

# 考虑黏聚力的上下加载面修正剑桥模型 及数值实现

袁克阔<sup>1</sup>, 陈卫忠<sup>1,2</sup>, 赵武胜<sup>1</sup>, 谭贤君<sup>1</sup>, 田洪铭<sup>1</sup>, 郑朋强<sup>1</sup>, 李香玲<sup>3</sup>

(1. 中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071; 2. 山东大学 岩土与结构工程研究中心, 山东 济南 250061; 3. 比利时国家核能研究中心, 比利时 摩尔 2400)

**摘要:** 首先完善上下加载面模型中超固结状态参数  $R$  与结构性状态参数  $R^*$  的定义, 给出上下加载面修正剑桥模型更具普适性的推导过程; 然后介绍考虑黏聚力的上下加载面修正剑桥模型的半隐式本构积分算法及数值实现过程, 并基于 ABAQUS 软件所提供的用户材料子程序 UMAT 接口编制上下加载面修正剑桥模型本构子程序; 利用该模型模拟不同工况以及不同加载方式下超固结和原状土体的力学特性, 以验证该本构模型对原状超固结土体的模拟能力以及所编写子程序的正确性和可靠性; 最后进行 Boom Clay 三轴固结不排水剪切试验的模拟, 完成将上下加载面修正剑桥模型应用于工程实际的关键一步。

**关键词:** 岩石力学; 上下加载面; 修正剑桥模型; 积分算法; 超固结; 土的结构性

中图分类号: TU 45

文献标识码: A

文章编号: 1000-6915(2013)04-0842-07

## SUPER-SUBLOADING SURFACE MODIFIED CAM-CLAY MODEL CONSIDERING COHESION AND ITS NUMERICAL IMPLEMENTATION

YUAN Kekuo<sup>1</sup>, CHEN Weizhong<sup>1,2</sup>, ZHAO Wusheng<sup>1</sup>, TAN Xianjun<sup>1</sup>,  
TIAN Hongming<sup>1</sup>, ZHENG Pengqiang<sup>1</sup>, LI Xiangling<sup>3</sup>

(1. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China; 2. Geotechnical and Structural Engineering Research Center, Shandong University, Jinan, Shandong 250061, China; 3. Belgian Nuclear Research Centre, Mol 2400, Belgium)

**Abstract:** The definitions of overconsolidation state parameter  $R$  and structural property state parameter  $R^*$  is further perfected firstly and a more popular derivation of this model is offered. Then the numerical implementation is completed based on the semi-implicit algorithm and the constitutive subroutine is compiled by using UMAT in ABAQUS for the improved model considering the cohesion. Finally, the complicated mechanical properties of the overconsolidated and undisturbed soil are simulated under different conditions and various loading types. The result implies that the model owns excellent simulation capabilities and the UMAT subroutine ensures sufficient accuracy and stability. Therefore, the key step to apply this constitutive model into engineering practice has been successfully accomplished.

**Key words:** rock mechanics; super-subloading surface; modified Cam-Clay model; intergration algorithm; overconsolidation; soil structure characteristic

## 1 引言

地下空间的开发是人类不断拓展生存空间的

主要途径之一, 随着地下工程建设规模和涉及领域的不断扩大, 富水软弱土层及软岩地层岩土工程的开挖与支护成为地下工程中遇到的又一新问题。隧道与基坑等开挖工程中, 岩土体不同部位经受不

收稿日期: 2012-10-14; 修回日期: 2012-12-17

基金项目: 国家杰出青年基金资助项目(51225902); 国家自然科学基金资助项目(51109207, 51108448)

作者简介: 袁克阔(1985-), 男, 2008年毕业于西北农林科技大学水利与建筑工程学院农业水利工程专业, 现为博士研究生, 主要从事软岩蠕变方面的研究工作。E-mail: kkw1985@163.com

同的加载、卸荷等复杂的应力路径，引起静水压力与剪应力不同程度的变化；而经典土力学弹塑性理论(包括剑桥模型)认为，岩土介质塑性应变只存在一个屈服面，在加载过程中屈服面内部的应力-应变关系被假定为弹性行为，卸载再加载过程中不可产生塑性累积变形，如图 1(a)所示。事实上，正常固结状态岩土材料一旦卸载后就处于超固结状态，由试验可知，其在超固结状态下再加载过程中，仍具有塑性变形且在加卸载循环过程中不断累积，如图 1(b)所示。另外，对于原状土体，其堆积过程中在自身的物理化学作用及环境变化的影响下而形成一定的联结和聚合体进而表现为岩土体的结构性。工程或试验中，由于后续加载过程搅乱并破坏了联结性，从而造成结构性的渐进消失，表现出重塑土与自然堆积土在压缩与剪切过程中的显著差异性。

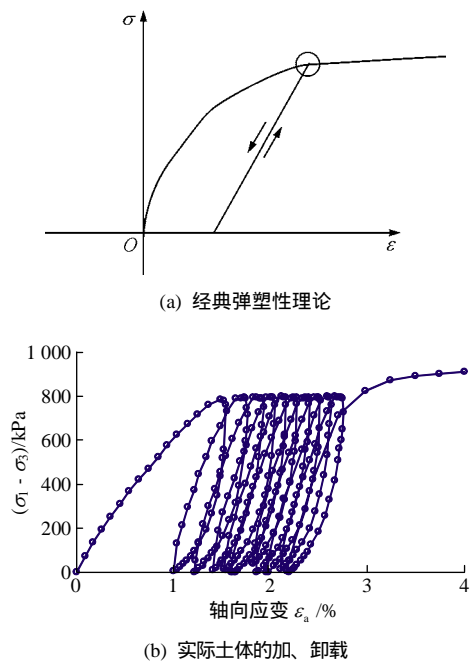


图 1 经典弹塑性理论与实际土体的加、卸载应力-应变关系  
Fig.1 Relation between deviatoric stress and axial strain of classical elastoplastic theory and actual soil

富水软弱原状岩土介质具有与坚硬岩石不同的特殊力学特征，诸如在较低的静水压力作用下产生塑性体积变形、超固结和结构性以及卸载再加载过程的累积塑性变形等特性，因而其在外部荷载和周围环境的共同作用下其力学响应十分复杂。岩土工程中广泛采用的莫尔-库仑准则，能较好地描述岩土材料的强度特性和破坏行为，但涉及变形和固结分析问题该模型在理论和实践中均有一定的不足。基于等向加载试验建立起来的剑桥模型，是第

一个能够比较准确地描述土特性的力学体系，为近代土力学的弹塑性理论奠定了基础<sup>[1-2]</sup>。然而，由于剑桥模型基于正常固结试验推导而来，子午面上临界状态线通过应力坐标原点，表现为不考虑土体黏聚力的纯摩擦型本构，而绝大多数的岩土介质具有一定的黏聚力，属摩擦-黏聚型材料，即岩土本构模型必须含有黏聚力项；同时，剑桥模型只适合于正常或轻微超固结的重塑黏土，难以描述超固结土的硬化、软化和剪胀等应力-应变特性以及应力路径的影响；从而建立比较全面的塑性模型已成为岩土力学最活跃的研究领域之一。

K. Hashiguchi 等<sup>[3-12]</sup>近年发展的上下加载面(上下负面)模型对于描述土体超固结和结构性特征具有不可比拟的优势。K. Hashiguchi<sup>[3-5]</sup>提出下加载面概念，物理意义明确，能连续平滑的刻画超固结土的弹塑性应力应变关系；之后，张 锋等<sup>[2, 6]</sup>基于土的密度的概念通过引入正常固结与超固结态土体的孔隙比之差  $\rho$  发展了新的下负面表达，并进行了原始剑桥模型下负面模型的显式数值实现；孔亮等<sup>[7-8]</sup>于 2003 年最早将下加载面的概念引入国内，并基于其改进了殷宗泽椭圆-抛物线双屈服面模型；詹云刚等<sup>[9]</sup>基于次加载面理论改进了考虑土体初始各向异性的 ALPHA 模型并进行了数值实现；黄 雨和周子舟<sup>[10]</sup>基于下加载面概念开发了原始剑桥模型子程序，然而该模型基于原始剑桥模型，不符合热力学定律，且只能反映超固结黏土的应力-应变特性，对于工程实际中广泛存在的原状土体结构性仍然难以进行有效刻画；A. Asaoka 等<sup>[11-12]</sup>于 2000 年初提出并发展了能够考虑原状土结构性的上加载面概念，其与下加载面模型结合，可有效考虑结构性和超固结特性及塑性累积变形；但模型的推导仍基于屈服面为锥面的原始剑桥模型进行，超固结状态参数  $R$  与结构状态参数  $R^*$  的定义不甚明晰，限制了该新型模型的推广和使用。

可见，考虑黏聚力的上下加载面修正剑桥模型可以较好地克服上述缺点，能够表达原状岩土介质的摩擦-黏聚特性、结构性及超固结等力学特性。将上下加载面修正剑桥模型予以数值化并加以工程应用，国内外鲜有先例。因此本文以 ABAQUS 软件为平台，采用 Fortran 语言完成上下加载面修正剑桥模型(super-subloading modified Cam-Clay model)的数值实现工作，并通过各种工况和不同加载方式的模拟验证了程序的可靠性，为将此类高级模型进行工程应用奠定基础。

## 2 上下加载面修正剑桥模型

### 2.1 上下加载面及特点

上下加载面理论认为原状超固结状态土体存在3个应力状态面：即正常固结屈服面(传统修正剑桥模型的屈服面)和与正常固结屈服面几何相似的上下加载面。正常固结屈服面是一个物理曲面，是由重塑土在其固结历史上曾受过的最大静水压力来确定的，上下加载面是2个假设的曲面。由于结构性的缘故而存在一个比正常固结屈服面要大一些的上加载面，该面可以看作是原状土体结构性未完全丧失时应具有的屈服面，随着荷载增加，塑性变形发生过程中该面不断缩小，当土体完全扰动、结构性消失时，上加载面与正常固结屈服面重合，该过程是不可逆的。如果土体卸荷至某一个新的应力状态，则此时存在一个比正常固结屈服面小，处于正常固结屈服面内的下加载面，该面上各应力点均为超固结状态点，不管在加载还是卸载状态下都始终通过当前应力点而扩大或缩小，当与正常固结屈服面重合时超固结状态消失，其后正常固结屈服面即为经典弹塑性理论中的塑性屈服面，该过程是可逆的。

### 2.2 上下加载面修正剑桥模型

土的摩擦特性是其区别于金属材料的一个非常重要的特性，除了剪应力对变形特性有影响外，静水压力也在很大程度上影响着土的应力-应变关系，所以常在  $p$ - $q$  平面研究其屈服特性。修正剑桥模型由于符合热力学定律，且屈服面光滑而较原始剑桥模型更具优势，故本文特进行上下加载面修正剑桥模型的推导与数值化，文中公式表达及数值实施，均在  $p$ - $q$  平面进行。考虑黏聚力的上下加载面修正剑桥模型如图2所示。

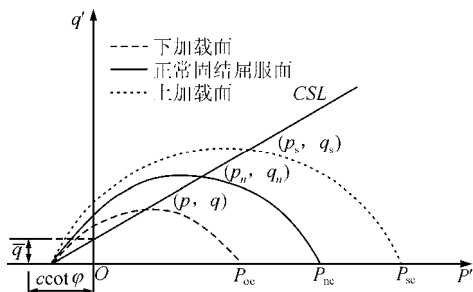


图2  $p$ - $q$  空间中的上下加载面示意图  
Fig.2 Sketch of super-subloading in  $p$ - $q$  space

$\bar{q}$  为  $p'$ - $q$  平面临界状态线在  $q$  轴的截距，其表达式为

$$\bar{q} = \frac{3c \cos \varphi}{\sqrt{3 \cos \theta_\sigma + \sin \varphi \sin \theta_\sigma}}$$

推导过程见袁克阔等<sup>[13]</sup>的相关研究成果。为了在理论上清楚地用弹塑性理论对超固结土及带有结构性的自然堆积土的力学特性进行准确描述，需引入超固结状态变量  $R$  及结构状态变量  $R^*$ 。张锋等<sup>[2, 14]</sup>给出的  $R$  与  $R^*$  的定义分别为

$$R = \frac{p_o}{p_s} = \frac{q_o}{q_s}, \quad R^* = \frac{p_n}{p_s} = \frac{q_n}{q_s} \quad (1)$$

式中： $p_o, q_o$  均为下加载面(当前)应力状态； $p_n, q_n$  均为正常固结屈服面应力状态； $p_s, q_s$  均为上加载面(结构)应力状态。

该定义的表达不够严密，因为不排水加载过程中剑桥模型的  $p', q$  此消彼长，等式  $p_o/p_s = q_o/q_s$  与  $p_n/p_s = q_n/q_s$  显然难以保证时刻满足，式(1)的定义当然也就难以保证时刻有效，比如说在各向同性加载静水压力的情况下，存在  $p$ ，但各广义剪应力  $q$  均为0，式(1)不再成立。故这里将  $R$  与  $R^*$  重新定义为式(2)，使其时刻存在且富有物理意义，并便于公式推导，重新定义关系如下：

$$R = \frac{p_{oc}}{p_{sc}}, \quad R^* = \frac{p_{nc}}{p_{sc}} \quad (0 < R < 1, 0 < R^* < 1) \quad (2)$$

式中： $p_{oc}$  为下加载面大小， $p_{nc}$  为正常固结屈服面大小， $p_{sc}$  为上加载面大小。

上下加载面修正剑桥模型中，各面几何相似，故当前应力面(下加载面)函数为

$$f = \frac{q_o^2}{M^2} + p_o(p_o - p_{oc}) = 0 \quad (3)$$

式中： $M$  为  $p$ - $q$  平面临界状态线斜率， $M = (6 \sin \varphi) / (3 - \sin \varphi)$ ； $\varphi$  为内摩擦角；将式(3)中  $p_{oc}$  由正常固结屈服面大小  $p_{nc}$  表示，则有

$$p_{oc} = \frac{R}{R^*} p_{nc} \quad (4)$$

从而式(3)可化为

$$f = \frac{q_o^2}{M^2} + p_o \left( p_o - \frac{R}{R^*} p_{nc} \right) = 0 \quad (5a)$$

为便于书写和习惯，式(5a)仍写为

$$f = \frac{q^2}{M^2} + p(p - p_c) = 0, \quad p_c = \frac{R}{R^*} p_{nc} \quad (5b)$$

式中： $p$  为静水压力， $p = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / 3$ ； $q$  为广义剪应力， $q = \sqrt{3 / (2 s_{ij} s_{ij})}$ ， $s_{ij}$  为偏应力， $s_{ij} = \sigma_{ij} - p \delta_{ij}$ ， $\sigma_{ij}$  为应力分量， $\delta_{ij}$  为 Kronecker 符号。

硬化规律为

$$dp_c = \frac{\partial p_c}{\partial R} dR + \frac{\partial p_c}{\partial R^*} dR^* + \frac{\partial p_c}{\partial p_{nc}} dp_{nc}, dp_{nc} = \chi p_{nc} d\varepsilon_v^p \quad (6)$$

式中： $\varepsilon_v^p$  为塑性体应变； $\chi = (1 + e_0)/(\lambda - \kappa)$ ， $\lambda$  为压缩指数， $\kappa$  为膨胀指数。

对于  $R$  及  $R^*$  的发展，据 K. Hashiguchi<sup>[3]</sup> 的建议，取

$$\left. \begin{aligned} dR &= \frac{vM}{\lambda - \kappa} m \ln R d\gamma^p \\ dR^* &= \frac{vM}{\lambda - \kappa} R^* [1 - (R^*)^a] d\gamma^p \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中： $m, a$  均为控制状态参量； $R, R^*$  均为变化速率的材料参数； $d\gamma^p$  为塑性剪应变， $d\gamma^p = d\lambda(\partial g)/(\partial q)$ ， $g$  为塑性势函数，本文模型采用相关联流动法则，即取  $g = f$ 。

式(7)中超固结性与结构性的发展仅与塑性剪应变  $d\gamma^p$  有关，没有考虑到塑性体应变的贡献，而实际中任何形式的塑性变形均能引起超固结和结构性的变化，故有必要将塑性体应变纳入到二者的退化规律中。特将式(7)中  $d\gamma^p$  写为等效塑性应变  $d\varepsilon_d^p$ ，即

$$d\varepsilon_d^p = \sqrt{(1 - A_d)(d\varepsilon_v^p)^2 + A_d(d\gamma^p)^2}, d\varepsilon_v^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial p} \quad (8)$$

式中： $A_d$  为塑性体应变与剪应变对于参数  $R, R^*$  发展的贡献比。

### 3 模型数值实现

本构模型积分算法的基本思路<sup>[15]</sup>是假定某时刻  $t$  (即第  $n$  增量步)的所有变量值已经给出，并给定了时间步长增量  $\Delta t_{i+1}$  和总应变增量  $\Delta \varepsilon_{i+1}$  (为弹性应变增量与非弹性应变增量之和)，在此基础上通过数学算法寻求满足离散本构方程的精确应力解  $\sigma_{i+1}$ 。常用的积分算法分为显式算法和隐式算法；本文采用的积分算法为半隐式回映算法，具体如图 3 所示。

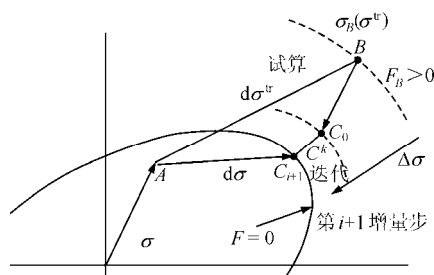


图 3 隐式本构积分算法迭代示意图

Fig.3 Sketch of implicit integration algorithm

基于上下加载面概念的相关联流动法则的修正剑桥模型数值实现的基本过程如下；下标  $i$  表示增量步，上标  $k$  表示迭代步。

#### 3.1 初始变量计算

由给定的初始状态  $(\sigma_{ij}^0, e_0)$  及相关材料参数  $\lambda, \kappa, p_{nc0}$ ，可得初始变量：

$$p_{c0} = \frac{q^2}{M^2 p} + p \quad (9a)$$

#### 3.2 弹性试算

试探应力分量  $\sigma^{trial}$  可表示为

$$\sigma^{trial} = \sigma_n + D^e d\varepsilon \quad (9b)$$

式中： $D^e$  为弹性矩阵， $D^e = [K - (2/3)G]\delta_{ij}\delta_{kl} + G(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk})$ ， $K$  为体积弹性模量， $G$  为剪切模量。

模型弹性计算采用多孔介质非线性弹性，体积弹性模量和剪切模量分别为

$$K = \frac{1 + e_0}{\kappa} p, G = \frac{3(1 - 2\mu)}{2(1 + \mu)} K \quad (10)$$

式中： $\mu$  为泊松比。

#### 3.3 屈服判断

首先由  $\sigma^{trial}$  计算  $p^{trial}, S^{trial}$  及  $q^{trial}$ ，并使  $p^{trial} = p^{trial} + c \cot \varphi, p_{c,i} = p_{c,i} + c \cot \varphi, p_{nc,i} = p_{nc,i} + c \cot \varphi$ ，进而计算屈服函数：

$$f = \frac{(q^{trial})^2}{M^2} + p^{trial}(p^{trial} - p_c) \quad (11)$$

若  $f$  大于某个容许误差值  $ERR$ ，则进行塑性修正，否则为弹性过程，进行下文 3.6 步的计算。本文设定  $ERR = 1 \times 10^{-5}$ 。 $p_{nc,i}$  与  $p_{c,i}$  分别为第  $i+1$  增量步开始时刻的正常固结屈服面大小和下加载面(当前应力状态面)大小。

#### 3.4 塑性修正

由于塑性修正的核心方法是 Newton-Raphson 法求解非线性方程组，故需据所涉及的未知量构造相应非线性方程组。 $p-q$  空间表达的上下加载面模型中未知量为  $p, q, p_{nc}, d\lambda, R, R^*$ ，本应构造包含以上 6 个未知变量的 6 个方程进行迭代。但本文在程序编写过程发现将  $R, R^*$  与  $p, q, d\lambda, p_{nc}$  同时组成方程组进行迭代，迭代效率较低，由于迭代步间应变增量、应力增量一般较小，故假定  $p, q, d\lambda, p_{nc}$  的迭代过程中每个迭代步间  $R, R^*$  保持不变，将  $p, q, d\lambda, p_{nc}$  计算完成之后再行  $R, R^*$  的更新，实际计算表明如此处理是正确、可靠的。具体迭代步骤如下：

(1) 初始设  $k = 0, d\lambda^0 = 0$ ，计算误差函数  $R =$

{R<sub>1</sub>, R<sub>2</sub>, R<sub>3</sub>, R<sub>4</sub>} , 且有

$$R_1(p, d\lambda, p_{nc}) = p - p^{trial} + Kd\lambda \frac{\partial g}{\partial p} \quad (12)$$

$$R_2(q, d\lambda) = q - q^{trial} + 3Gd\lambda \frac{\partial g}{\partial q} \quad (13)$$

$$R_3(p, q, d\lambda, p_{nc}) = f = \frac{q^2}{M^2} + p(p - p_c) \quad (14)$$

$$R_4(p, d\lambda, p_{nc}) = p_{nc0} + \chi p_{nc0} d\lambda \frac{\partial g}{\partial p} - p_{nc} \quad (15)$$

其中,

$$\frac{\partial f}{\partial p} = 2p - p_c, \quad \frac{\partial f}{\partial q} = \frac{2q}{M^2}$$

$$p_c = \frac{R}{R^*} (p_{nc} - c \cot \varphi) + c \cot \varphi$$

(2) 判断 ||R|| 的值; 若 ||R|| > ERR, 则继续步骤(2)~(4)的循环, 否则跳出迭代至步骤(5);

(3) 方程组的迭代计算:

$$J = \frac{\partial(R_1 \ R_2 \ R_3 \ R_4)}{\partial(p \ q \ d\lambda \ p_{nc})} \quad (16)$$

$$X^{k+1} = X^k - J^{-1}R^k, \quad X = \{p, q, d\lambda, p_{nc}\} \quad (17)$$

(4) k+1 k, 返回步骤(2)继续;

(5) 状态参数及 p<sub>c</sub> 的更新:

由 p<sub>i+1</sub> = p - c cot φ, p<sub>nc, i+1</sub> = p<sub>nc</sub> - c cot φ 计算第 i+1 增量步结束时刻的 p 与 p<sub>nc, i+1</sub>, 可得 p<sub>c</sub> = (R/R\*)p<sub>nc</sub>, 其中 R = R<sup>n</sup> + dR, R\* = R<sup>n\*</sup> + dR\*;

(6) 由 p, q, 据 R. I. Borja 和 S. R. Lee<sup>[16]</sup>方法, 联合 n = s<sub>ij</sub><sup>trial</sup> / ||s<sub>ij</sub><sup>trial</sup>||, 不难得各应力分量求解 s<sub>ij</sub>, σ<sub>ij</sub>, 塑性应变增量 dε<sub>ij</sub><sup>p</sup> 及塑性应变 ε<sub>ij</sub><sup>p</sup>。

### 3.5 提供一致切线刚度矩阵

为了程序迭代求解该增量步内的整体方程组, 在完成每个积分点的应力-应变状态计算后, 还需提供与材料的弹塑性本构关系及其积分算法密切相关的一致性切线刚度矩阵<sup>[15]</sup>, 即

$$D^{ep} = D^e - \frac{D^e \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T D^e}{A + \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T D^e \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right\}} \quad (18)$$

式中: A 为硬化模量, A = χpp<sub>c</sub>(2p - p<sub>c</sub>)。

### 3.6 变量更新与存储

由下式进行应变、孔隙比等的更新, 并进行状态变量 STATEV(1 : nstatv) 的存储:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{(n+1)} &= \varepsilon_{(n)} + d\varepsilon, \quad \varepsilon_{(n+1)}^p = \varepsilon_{(n)}^p + d\varepsilon_{(n+1)}^p \\ \varepsilon_{(n+1)}^e &= \varepsilon_{(n)}^{trial} - d\varepsilon_{(n+1)}^p, \quad de = (1 + e_{(n)})d\varepsilon_{v(n+1)} \\ e_{(n+1)} &= e_{(n)} + de \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

## 4 程序验证

为了验证本文算法及所编程序的精度和可靠性, 特采用一阶八节点的三维实体孔压单元(C3D8P)进行不同工况与加载方式下的数值模拟。材料参数为试验所测 Boom Clay 原状样参数(见表 1)。

表 1 Boom Clay 原状样参数  
Table 1 Parameters of Boom Clay samples

工况	初试孔隙比 e <sub>0</sub>	压缩指数 λ	回弹指数 κ	泊松比 μ	黏聚力 c/kPa	内摩擦角 φ/(°)	前期固结压 p <sub>c</sub> /MPa	渗透系数 k/(m·s <sup>-1</sup> )	初始静水压力 p <sub>0</sub> /kPa
正常固结	0.67	0.078	0.010	0.3	646.45	18	5.5	10 <sup>-12</sup>	5.5
超固结	0.67	0.078	0.010	0.3	646.45	18	5.5	10 <sup>-12</sup>	1.1

不考虑不同超固结状态下初始孔隙 e<sub>0</sub> 的不同, 均取为 0.67。同时, 为了便于与软件自带模型计算结果比较, 本节模拟均不考虑黏聚力。

### 4.1 重塑土静加载模拟

不考虑结构性的重塑土体, 在正常固结和超固结状态下, 分别保持侧向围压不变, 通过位移加载的方式施加竖向位移 15.2 mm(ε<sub>a</sub> = 20%)进行不排水和排水 2 种方式三轴剪切模拟。参数 m = 6.0, A<sub>d</sub> = 0.95。有效应力路径和偏应力和轴向应变模拟结果分别如图 4, 5 所示。

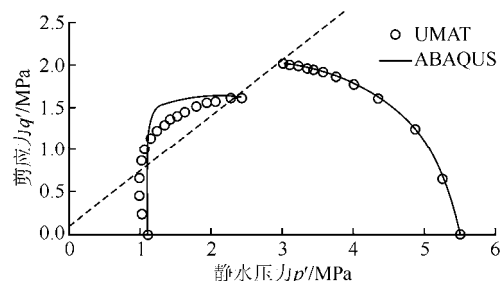
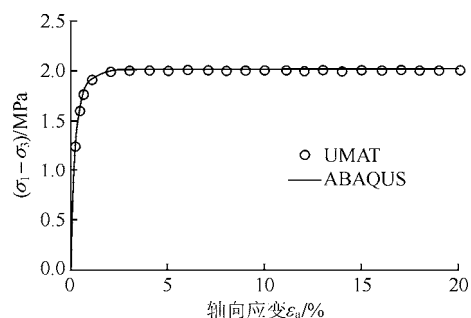


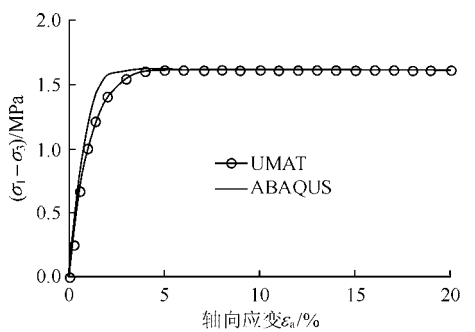
图 4 有效应力路径图

Fig.4 Effective stress path diagram

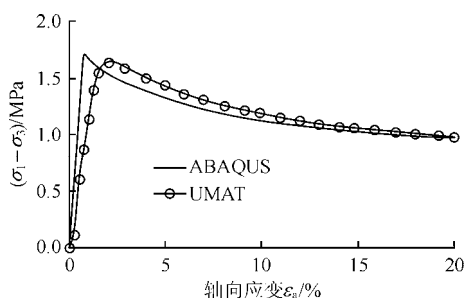
由图 4, 5 可见, 所编子程序与软件自带模型计算结果有很好的-致性, 证明本文所用算法及所编程序是正确的。同时综合图 4, 5 可见, 传统修正



(a) 正常固结土不排水剪切



(b) 超固结土不排水剪切



(c) 超固结土排水剪切

图 5 偏应力和轴向应变模拟结果

Fig.5 Simulation results of deviatoric stress and axial strain

剑桥模型对超固结态土体的模拟结果是突变的，而上下加载面模型能够很好地模拟超固结态土体连续平滑地由弹性到塑性光滑转变的弹塑性应力-应变关系。

### 4.2 原状土不排水静加载模拟

自然堆积状态的原状土体，与重塑/扰动状态土体的最大区别就是相同孔隙比下，由于其具有结构性而可以承受比重塑土大的荷载，随着加载过程和变形的发展而软化。这里对表 1 中的正常固结土样取 3 个不同的初始结构状态  $R^* = 0.2, 0.4$  及  $0.6$ ，结构性衰退参数  $a$  均取 4.0 进行模拟，结果如图 6 所示。

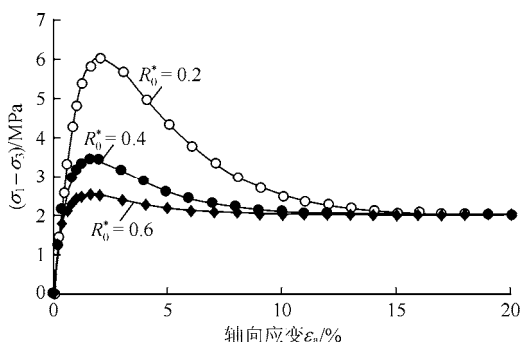


图 6 结构性土偏应力与轴向应变关系曲线

Fig.6 Relation curves between deviatoric stress and axial strain of structured soil

由图 6 可见，原状土体由于结构性的存在而在加载过程中存在软化现象；结构性状态参数  $R^*$  越小结构性越强，其峰值强度越高；在临近临界状态时

结构性丧失殆尽，各应力差趋于相同值，即残余强度趋于重塑正常固结态土体强度。

### 4.3 重塑土不排水循环加卸载模拟

工程实践中不论完全扰动还是原状土体，其一旦卸载后就处于超固结状态，超固结状态土体的再加载过程中，具有塑性变形且在加、卸载循环过程中不断累积，为了模拟土体的此类性质，同时为了考察所编程序在力加载方式下的稳定性和计算精度，取表 1 正常固结土体各参数，保持围压不变，进行轴向应力差  $\sigma_1 - \sigma_3$  由 0 1.0 MPa 0 的 2 个回合的循环加、卸载模拟，加、卸载方式如图 7 所示，循环加载条件下应力差与轴向应变关系曲线如图 8 所示。

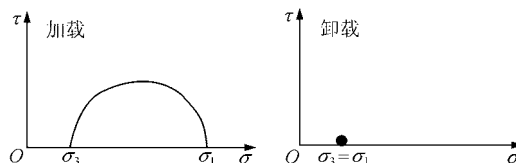


图 7 单向循环三轴加、卸载形式

Fig.7 One-way cyclic triaxial loading configuration

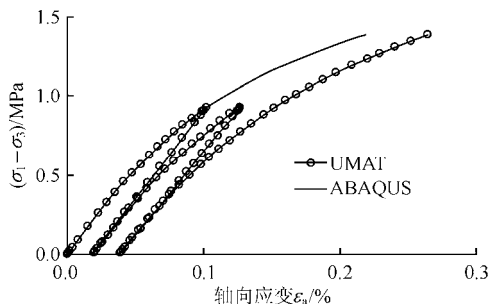


图 8 循环加载条件下应力差与轴向应变关系曲线

Fig.8 Relation curves between deviatoric stress and axial strain under condition of circulative loading

由图 8 可见，传统修正剑桥模型在循环加、卸载过程应力-应变曲线在一条线上重复往复，没有累积变形；上下加、载面模拟却能在加卸载过程模拟出累积塑性变形，克服了修正剑桥模型中假定初始屈服面内为弹性变形的缺点，符合实际。同时可见所编程序计算结果在第一个加、卸载回合中与修正剑桥模型预测结果基本重合，充分显示了程序的准确性和算法的可靠性。该模型虽然能够反映超固结土体在加载过程的累积变形特性，但循环加载过程中的应力-应变关系是开口的滞回曲线，这与实际和试验所得的应力-应变滞回环结果有所差距，这点仍需进一步的改进。

## 5 试验模拟

应用本文的模型对取于比利时 HADES 地下实验室的 Boom Clay 原状样的固结不排水三轴剪切试验

进行模拟。Boom Clay 原状样的物理力学参数如表 1 所示，需要补充的参数是原状样前期固结应力  $p_{sc}$  取为 6.0 MPa<sup>[17-18]</sup>；试验及模拟过程详见袁克阔等<sup>[13, 19]</sup>的研究成果。围压为 4.7 MPa 条件下的模拟结果与试验所测结果比较如图 9 所示。

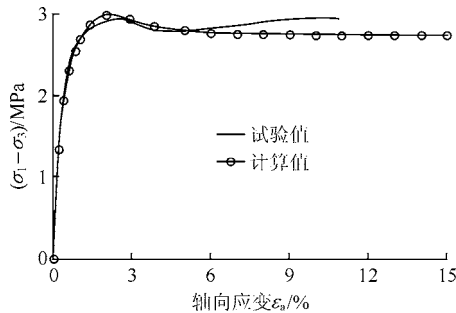


图 9 Boom Clay 原状样偏应力 - 轴向应变关系

Fig.9 Relation between deviatoric stress and axial strain of Boom Clay sample

由图 9 可见，Boom Clay 原状样的非线性、塑性流动特性及软化特性得以充分刻画；同时由图 5(a) 与图 9 比较可知，不考虑黏聚力的修正剑桥模型计算所得 Boom Clay 原状样的强度明显偏低，考虑材料黏聚力指标的改进模型更好地反映其强度特征。证实了应用剑桥模型进行饱和 Boom Clay 原状样力学特性研究时考虑黏聚力的合理性和正确性。

## 6 结 论

本文首先完善了上下加载面中超固结  $R$  和结构性状态参数  $R^*$  的定义表达，详细给出了考虑黏聚力的上下加载面修正剑桥模型普适性的推导过程；之后通过半隐式回映算法，进行了模型的数值实现。

通过不同工况、不同加载方式(位移加载与力加载)的模拟，显示了该本构模型对超固结和原状结构性土体的力学特性优异的模拟能力，模拟结果有效证实了所编程序的正确性和可靠性；并通过模拟 Boom Clay 原状样三轴固结不排水剪切试验证明了所改进模型能很好地反映 Boom Clay 原状样复杂的力学特性，完成了将该本构模型应用于工程实际的关键一步。

### 参考文献(References)：

[1] 姚仰平, 侯伟. 土的基本力学特性及其弹性描述[J]. 岩土力学, 2009, 30(10) : 2 881 - 2 901.(YAO Yangping, HOU Wei. Basic mechanical behavior of soils and their elastoplastic modeling[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(10) : 2 881 - 2 901.(in Chinese))  
 [2] 张锋. 计算土力学[M]. 北京: 人民交通出版社, 2007 : 31.(ZHANG Feng. Computational soil mechanics[M]. Beijing: China Communications Press, 2007 : 31.(in Chinese))  
 [3] HASHIGUCHI K. Plastic constitutive equations of granular materials[C]//

Proceedings of US-Japan Seminar Continuum Mechanics and Statistical Approaches in the Mechanics of Granular Materials. Sendai : JSSMFE, 1978 : 321 - 329.  
 [4] HASHIGUCHI K. Constitutive equations of elastoplastic materials with elastoplastic transition[J]. Journal of Applied Mechanics, 1980, 47(2) : 266 - 272.  
 [5] HASHIGUCHI K. Subloading surface model in unconventional plasticity[J]. International Journal of Solids and Structures, 1989, 25(8) : 917 - 945.  
 [6] NAKAI T, HINOKIO M. A simple elastoplastic model for normally and over consolidated soils with unified material parameters[J]. Soils and Foundations, 2004, 44(2) : 53 - 70.  
 [7] 孔亮, 花丽坤, 王燕昌. 次加载面理论及其在土体循环塑性模型中的应用[J]. 宁夏大学学报: 自然科学版, 2003, 24(1) : 50 - 56.(KONG Liang, HUA Likun, WANG Yanchang. The subloading surface theory and its application to the cyclic plastic model for soil[J]. Journal of Ningxia University : Natural Science, 2003, 24(1) : 50 - 56.(in Chinese))  
 [8] 孔亮, 郑颖人, 姚仰平. 基于广义塑性力学的土体次加载面循环塑性模型(I): 理论与模型[J]. 岩土力学, 2003, 24(2) : 141 - 145.(KONG Liang, ZHENG Yingren, YAO Yangping. Subloading surface cyclic plastic model for soil based on generalized plasticity(I) : theory and model[J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, 24(2) : 141 - 145.(in Chinese))  
 [9] 詹云刚, 袁凡凡, 栾茂田. 基于次加载面理论改进的 ALPHA 模型及其数值实施[J]. 岩土力学, 2010, 31(2) : 407 - 415.(ZHAN Yungang, YUAN Fanfan, LUAN Maotian. A modified ALPHA model based on subloading surface theory and its numerical implementation[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(2) : 407 - 415.(in Chinese))  
 [10] 黄雨, 周子舟. 下负荷面剑桥模型在 ABAQUS 中的开发实现[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(1) : 115 - 119.(HUANG Yu, ZHOU Zizhou. Numerical implementation for subloading Cam-Clay model in ABAQUS[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(1) : 115 - 119.(in Chinese))  
 [11] ASAOKA A, NAKANO M, NODA T, et al. Delayed compression/consolidation of naturally clay due to degradation of soil structure[J]. Soils and Foundations, 2000, 40(3) : 75 - 85.  
 [12] ASAOKA A, NAKANO M, NODA T. Superloading yield surface concept for highly structured soil behavior[J]. Soils and Foundations, 2000, 40(2) : 99 - 110.  
 [13] 袁克阔, 陈卫忠, 于洪丹, 等. 考虑拉压不等效应的修正剑桥模型及数值实施[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(8) : 1 574 - 1 579.(YUAN Kekuo, CHEN Weizhong, YU Hongdan, et al. Modified Cam-Clay model considering cohesion and S-D effect and its numerical implementation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(8) : 1 574 - 1 579.(in Chinese))  
 [14] ASAOKAA, NODA T, YAMADA E, et al. An elastoplastic description of two distinct volume change mechanisms of soils[J]. Soils and Foundations, 2002, 42(5) : 47 - 57.  
 [15] 康国政. 非弹性本构理论及其有限元实现[M]. 成都: 西南交通大学出版社, 2010 : 78 - 100.(KANG Guozheng. Inelastic constitutive theory and its finite element implementation[M]. Chengdu : Southwest Jiaotong University Press, 2010 : 78 - 100.(in Chinese))  
 [16] BORJARI I, LEE S R. Cam-Clay plasticity, part I : implicit integration of elastoplastic constitutive relations[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1990, 78(1) : 49 - 72.  
 [17] BERNIER F, VAN CAUTEREN L. Instrumentation programme near the face of an advancing tunnel in Boom Clay[C]// The Geotechnics of Hard Soils-Soft Rocks. Rotterdam : Balkema, 1998 : 953 - 959.  
 [18] FRANÇOIS B, LALOUIL L, LAURENT C. Thermo-hydro-mechanical simulation of ATLAS in situ large scale test in Boom Clay[J]. Computers and Geotechnics, 2009, 36(4) : 626 - 640.  
 [19] 于洪丹. Boom Clay 渗流 - 应力耦合长期力学特性研究[博士学位论文][D]. 武汉: 中国科学院武汉岩土力学研究所, 2010.(YU Hongdan. Study on long-term hydro-mechanical coupled behavior of Belgium Boom Clay[Ph. D. Thesis][D]. Wuhan : Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 2010.(in Chinese))