

文章编号: 1000-7598 (2013) 03-0737-07

低幅值高循环荷载作用下土体的应变累积模型

贾鹏飞^{1,2}, 孔令伟¹, 杨爱武¹

(1. 中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 武汉 430071;

2. 西北大学 地质学系 大陆动力学国家重点实验室, 西安 710069)

摘 要: 高速铁路路基上的轨道以及附近区域的结构物承受低幅值、高循环振动荷载的反复作用。在此低幅值、高循环荷载作用下土体会产生不可恢复的应变累积, 导致轨道及附近区域结构物发生附加沉降。当前, 描述土体的循环变形特征的理论分为两类: 一类是基于经典塑性理论的应力-应变滞回模型(例如边界面模型), 另一类是基于循环三轴试验经验规律的应变累积模型(例如 Bochum 累积模型)。为了能够预测土体在低幅值、高循环荷载作用下的应变累积行为, 在前人对土体在低幅值、高循环荷载作用下大量试验研究的基础上, 在经典弹塑性理论的框架下, 提出一个土体在低幅值、高循环荷载作用下的应变累积模型。该模型通过用对数律来描述塑性体应变的累积规律, 并以此作为应变累积的大小度量, 然后通过修正 Cam-clay 模型的流动准则来描述应变累积的发展方向。最后, 通过多组试验结果的模拟, 表明所提出的应变累积模型能够较好地预测土体在低幅值、高循环荷载作用下的应变累积行为, 具有广泛的应用前景。

关 键 词: 低幅值; 高循环; 应变累积; 累积模型

中图分类号: TU 435

文献标识码: A

Strain accumulation model of soils under low-amplitude high-cycle loading

JIA Peng-fei^{1,2}, KONG Ling-wei¹, YANG Ai-wu¹

(1. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China; 2. State Key Laboratory of Continental Dynamics, Department of Geology, Northwest University, Xi'an 710069, China)

Abstract: High-speed railway track and nearby structures are subjected to low-amplitude and high-cycle loading. Additional settlements of track and structures may be caused by irreversible strain accumulation of soils under the low-amplitude and high-cycle loading. At present, the theories described the deformation characteristics of soils have two kinds, stress-strain hysteretic model based on classical plastic theory, e.g. bounding surface model, and strain accumulation model based on empirical law obtained from the cyclic triaxial tests, e.g. Bochum accumulation model. Based on the existing test studies and classical elastoplastic theory, a strain accumulation model is proposed to predict strain accumulation behavior of soils subjected to low-amplitude and high-cycle loading. The model describes the accumulation law of plastic volume strain via a logarithmic law; and it can measure the strain accumulation. The direction of strain accumulation is determined using the flow rule of the modified Cam-clay model. Finally, with the simulation of test data, it is shown that the proposed model can predict strain accumulation behavior of soils subjected to low-amplitude and high-cycle loading. It has widely application prospect.

Key words: low-amplitude; high-cycle; strain accumulation; accumulation model

1 引 言

随着高速铁路、城际铁路等快速轨道交通在我国迅速发展, 列车在高速运行时铁路沿线周围土体产生的振动比低速时要大得多, 沿深度方向的变形也更大, 尤其当列车速度接近 Rayleigh 波在地基

中的传播速度时, 轨道和地基中会产生共振现象, 从而带来过大的振动^[1-2]。同时, 轨道和地基的振动通过波的形式在土体中传播到达铁路沿线居民区和生产厂区。除了给附近的居民带来不便和干扰外, 场地振动增加的动力冲击还会导致轨道结构以及附近结构物产生差异沉降和附加沉降, 可能会加速结

收稿日期: 2011-11-28

基金项目: 国家自然科学基金项目(No. 51179186); 中国科学院知识创新工程重要方向项目(No. kzcx2-yw-150); 湖北省自然科学基金创新群体项目(No. 2011CDA124)。

第一作者简介: 贾鹏飞, 男, 1981 年生, 博士, 讲师, 主要从事岩土体动力学理论及灾害防治方面的研究。E-mail: pengfeijia@nwu.edu.cn

构物强度和刚度的疲劳,甚至是破坏。沉降变形主要是由于土体在高速移动荷载作用下产生的不可恢复的应变累积所致,所谓“应变累积”是指塑性变形随振动次数增加而不断累积的行为,一次或少数几次这样的振动在土体中不会观察到塑性变形,随着振动次数的逐渐增加,在土体中会慢慢出现明显的塑性变形。应变累积会导致结构物发生差异沉降和附加沉降,这对于路基工后沉降有严格要求的高速铁路势必会带来不利影响。因此,如何通过建立模型来预测高速铁路路基区域土体的应变累积行为对于计算高速铁路路基的长期沉降具有重要的意义。

国内外学者大都将交通荷载作为循环荷载来研究^[3-4],而高速移动交通荷载具有低幅值、高循环的特征^[5-6]。所谓低幅值是指循环荷载部分相对施加在其上的平均荷载部分来说是少量(循环应力比 $\zeta=q^{\text{amp}}/p^{\text{av}}<0.5$,其中 q^{amp} 为循环荷载的偏应力幅值, p^{av} 为循环荷载的平均静水压力),单从循环荷载部分来看,完全可以用弹性模型来描述;高循环是指循环荷载长期作用(循环次数 $N>10^4$)。从室内试验研究和现场测试结果都发现,即使是在这样的低幅值循环荷载作用下,随着循环荷载次数的不断增加,在土体中也会产生较大的累积塑性变形^[5]。目前,用于预测循环加载条件下土体变形特性的模型大概有两类:一类是基于经典弹塑性理论的应力-应变滞回模型(例如边界面本构模型^[7-8]),另一类是基于试验研究的应变累积模型^[3,6,9-10]。边界面本构模型在描述低循环次数下典型弹塑性材料(例如金属)的变形特性方面具有足够的精度。而对于低幅值、高循环荷载作用下的土体变形,由于每次计算系统误差不可避免地累积,使得计算的最终结果变得不可信^[5],况且,通过计算每一次循环加、卸载下的塑性应变增量来得到高循环次数下的累积塑性应变的方法并不可取。近年来,发展可用于预测低幅值、高循环荷载作用下土体的累积塑性应变行为成为研究的热点^[6,9-11]。应变累积模型通过对试验规律进行总结,提出合理的规律描述,并在此基础上发展更一般的三维模型。这一点与 Yin-Graham^[12]弹黏塑性本构模型建立方法类似。本文基于这样的观点,使用累积塑性体应变作为应变累积大小的度量,并用对数律来描述塑性体应变的累积模式,通过修正 Cam-clay 模型^[13]的流动准则来描述应变累积的发展方向,并以此来建立适合描述土体在低幅值、高循环荷载作用下的应变累积模型。

2 应变累积模型的建立

一般情况下,应力和应变采用张量的标记和约

定。土体中的有效应力张量和相应的应变张量分别记为 σ'_{ij} 和 ϵ_{ij} ,压应力和压应变为正,拉应力和拉应变为负。为了方便起见,土力学中经常也使用有效球应力不变量 p' (或称为有效静水压力或平均应力)、球应变不变量 ϵ_p 以及偏应力不变量 q 、偏应变不变量 ϵ_q 。其定义如下:

$$p' = \sigma'_{ii}/3, \epsilon_p = \epsilon_{ii} \quad (1)$$

$$q = \sqrt{3S_{ij}S_{ji}}/2, \epsilon_q = \sqrt{2e_{ij}e_{ji}}/3 \quad (2)$$

式中: S_{ij} 为偏应力张量,其分量为 $S_{ij} = \sigma'_{ij} - p'\delta_{ij}$; δ_{ij} 为 Kronecker 符号; e_{ij} 为偏应变张量,其分量为 $e_{ij} = \epsilon_{ij} - \epsilon_p\delta_{ij}/3$ 。

2.1 应变分解

在低幅值循环荷载作用下,首先假设应变为小应变。这样,总的应变率 $\dot{\epsilon}_{ij}$ 可以分解弹性应变率 $\dot{\epsilon}_{ij}^e$ 和非弹性应变率 $\dot{\epsilon}_{ij}^i$ ^[14]:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^i = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^p + \dot{\epsilon}_{ij}^{\text{acc}} \quad (3)$$

非弹性应变率包括由单调荷载引起的率无关的塑性应变率 $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ 和率相关的累积应变率 $\dot{\epsilon}_{ij}^{\text{acc}}$ 。此处的“率”是相对循环荷载次数来说的,即 $\dot{\epsilon} = d\epsilon/dN$, N 为循环荷载次数,被看作光滑的连续变量(类时间变量)。为了简单起见,忽略由单调荷载引起的塑性应变率,非弹性应变率只考虑由循环荷载引起的累积应变率。此时,

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^{\text{acc}} \quad (4)$$

2.2 弹性行为

在循环荷载作用下,土体的弹性行为可以通过以下本构模型来描述:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^e = \frac{p'}{K}\delta_{ij} + \frac{1}{2G}\dot{S}_{ij} \quad (5)$$

式中: K 为体积模量; G 为剪切模量。体积模量 K 随着有效静水压力的增大而增大。剪切模量 G 通过体积模量 K 和泊松比 ν 可以表达为

$$G = \frac{3(1-2\nu)K}{2(1+\nu)} \quad (6)$$

式(5)也可以通过 p' - q 平面上弹性体应变 ϵ_p^e 和偏应变 ϵ_q^e 来描述如下:

$$\dot{\epsilon}_p^e = \frac{\dot{p}'}{K} \quad (7)$$

$$\dot{\epsilon}_q^e = \frac{\dot{q}}{3G} \quad (8)$$

2.3 应变累积行为

循环加载条件下土体的应变累积符合经典塑性理论的流动准则,即

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{acc} = \dot{\lambda} m_{ij} \quad (9)$$

式中： $\dot{\lambda} \geq 0$ ，为应变累积的大小度量；二阶张量 m_{ij} 为应变累积的方向度量，通过塑性势函数 g 来确定，即：

$$m_{ij} = \frac{\partial g}{\partial \sigma'_{ij}} \quad (10)$$

2.3.1 应变累积方向的确定

Chang^[15]、Wichtmann^[5]等通过循环荷载试验发现，对于低幅值循环荷载作用，土体的应变累积方向仅依赖于有效平均应力 σ'_{ij} 状态的变化，应力-应变滞回圈的大小、形状、极化以及幅值的变化、相对密度、加载频率、预压大小、土颗粒分布特征等因素对其都不会产生太大的影响。并且，应变累积的方向可以很好地用修正 Cam-clay 模型的流动准则来描述，如图 1 所示。

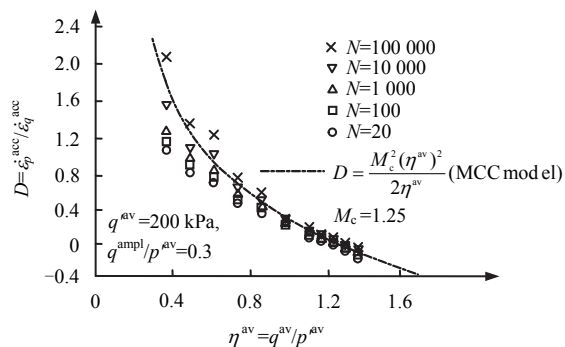


图 1 应变累积方向的试验结果与修正 Cam-clay 模型的流动准则比较^[5]

Fig.1 Comparison between experimental results and flow rule of modified Cam-clay (MCC) model at the direction of strain accumulation^[5]

本文在文献[5, 15]试验研究的基础上，采用修正 Cam-clay 模型的流动准则来描述低幅值高循环荷载作用下土体应变累积的方向。此时，修正 Cam-clay 模型的椭圆型塑性势函数为

$$g = p'^2 - p'p'_0 + \frac{q^2}{M^2} = 0 \quad (11)$$

式中： M 为临界状态线(CSL)在 p' - q 平面上的斜率，它控制塑性势函数在 p' - q 平面上的形状。当三轴压缩时， $M = M_c = 6 \sin \varphi / (3 - \sin \varphi)$ ；当三轴伸长时， $M = M_c = -6 \sin \varphi / (3 + \sin \varphi)$ ， φ 为有效内摩擦角。如果已知 p' - q 平面上的一个应力状态，从式 (11) 可以得到 p'_0 ，即

$$p'_0 = p' + \frac{q^2}{p'M^2} \quad (12)$$

根据塑性势函数式 (11) 可以得到土体在低幅值、高循环荷载作用下应变累积的方向如下：

$$m_{ij} = \frac{\partial g}{\partial \sigma'_{ij}} = \frac{\partial g}{\partial p'} \frac{\partial p'}{\partial \sigma'_{ij}} + \frac{\partial g}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial \sigma'_{ij}} \quad (13)$$

其中，

$$\frac{\partial g}{\partial p'} = 2p' - p'_0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial g}{\partial q} = \frac{2q}{M^2} \quad (15)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial \sigma'_{ij}} = \frac{1}{3} \delta_{ij} \quad (16)$$

$$\frac{\partial q}{\partial \sigma'_{ij}} = \frac{3}{2q} S_{ij} \quad (17)$$

将式 (12) 代入式 (14)，并将式 (14)~(17) 代入式 (13) 可得：

$$m_{ij} = \frac{1}{3} \left(p' - \frac{q^2}{p'M^2} \right) \delta_{ij} + \frac{3}{M^2} S_{ij} \quad (18)$$

在 p' - q 平面上，应变累积的球方向 m_p 和偏方向 m_q 分别为

$$m_p = \frac{\partial g}{\partial p'} = p' - \frac{q^2}{p'M^2} \quad (19)$$

$$m_q = \frac{\partial g}{\partial q} = \frac{2q}{M^2} \quad (20)$$

对于应力控制式的排水循环荷载试验，由修正 Cam-clay 模型描述的剪胀性方程如下：

$$D = \frac{\dot{\epsilon}_p^{acc}}{\dot{\epsilon}_q^{acc}} = \frac{m_p}{m_q} = \frac{M^2 - (\eta^{av})^2}{2\eta^{av}} \quad (21)$$

式中： $\eta^{av} = q^{av} / p^{av}$ ，表示平均应力率。

2.3.2 应变累积大小的确定

循环荷载作用下土体的应变累积主要是由于体积压缩以及摩擦剪切引起的塑性体应变和剪应变的不断累积。Suiker^[16]区分体积压缩和摩擦剪切两种不同的力学机制，并用双屈服面函数来分别描述塑性体应变和剪应变在循环荷载作用下不同的累积模式。Karg 等^[9]在建立颗粒土的长期弹塑性模型时也采取了同样的假设，不同的是，Karg 模型没有采取屈服函数的方法来确定塑性体应变和剪应变在循环荷载作用下的发展模式，而是直接采用现象学的方法，基于经验的压缩曲线函数来分别描述塑性剪应变和体应变的发展模式。本文采取与 Karg 模型相同的描述方法，基于经验的压缩曲线函数来描述塑性应变在循环荷载作用下的发展模式，不同的是，本文使用塑性体应变在循环荷载下的累积模式（基于

试验的经验函数)作为应变累积大小的度量,而累积塑性剪应变通过剪胀、剪缩方程来得到。目前已经发展出各种各样的累积模型大都采取幂函数形式的描述规律,根据 Sawicki^[17]以及 Wichtmann^[5]等的研究,对于体积压缩曲线,采用对数函数律来描述塑性体应变在循环荷载作用下的累积模式比较合理:

$$\varepsilon_p^{\text{acc}} = c_1 \ln(1 + c_2 N) \quad (22)$$

式中: c_1 、 c_2 为模型参数。对 N 求导数得到应变累积率:

$$\dot{\varepsilon}_p^{\text{acc}} = \frac{c_1 c_2}{1 + c_2 N} \quad (23)$$

式(23)的应变累积率是以类时间变量 N 为硬化参数形式的应变累积率。结合式(22)、(23)得到以塑性体应变为硬化参数形式的应变累积率为

$$\dot{\varepsilon}_p^{\text{acc}} = c_1 c_2 \exp\left(-\frac{1}{c_1} \varepsilon_p^{\text{acc}}\right) \quad (24)$$

令 $c_1 c_2 = \alpha$, $1/c_1 = \beta$, 式(24)以塑性体应变为硬化参数的应变累积率写为如下形式:

$$\dot{\varepsilon}_p^{\text{acc}} = \alpha \exp(-\beta \varepsilon_p^{\text{acc}}) \quad (25)$$

式中: α 、 β 为模型参数,其对平均应力水平(p^{av} , q^{av})的依赖关系将在 3.2 节详细讨论。

在 p' - q 平面上, 式(9)可以变为

$$\dot{\varepsilon}_p^{\text{acc}} = \dot{\lambda} m_p \quad (26)$$

$$\dot{\varepsilon}_q^{\text{acc}} = \dot{\lambda} m_q \quad (27)$$

结合式(25)、(26)以及(19)可得

$$\dot{\lambda} = \frac{\dot{\varepsilon}_p^{\text{acc}}}{m_p} = \alpha \exp(-\beta \varepsilon_p^{\text{acc}}) \frac{M^2}{p'(M^2 - \eta^2)} \quad (28)$$

结合式(4)、(5)、(9)、(10)、(18)、(28)则得到低幅值、高循环荷载下应变累积模型总的形式为

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{\dot{p}'}{K} \delta_{ij} + \frac{1}{2G} \dot{S}_{ij} + \alpha \exp(-\beta \varepsilon_p^{\text{acc}}) \cdot \left(\frac{1}{3} \delta_{ij} + \frac{S_{ij}}{p'(M^2 - \eta^2)} \right) \quad (29)$$

在 p' - q 平面上, 式(29)可以变为

$$\dot{\varepsilon}_p = \frac{1}{K} \dot{p}' + \alpha \exp(-\beta \varepsilon_p^{\text{acc}}) \quad (30)$$

$$\dot{\varepsilon}_q = \frac{1}{3G} \dot{q} + \alpha \exp(-\beta \varepsilon_p^{\text{acc}}) \frac{2\eta}{M^2 - \eta^2} \quad (31)$$

本模型中包括 4 个参数: 弹性参数 K 、 G 和体应变累积参数 α 、 β 。所有模型参数都可以通过循环三轴试验来确定。

3 模型验证

3.1 循环三轴试验

为了验证所提模型能够适合描述低幅值、高循环荷载作用下土体的应变累积行为, 本文进行了一系列应力控制式排水循环三轴试验。在试验中, 首先对土样进行各向等压固结, 固结围压为 σ_c , 固结完成后在轴向施加偏压到 σ_a , 此时平均静水压力为 $p^{\text{av}} = \sigma_c + \sigma_a/3$, 平均偏应力为 $q^{\text{av}} = \sigma_a$, 并记录试样在平均应力状态下的变形, 大约经过 1 h 的平均应力固结后在轴向施加循环荷载, 循环幅值为 σ_1^{ampl} , 此时循环静水压力为 $p^{\text{ampl}} = \sigma_1^{\text{ampl}}/3$, 循环偏应力为 $q^{\text{ampl}} = \sigma_1^{\text{ampl}}$, 在 p' - q 平面上的循环应力路径的斜率为常数, $q^{\text{ampl}}/p^{\text{ampl}}=3$, 如图 2 所示循环三轴试验中的应力状态, 记录试样在此循环三轴试验应力状态下的轴向应变 ε_1 和体应变 ε_p 。定义循环应力比 ζ 为

$$\zeta = q^{\text{ampl}}/p^{\text{av}} = \sigma_1^{\text{ampl}}/p^{\text{av}} \quad (32)$$

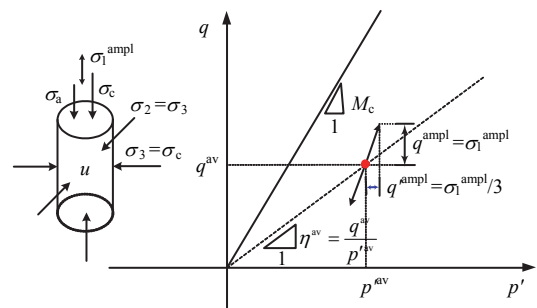


图 2 循环三轴试验中的应力状态
Fig.2 Stress state in a cyclic triaxial test

试验土样为取自湖北荆门的膨胀土, 基本物理参数试验结果见表 1, 从基本物理参数可得, 该土样的塑性指数 I_p 和液性指数 I_L 分别为: $I_p=21.2$, $I_L=0.0094\sim 0.066$ 。由 $I_p>17$ 可知, 该土属于黏土, 由 $0<I_L<0.5$ 可知, 该土呈硬塑状态。按照《铁路工程地质勘察规范》^[18], 该土的自由膨胀率、黏粒含量以及矿物组成均在膨胀潜势等级判断标准范围内, 属于弱膨胀土。

表 1 试验土样的基本物理参数
Table 1 Basic physical parameters of tested soils

天然含水率 $w/\%$	密度 $\rho/(\text{g}/\text{cm}^3)$	颗粒密度 $\rho_s/(\text{g}/\text{cm}^3)$	液限 $w_L/\%$	塑限 $w_p/\%$	塑性指数 $I_p/\%$	缩限 $w_s/\%$	体缩率 $e_v/\%$	收缩系数 C_s	自由膨胀率 $F_s/\%$
21.1~22.3	2.03	2.72	42.1	20.9	21.2	9.9	6.3	0.26	42

按照循环三轴试验方案，共进行了 6 组不同应力水平下的排水循环三轴试验，见表 2。循环三轴试验的试样为直径 $D=50\text{ mm}$ 、高度 $H=100\text{ mm}$ 的实心圆柱状土样，循环应力比 $\zeta=0.3$ ，加荷频率 $f=2\text{ Hz}$ ，最大循环荷载次数 $N_{\max}=100\ 000$ 。

表 2 不同平均应力水平下的循环三轴试验
Table 2 Cyclic triaxial tests in different average stress conditions

试验编号	平均静水压力 p^{av}/kPa	平均偏应力 q^{av}/kPa	平均应力比 η^{av}	循环应力比 ζ
1	50	30	0.600	0.3
2	100	25	0.250	0.3
3	100	100	1.000	0.3
4	150	150	1.000	0.3
5	200	75	0.375	0.3
6	200	150	0.750	0.3

3.2 应变累积模型参数 α 和 β 的确定及模型预测

对式 (25) 进行积分得循环三轴试验中的体应变累积律为

$$\varepsilon_p^{acc} = \frac{1}{\beta} \ln \left[\exp(\beta \varepsilon_{p0}^{acc}) + \alpha \beta N \right] \quad (33)$$

式中： ε_{p0}^{acc} 为循环加载前的塑性体应变，在循环三轴试验中假设为 0。此时，

$$\varepsilon_p^{acc} = \frac{1}{\beta} \ln(1 + \alpha \beta N) \quad (34)$$

通过循环三轴试验发现，在不同的平均应力水平下，体应变累积是不同的，如图 3 所示。

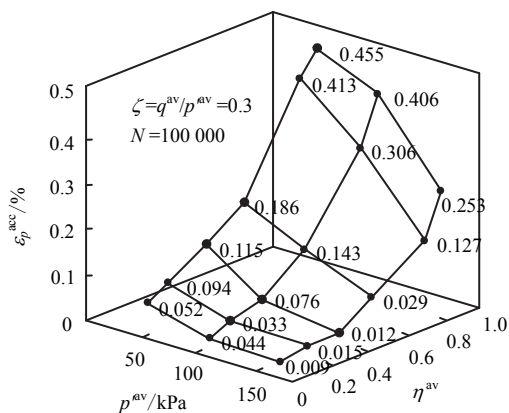


图 3 不同平均应力水平下体应变累积
Fig.3 Volumetric strain accumulation for different average stress conditions

为了考虑不同平均应力水平对体应变累积的影响，假设不同的平均应力水平 $p^{'av}$ 、 $\eta^{av} = q^{av} / p^{'av}$ 和

$p_0^{'av}$ 、 $\eta_0^{av} = q_0^{av} / p_0^{'av}$ 上体应变为常数。即

$$\varepsilon_p^{acc}(N, p^{'av}, \eta^{av}) = f_1(p^{'av}) f_2(\eta^{av}) \varepsilon_p^{acc}(N, p_0^{'av}, \eta_0^{av}) \quad (35)$$

式中： $(p_0^{'av}, \eta_0^{av})$ 为参考平均应力状态； $(p^{'av}, q^{av})$ 为当前平均应力状态； $f_1(p^{'av})$ 、 $f_2(\eta^{av})$ 为影响因子。

此时，体应变累积率为

$$\dot{\varepsilon}_p^{acc}(N, p^{'av}, \eta^{av}) = f_1(p^{'av}) f_2(\eta^{av}) \dot{\varepsilon}_p^{acc}(N, p_0^{'av}, \eta_0^{av}) \quad (36)$$

将式 (25) 代入式 (36) 得

$$\alpha(p^{'av}, \eta^{av}) \exp \left[-\beta(p^{'av}, \eta^{av}) \varepsilon_p^{acc}(N, p^{'av}, \eta^{av}) \right] = f_1(p^{'av}) f_2(\eta^{av}) \alpha(p_0^{'av}, \eta_0^{av}) \exp \left[-\beta(p_0^{'av}, \eta_0^{av}) \varepsilon_p^{acc}(N, p_0^{'av}, \eta_0^{av}) \right] \quad (37)$$

结合式 (35) 和式 (37) 可得

$$\alpha(p^{'av}, \eta^{av}) = \alpha_0 f_1(p^{'av}) f_2(\eta^{av}) \quad (38)$$

$$\beta(p^{'av}, \eta^{av}) = \frac{\beta_0}{f_1(p^{'av}) f_2(\eta^{av})} \quad (39)$$

式中： $\alpha_0 = \alpha(p_0^{'av}, \eta_0^{av})$ 、 $\beta_0 = \beta(p_0^{'av}, \eta_0^{av})$ 为拟合参数； $f_1(p^{'av})$ 、 $f_2(\eta^{av})$ 反映了平均应力状态对体应变累积的影响。本文在 Wichtmann^[5] 试验研究的基础上，提出如下公式来描述平均应力状态对体应变累积的影响：

$$f_1(p^{'av}) = \exp \left[-C_p \left(\frac{p^{'av}}{p_{ref}} - 1 \right) \right] \quad (40)$$

$$f_2(\eta^{av}) = \exp \left[C_\eta \left(\frac{\eta^{av}}{M} - 1 \right) \right] \quad (41)$$

式中： C_p 、 C_η 为拟合参数； p_{ref} 为参考静水压力。

将式 (38)~(41) 代入式 (34) 得

$$\varepsilon_p^{acc} = \beta_0 \exp \left[C_p \left(\frac{p^{'av}}{p_{ref}} - 1 \right) - C_\eta \left(\frac{\eta^{av}}{M} - 1 \right) \right] \ln(1 + \alpha_0 \beta_0 N) \quad (42)$$

通过对循环三轴试验中累积体应变用式 (42) 进行非线性拟合，得到 $\alpha_0 = 1.54 \times 10^{-4}$ ， $\beta_0 = 1\ 728$ ， $C_p = 0.55$ ， $C_\eta = 2.3$ ； $M = 1.32$ 则通过常规的三轴试验结果来确定；参考静水压力取标准大气压值，即 $p_{ref} = 100\text{ kPa}$ 。为了验证模型的有效性，本文分别对 4 组不同应力水平下偏应变累积的试验结果和模型预

测进行比较。图4显示试验结果和模型预测曲线基本吻合,这表明本文所提出的应变累积模型可以用来预测低幅值、高循环荷载作用下土体的应变累积行为。

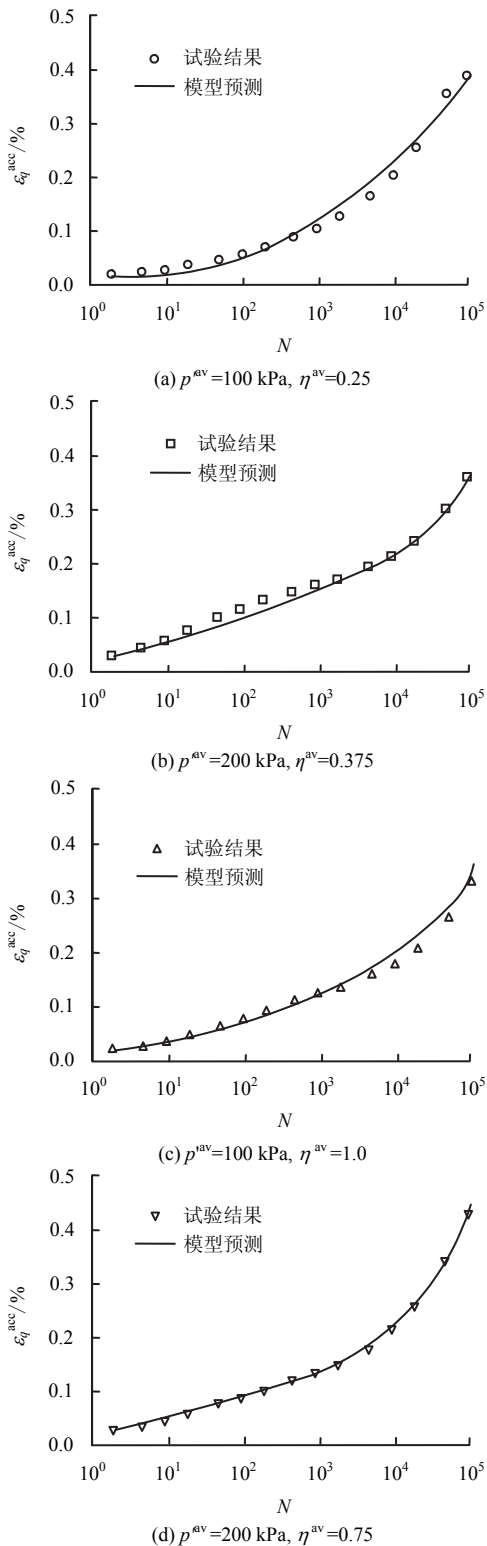


图4 土体在低幅值高循环荷载作用下应变累积行为为循环三轴试验结果与模型预测比较 ($\zeta = q^{av}/p^{av} = 0.3$)
Fig.4 Comparisons of test results with model predictions for strain accumulation behaviour of soils due to low-amplitude high-cycle loading ($\zeta = q^{av}/p^{av} = 0.3$)

4 结论

(1) 本文提出的应变累积模型没有像传统塑性理论那样通过屈服函数来确定塑性变形的大小,而是采用现象学的方法,基于经验的压缩曲线函数来描述塑性应变在循环荷载作用下的发展模式,将累积塑性应变 ε_p^{acc} 作为应变累积大小的度量,通过对数律 $\varepsilon_p^{acc} = c_1 \ln(1 + c_2 N)$ 来描述塑性体应变的累积过程。土体在低幅值循环荷载作用下的应变累积方向主要由其所受平均应力水平来决定,并且可以使用修正 Cam-clay 模型的流动准则来近似描述,因此,所提模型的累积塑性剪应变通过平均应力水平下修正 Cam-clay 模型的剪胀方程 $D = [M^2 - (\eta^{av})^2] / (2\eta^{av})$ 来计算。

(2) 提出的应变累积模型得到了饱和黏土(弱膨胀土)在应力控制下的排水循环三轴试验的验证,其中循环荷载的应力比 $\zeta = q^{ampl}/p^{av} = 0.3$,最大循环荷载次数 $N_{max} = 10^5$ 。

参考文献

- [1] AUERSCH L. The effect of critically moving loads on the vibrations of soft soils and isolated railway tracks[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, 310(3): 587—607.
- [2] AUERSCH L. Wave propagation in the elastic half-space due to an interior load and its application to ground vibration problems and buildings on pile foundations[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2010, 30(10): 925—936.
- [3] 黄茂松, 李进军, 李兴照. 饱和和软黏土的不排水循环累积变形特性[J]. *岩土工程学报*, 2006, 28(7): 891—895. HUANG Mao-song, LI Jin-jun, LI Xing-zhao. Cumulative deformation behaviour of soft clay in cyclic undrained tests[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2006, 28(7): 891—895.
- [4] CHAI J C, MIURA N. Traffic-load-induced permanent deformation of road on soft subsoil[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE*, 2002, 128(11): 907—916.
- [5] WICHTMANN T, NIEMUNIS A, TRIANTAFYLIDIS T. Strain accumulation in sand due to cyclic loading: Drained triaxial tests[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2005, 25(12): 967—979.
- [6] NIEMUNIS A, WICHTMANN T, TRIANTAFYLIDIS T. A high-cycle accumulation model for sand[J]. *Computers and Geotechnics*, 2005, 32(4): 245—263.

- Centrifuge modeling[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2003, 129(10): 869—878.
- [9] TAKAHASHI A, TAKEMURA J, KAWAGUCHIY, et al. Stability of piled pier subjected to lateral flow of soils during earthquake[C]//Centrifuge 98. Rotterdam: A. A. Balkema, 1998: 365—370.
- [10] 陶云辉. 地震条件下桩板结构受力分析[D]. 成都: 西南交通大学, 2008.
- [11] 魏宏. 玉蒙铁路路堤桩板墙振动台模型试验研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2010.
- [12] 蒋良滩, 姚令侃, 王建. 基于振动性态和破坏相似的边坡振动台模型实验相似律[J]. **交通科学与工程**, 2009, 25(2): 1—7.
- JIANG Liang-wei, YAO Ling-kan, WANG Jian. Similitude for shaking table model test on side slope relating to dynamic characteristics and strength[J]. **Journal of Transport Science and Engineering**, 2009, 25(2): 1—7.
- [13] 楼梦麟, 王文剑, 马恒春, 等. 土-桩-结构相互作用体系的振动台模型试验[J]. **同济大学学报**, 2001, 29(7): 763—768.
- LOU Meng-lin, WANG Wen-jian, MA Heng-chun, et al. Study of soil-pile-structure interaction system by shaking table model test[J]. **Journal of Tongji University**, 2001, 29(7): 763—768.

上接第 742 页

- [7] DAFALIAS Y F, HERRMANN L R. Bounding surface formulation of soil plasticity[J]. **Soil Mechanics Transient and Cyclic Loads**, 1982, 10: 253—282.
- [8] DAFALIAS Y F, HERRMANN L R. Bounding surface plasticity: Application to isotropic cohesive soils[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, 1986, 112(12): 1263—1981.
- [9] KARG C, FRANCOIS S, HAEGEMAN W, et al. Elasto-plastic long-term behavior of granular soils: Modelling and experimental validation[J]. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, 2010, 30(8): 635—646.
- [10] FRANCOIS S, KARG C, HAEGEMAN W, et al. A numerical model for foundation settlements due to deformation accumulation in granular soils under repeated small amplitude dynamic loading[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2010, 34(3): 273—296.
- [11] HU Ya-yuan. Long-term settlement of soft subsoil clay under rectangular or semi-sinusoidal repeated loading of low amplitude[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2010, 47(11): 1259—1270.
- [12] YIN J H, GRAHAM J. Elastic viscoplastic modelling of the time-dependent stress-strain behaviour of soils[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1999, 36(4): 736—745.
- [13] ROSCOE K H, BURLAND J B. On the generalized stress-strain behaviour of wet clay[C]//Engineering Plasticity. New York: [s. n.], 1968: 539—609.
- [14] LUBLINER J. Plasticity theory[M]. New York: Dover Publications Inc., 2008.
- [15] CHANG C S, WHITMAN R V. Drained permanent deformation of sand due to cyclic loading[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1988, 114(10): 1164—1180.
- [16] SUIKER A. The mechanical behaviour of ballasted railway tracks[D]. Delft: Delft University of Technology, 2002.
- [17] SAWICKI A, ŚWIDZIŃSKI W. Mechanics of a sandy subsoil subjected to cyclic loadings[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 1989, 13(5): 511—529.
- [18] 中华人民共和国铁道部. TB10012—2007 铁路工程地质勘察规范[S]. 北京: 中国铁道出版社, 2007.