轴应力状态造成岩石强度性质差异也主要反映在中间主应力效应上。大量真三轴试验数据已经证明，无法刻画中间主应力效应的强度准则在预测多轴应力状态下岩石强度时预测偏差是非常大的，这将在下面论述中可以清晰发现，如 Mohr-Coulomb 和 Hoek-Brown 等不考虑中间主应力为基础的强度准则的预测偏差均较大。可见，验证多轴强度准则的预测能力时，中间主应力效应的验证是重中之重。利用 5 种不同类型岩石的真三轴试验数据验证本文提出的准则能否较好地刻画岩石中间主应力效应，这些岩石分别为 Shirahama 细砂岩、Dunham 白云岩、KTB 角闪岩、Solenhofen 石灰岩和 Westerly 花岗岩，选择这 5 种岩石的原因在于这些试验成果得到了国际学术界的认可，试验成果可信，相对精度也很高；更重要的是这些试验岩石的三轴试验成果可获取，方便了本文提出强度准则参数的确定。

图 9 给出了本文提出强度准则计算结果曲线与实际测试强度数据点对比。直观上可发现，本文提出的强度准则总体上已能反映 5 种岩石不同程度的

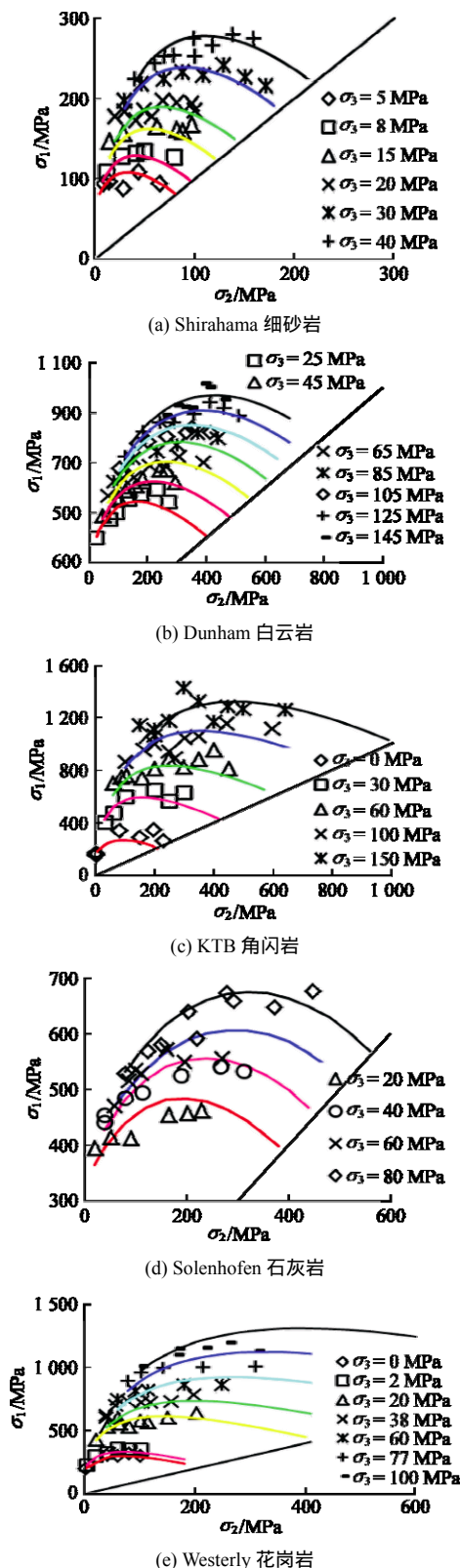


图 9 本文提出强度准则计算结果曲线与实际测试强度数据点对比

Fig.9 Comparison of calculation results and testing strength data

中间主应力效应，说明该准则能够反映岩石强度随中间主应力增大而呈现出的先增大后减小的变化规律。表 2 给出了本文提出强度准则的参数计算结果，这些参数由 5 种岩石三轴压缩试验结果确定，而非全局搜索获得的最优拟合参数。该确定参数方法一定程度上接受了岩石多轴强度是可以通过三轴强度参数而预测分析的假设前提。

表 2 本文提出强度准则的参数计算结果

Table 2 Parameters of the unified strain energy strength criterion

岩性	$C_0 /$ MPa	$\varphi /$ (°)	$\eta$	$\gamma$	$\kappa_0$	$\kappa_1$	平均拟合偏差/ MPa
Westerly 花岗岩	201	49.5	1	0.973 4	0.067 9	0.591 20	42.77
Dunham 白云岩	257	42.5	1	0.898 2	0.172 0	0.632 40	19.59
KTB 角闪岩	165	47.2	1	0.932 8	0.110 9	0.606 97	67.97
Solenhofen 石灰岩	293	24.4	1	0.646 0	0.213 0	0.757 90	24.59
Shirahama 细砂岩	55	38.6	1	0.655 7	0.314 0	0.861 00	9.75

为量化本文提出准则的整体预测精度，采用式(17)计算了 5 种岩石的平均预测偏差标准差，如表 2 所示。本文提出强度准则计算的 5 种岩石强度的整体偏差程度有所差异，偏差最小的是 Shirahama 细砂岩，为 9.75 MPa，而偏差最大的是 KTB 角闪岩，为 67.97 MPa，预测偏差的大小不仅取决于准则的优劣，还取决于岩石强度试验结果的离散程度。对于同一试验测试结果，根据拟合偏差的大小可对比不同强度准则的预测精度，一定程度上可反映准则的适应性。基于这一点，将本文提出准则的预测偏差程度与 L. B. Colmenares 和 M. D. Zoback<sup>[28]</sup>的研究成果进行对比，可说明本文提出准则在反映中间主应力效应的能力上是优于还是劣于现有强度准则。Colmenares 等分析了 Mohr-Coulomb, Hoek-Brown、修正 Wiebols-Cook、修正 Lade, Drucker-Prager 和 Mogi - 1967 及 Mogi - 1971 等强度准则预测的平均预测偏差标准差，采用格子搜索方法确定了各准则的最优拟合参数，获得平均预测偏差标准差<sup>[27]</sup>如图 10 所示。将本文提出准则的平均预测偏差标准差与其他准则进行对比分析发现，本文准则拟合精度总体上稍优于其他几种准则，说明本文提出强度准则总体上能够较好地刻画岩石中间主应力效应规律。

#### 4.2 子午面形函数验证

子午面上验证过程中需要保证应力 Lode 角为常数，然而除了三轴压缩试验能保证 Lode 角为 -30° 以外，其他 Lode 角量值的试验结果是比较难获得的，这给予子午面形函数的验证带来了一定困难。目前，只能验证 Lode 角为 -30° 的子午面形函数特征，

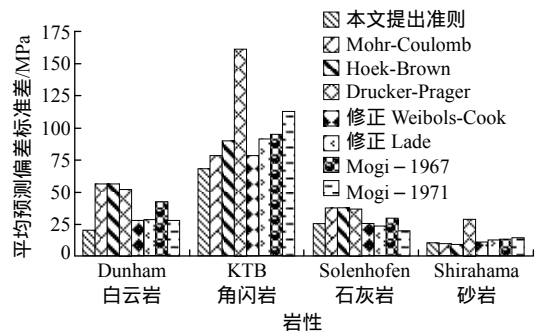


图 10 不同准则强度平均预测偏差标准差<sup>[27]</sup>

Fig.10 Average standard deviation of different strength criteria<sup>[27]</sup>

图 11 给出了 5 种岩石子午面上强度及本文提出准则预测结果对比，由此可知，Dunham 白云岩在高静水压力时与本文准则略有差异外，其他岩石子午面上强度与本文准则预测结果差异较小，Dunham 白云岩的差异主要是因为该岩石静水压力特征显著，而本文为了简化计算过程中将准则中  $\delta$  参数设定为零值，如调整式(11)中  $\delta$  参数仍可达到比较满意的拟合效果。可见，本文强度准则能够反映硬岩石子午面上强度特征规律，主要表现为静水压力效应。

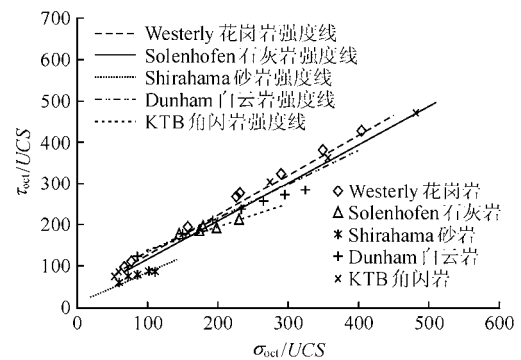


图 11 5 种岩石子午面上强度与本文准则预测结果对比 (Lode 角为 -30°)

Fig.11 Comparison of calculation results and testing data on meridian strength plane of five rocks(Lode angle is -30°)

综上所述，本文提出的强度准则可较好地刻画均质各向同性硬岩强度的共性特征，为量化硬岩强度提供了新的工具，具有一定的应用前景。

## 5 结 论

(1) 本文系统总结了国内外硬岩三轴和真三轴加、卸荷试验成果，并深入分析了硬岩多轴应力条件下的加荷强度特征和卸荷极限承载强度特征，论

述和揭示了硬岩加、卸荷强度基本特性,主要包括中间主应力效应、静水压力效应、最小主应力效应、应力 Lode 角效应和拉压异性效应。

(2) 基于 Zienkiewicz 一般形式和其强度准则的构建思想,即强度准则可表达为子午面形函数和偏平面形函数 2 个函数形式。为了更好地反映硬岩强度的基本特性,尤其是中间主应力效应,以及为了使强度准则具有统一特性,提出了新的两参数偏平面形函数形式,与建立在能量理论基础上的附加应变能双曲线型子午面形函数形式相结合,建立了新的均质各向同性硬岩强度理论——统一应变能强度准则。

(3) 用所建立的统一应变能强度分析多种硬岩三轴和真三轴加、卸荷试验数据后发现,该强度准则相比 Mohr-Coulomb, Hoek-Brown、修正 Wiebols-Cook、修正 Lade, Drucker-Prager 和 Mogi-1967 及 Mogi-1971 等准则具有更高的拟合精度,从而验证了硬岩统一应变能强度准则的适用性。为深部岩体工程灾害问题分析和计算提供了强有力的理论模型。

(4) 各向同性硬岩统一应变能强度准则通过参数调整可派生出多种现有强度准则形式,说明了该准则具有一定的统一特性,并给出了典型准则的参数列表。

以上研究成果建立在前人大量试验研究成果基础上,重点研究硬岩强度的共性特征。至于某些硬岩存在其个性特征则需要更深入的试验研究来揭示,随之硬岩的强度准则也将给予必要的修正来反映这些特有强度规律。

## 参考文献(References):

- [1] YU M H. Advances in strength theories for materials under complex stress state in the 20th century[J]. Applied Mechanics Reviews, American Society of Mechanical Engineers, 2002, 55(3): 169-218.
- [2] COSTAMAGNA R, BRUHNS O. A four-parameter criterion for failure of geomaterials[J]. Engineering Structures, 2007, 29(3): 461-468.
- [3] 高红, 郑颖人, 冯夏庭. 岩土材料能量屈服准则研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(12): 2 437-2 443.(GAO Hong, ZHANG Yingren, FENG Xiating. Study on energy yield criterion of geomaterials[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(12): 2 437-2 443.(in Chinese))
- [4] 陈景涛, 冯夏庭. 高地应力下硬岩本构模型研究[J]. 岩土力学, 2007, 28(11): 2 271-2 278.(CHEN Jingtao, FENG Xiating. Study on constitutive model of hard rock under high geostresses[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(11): 2 271-2 278.(in Chinese))
- [5] YOU M Q. True-triaxial strength criteria for rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2009, 46(1): 115-127.
- [6] 黄书岭, 冯夏庭, 张传庆. 脆性岩石广义多轴应变能准则及其试验验证[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(1): 124-134.(HUANG Shuling, FENG Xiating, ZHANG Chuanqing. A new generalized polyaxial strain energy strength criterion of brittle rock and polyaxial test validation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(1): 124-134.(in Chinese))
- [7] ZIENKIEWICZ O C. The finite element method in engineering science[M]. London: McGraw-Hill, 1979: 67-82.
- [8] 郑颖人, 沈珠江, 龚晓南. 岩土塑性力学原理[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002: 58-61.(ZHENG Yingren, SHEN Zhujiang, GONG Xiaonan. The principles of geotechnical plastic mechanics[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2002: 58-61.(in Chinese))
- [9] DESAI C S, SOMASUNDARAM S, FRANTZISKONIS G. A hierarchical approach for constitutive modeling of geologic materials[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1986, 10(3): 225-257.
- [10] 姚仰平, 路德春, 周安楠, 等. 广义非线性强度理论及其变换应力空间[J]. 中国科学: E 辑, 2004, 34(11): 1 283-1 299.(YAO Yangping, LU Dechun, ZHOU Annan, et al. Generalized nonlinear strength theory and transformed stress space[J]. Science in China: Ser E, 2004, 34(11): 1 283-1 299.
- [11] 中华人民共和国国家标准编写组. GB 50218—94 工程岩体分级[S]. 北京: 中国计划出版社, 1994.(The National Standards Compilation Group of People's Republic of China. GB50218—94 Standard for engineering classification of rock mass[S]. Beijing: China Planning Press, 1994.(in Chinese))
- [12] CHANG C, HAIMSON B C. True triaxial strength and deformability of the German Continental deep drilling program(KTB) deep hole amphibolite[J]. Journal of Geophysical Research, 2000, 105(B8): 18 999-19 013.
- [13] MOGI K. Fracture and flow of rocks under high triaxial compression[J]. Journal of Geophysical Research, 1971, 76(5): 1 255-1 269.
- [14] WANG R, KEMENY J M. A new empirical criterion for under polyaxial compressive stresses[C]// The 35th U.S. Symposium on Rock Mechanics. Reno, NV: [s.n.], 1995: 453-458.
- [15] TAKAHASHI M, KOIDE H. Effect of the intermediate principal stress on strength and deformation behavior of sedimentary rocks at the depth shallower than 2 000 m[C]// ISRM International Symposium Rock Mechanics. Pau, France: [s.n.], 1989: 19-26.
- [16] ZHANG L, ZHU H. Three-dimensional Hoek-Brown strength criterion for

- rocks[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 2007, 133(9): 1 128–1 135.
- [17] 尤明庆. 岩石指数型强度准则在主应力空间的特征[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(8): 1 541–1 551.(YOU Mingqing. Characteristics of exponential strength criterion of rock in principal stress space[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, 28(8): 1 541–1 551.(in Chinese))
- [18] DESCAMPS F. Study of the behavior of saturated porous rocks under great depth conditions[Ph. D. Thesis][D]. Mons: The Faculty of Engineering, Mons, 2007.
- [19] 刘豆豆. 高地应力下岩石卸载破坏机制及其应用研究[博士学位论文][D]. 济南: 山东大学, 2008.(LIU Doudou. Study on unloading failure mechanism of rock under high stress and its application[Ph. D. Thesis][D]. Jinan: Shandong University, 2008.(in Chinese))
- [20] 汪斌, 朱杰兵, 邬爱清, 等. 锦屏大理岩加、卸载应力路径下力学性质试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(10): 2 138–2 145.(WANG Bin, ZHU Jiebing, WU Aiqing, et al. Experimental study on mechanical properties of Jinping marble under loading and unloading stress path[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(10): 2 138–2 145.(in Chinese))
- [21] 朱杰兵. 高应力下岩石卸荷及其流变特性研究[博士学位论文][D]. 北京: 中国科学院研究生院, 2009.(ZHU Jiebing. Study on unloading mechanics and its rheological properties of rock under high stress[Ph. D. Thesis][D]. Beijing: Graduate University of Chinese Academy of Sciences, 2009.(in Chinese))
- [22] 黄达. 大型地下洞室开挖围岩卸荷变形机制及其稳定性研究[博士学位论文][D]. 成都: 成都理工大学, 2007.(HUANG Da. Study on unloading deformation mechanism and stability of excavating surrounding rock mass of large underground caverns[Ph. D. Thesis][D]. Chengdu: Chengdu University of Technology, 2007.(in Chinese))
- [23] 胡云华. 高应力下花岗岩力学特性试验及其本构模型研究[博士学位论文][D]. 北京: 中国科学院研究生院, 2008.(HU Yunhua. Study on mechanical properties of granites under high pressure conditions and its constitutive models[Ph. D. Thesis][D]. Beijing: Graduate University of Chinese Academy of Sciences, 2008.(in Chinese))
- [24] 李天斌. 卸荷应力状态下玄武岩变形破坏特征的试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 1993, 12(4): 321–327.(LI Tianbin. An experimental study on the deformation and failure features of a basalt under unloading condition[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1993, 12(4): 321–327.(in Chinese))
- [25] 张黎明. 加卸荷条件下岩体宏观破坏机制的试验与理论研究[博士学位论文][D]. 西安: 西安建筑科技大学, 2009.(ZHANG Liming. Experimental and theoretical study on macroscopic failure mechanism of rock mass under loading and unloading conditions[Ph. D. Thesis][D]. Xi'an: Xi'an University of Architecture and Technology, 2009.(in Chinese))
- [26] AUBERTIN M, LI L, SIMON R. Formulation and application of a short-term strength criterion for isotropic rocks[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1999, 36(5): 947–960.
- [27] DU X L, LU D C, GONG Q M, et al. Nonlinear unified strength criterion for concrete under three-dimensional stress states[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2010, 136(1): 51–59.
- [28] COLMENARES L B, ZOBACK M D. A statistical evaluation of intact rock failure criteria constrained by polyaxial test data for five different rocks[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2002, 39(6): 695–729.
- [29] 尤明庆. 岩石强度准则的数学形式和参数确定的研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(11): 2 172–2 184.(YOU Mingqing. Study of mathematical equation and parameter determination of strength criteria for rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(11): 2 172–2 184.(in Chinese))
- [30] ZHANG Q, WANG S L, GE X R, et al. Modified Mohr-Coulomb strength criterion considering rock mass intrinsic material strength factorization[J]. Mining Science and Technology, 2010, 20(5): 701–706.
- [31] AUBERATIN M, LI L, SIMON R. A multiaxial stress criterion for short term and long term strength of isotropic rock media[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2000, 37(8): 1 169–1 193.
- [32] ZHOU A. A program to model the initial shape and extent of borehole breakout[J]. Computers and Geosciences, 1994, 20(7/8): 1 143–1 160.