

长江科学院院报

Journal of Yangtze River Scientific Research Institute

ISSN 1001-5485, CN 42-1171/TV

## 《长江科学院院报》网络首发论文

题目： 基于伯格模型的非饱和土蠕变模型构建  
作者： 郑俊，王世梅，周辉，王力，邹良超，侯会明  
收稿日期： 2018-01-25  
网络首发日期： 2018-05-21  
引用格式： 郑俊，王世梅，周辉，王力，邹良超，侯会明. 基于伯格模型的非饱和土蠕变模型构建. 长江科学院院报.  
<http://kns.cnki.net/kcms/detail/42.1171.TV.20180521.1024.008.html>



**网络首发：**在编辑部工作流程中，稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定，且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式（包括网络呈现版式）排版后的稿件，可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定；学术研究成果具有创新性、科学性和先进性，符合编辑部对刊文的录用要求，不存在学术不端行为及其他侵权行为；稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准，正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性，录用定稿一经发布，不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

**出版确认：**纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司签约，在《中国学术期刊（网络版）》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版，以单篇或整期出版形式，在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊（网络版）》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物（ISSN 2096-4188，CN 11-6037/Z），所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

# 基于伯格模型的非饱和土蠕变模型构建

郑俊<sup>1,2</sup>, 王世梅<sup>3</sup>, 周辉<sup>1,2</sup>, 王力<sup>3</sup>, 邹良超<sup>3</sup>, 侯会明<sup>1,2</sup>

(1. 中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 武汉 430071; 2. 中国科学院大学, 北京 100049;  
3. 三峡大学 三峡库区地质灾害教育部重点实验室, 湖北 宜昌 443002)

**摘要:** 滑坡变形发展一般都经历了一定的时间过程, 同时在降雨以及库水位变动下, 滑坡土体常处于非饱和状态, 因此构建考虑基质吸力的非饱和土蠕变模型具有重要的意义。以三峡库区某滑坡滑带土非饱和蠕变试验数据为基础, 并基于伯格模型和非饱和土力学原理及相关假设条件, 构建了适合该滑坡滑带土的非饱和蠕变模型。接着, 利用非线性回归算法对模型参数进行求解, 并通过该模型的预测值与试验值进行对比验证了模型的合理性。最后, 考虑模型参数与净围压之间的线性相关性, 对模型进一步修正并验证了修正后模型的有效性。构建的非饱和土蠕变模型能较好的反映该滑坡滑带土的非饱和蠕变特性, 其对预测该滑坡的长期变形具有重要的意义。

**关键词:** 滑坡; 非饱和土; 元件模型; 蠕变模型

**中图分类号:** TU43

**文献标志码:** A

## Structure of the Creep Model of Unsaturated Soil Base on Burger Model

ZHENG Jun<sup>1,2</sup>, WANG Shi-mei<sup>3</sup>, ZHOU Hui<sup>1,2</sup>, WANG Li<sup>3</sup>, ZOU Liang-chao<sup>3</sup>, HOU Hui-ming<sup>1,2</sup>

(1. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China. 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China. 3. Key Laboratory of Geological Hazards on Three Gorges Reservoir Area, Ministry of Education, China Three Gorges University, Yichang 443002, China)

**Abstract:** The development of landslide deformation usually goes through a certain period of time. At the same time, the landslide soil is often in a non-saturated state under the conditions of rainfall and changes of reservoir water level. Therefore, it is of great importance to construct creep model of unsaturated soil considering the matric suction. Based on Burge model, the mechanics of unsaturated soil, the related assumption, and the data of unsaturated creep test of a landslide in the Three Gorges Reservoir area, an unsaturated creep model suitable for the landslide is established. Then, the nonlinear regression algorithm is used to solve the model parameters, and the model's rationality is verified by comparing the predicted value with the experimental value. Finally, considering the linear correlation between model parameters and net confining pressure, the model is further amended and verified the validity of the modified model. The constructed unsaturated soil creep model can better reflect the unsaturated creep characteristics of landslide-zone soil, which is of great significance in predicting the long-term deformation of the landslide.

**Key words:** landslide; unsaturated soil; component model; creep mode

## 1 研究背景

滑坡是一种常见的地质灾害, 降雨、库水位变

动以及其耦合作用下会导致滑坡变形增加, 甚至诱发滑坡失稳破坏, 滑坡变形发展一般具有一定的时间过程<sup>[1-4]</sup>。如美国 Grand Coulee 水库在 1941 年蓄

**收稿日期:** 2018-01-25; **修回日期:** 2018-04-09

**基金项目:** 国家自然科学基金面上项目 (41372359)

**作者简介:** 郑俊 (1982-), 男, 湖北咸宁人, 讲师, 博士研究生, 主要从事岩土工程稳定性评价以及混凝土耐久性研究。E-mail: 154308390@qq.com。

**通信作者:** 王世梅 (1965-), 女, 湖北宜昌人, 教授, 博士, 主要从事岩土力学特性及试验、地质灾害机理及预测评价方面的研究工作。E-mail: wsm3044@163.com。

水后的 12 年内, 先后发生滑坡 500 起, 其中 49% 起发生在蓄水后 2 年内, 51% 发生在 2-12 年之间<sup>[5]</sup>, 据三峡库区滑坡的监测资料分析, 大多数滑坡的位移都为一时间序列, 均表现出明显的蠕变特征<sup>[2-4]</sup>。由此可知, 大多滑坡变形具有蠕滑性质, 即其变形破坏具有时间效应, 是关于时间的函数。降雨以及库水位变动对滑坡土体的影响较大, 导致其处于饱和-非饱和状态, 因此滑坡土体变形和稳定性与土体的饱和-非饱和状态有关联<sup>[6]</sup>。因此, 可以认为绝大多数滑坡的失稳过程实质为非饱和蠕变过程, 考虑基质吸力的非饱和土蠕变特性对于滑坡长期稳定性研究极其重要。

目前已有不少国内外专家学者进行了大量关于饱和土蠕变特性研究, 并在试验基础上结合一定的理论建立了相关的蠕变模型<sup>[7-11]</sup>。相对于饱和土, 非饱和土蠕变特性研究的成果较少。祝艳波等<sup>[12]</sup>为预测基质吸力对巴东组碎屑土夹层蠕变行为的影响, 开展其非饱和蠕变经验模型的研究。Priol 等<sup>[13]</sup>在三轴蠕变试验的基础上结合 Alonso 等<sup>[14]</sup>提出的非饱和土弹塑性模型建立了考虑基质吸力的非饱和土黏弹塑性模型。赖小玲等<sup>[15]</sup>在滑动带土非饱和蠕变试验基础上, 建立了各级吸力水平下滑动带土的 Mesri 蠕变模型。

蠕变模型大致可以分为三类<sup>[16]</sup>, 即经验-半经验模型、基于一般流变理论的元件模型和黏弹塑性模型。经验-半经验模型一般采用半对数或双对数坐标系下应变或应变率与时间的线性关系来表示<sup>[17-20]</sup>。基于一般流变理论的模型主要通过元件组合, 即从基本力学概念与理论出发, 运用数学力学分析方法, 用模型元件(牛顿粘性体 N、虎克弹性体 H、圣维南塑性体 S)的组合来模拟土体的蠕变特性<sup>[21-23]</sup>。通过这类模型或模型组合形成的复合流变模型可以不同程度地模拟岩土流变特性。黏弹塑性模型则是在经典塑性理论上发展起来的, 认为塑性势和蠕变势一致, 从而建立黏弹塑性模型<sup>[24-26]</sup>。本文主要结合蠕变试验数据特点, 采用基于一般流变理论的元件模型进行组合, 以构建合适的蠕变模型。

本文基于三峡库区某滑坡滑带土不同偏应力水平、不同基质吸力条件下的三轴蠕变试验结果<sup>[27-28]</sup>, 根据元件模型理论和非饱和土力学原理以及相关假设条件, 类比饱和蠕变模型的构建思想, 构建非饱和状态下的扩展伯格蠕变模型, 并根据蠕变数据中应力-应变关系呈现非线性特征, 借鉴双曲线函数对构建的非饱和状态下的扩展伯格蠕变模型进行改进, 并利用试验数据对模型进行验证, 最后对模型进一步修正和并对修正后模型进行验证。

## 2 非饱和蠕变模型构建

本文采用扩展的伯格蠕变模型是在伯格模型的基础上再串联一个 Kelvin 体, 也称为 M-2K 模型, 其本构方程为<sup>[29]</sup>:

$$p_1\sigma + p_2\dot{\sigma} + p_3\ddot{\sigma} + p_4\ddot{\sigma} = q_1\dot{\varepsilon} + q_2\ddot{\varepsilon} + q_3\ddot{\varepsilon} \quad (1)$$

式中:  $p_1 = E_{11}E_{12}$ ,  $q_1 = E_{11}E_{12}\beta_1$ ,  
 $p_2 = \beta_1E_{11} + \beta_3E_{11} + \beta_1E_{12} + \beta_2E_{12} + \frac{E_{11}E_{12}}{E_H}$ ,  
 $q_2 = E_{11}\beta_1\beta_3 + E_{12}\beta_1\beta_2$ ,  
 $p_3 = \beta_1\beta_2 + \beta_1\beta_3 + \beta_2\beta_3 + \frac{\beta_1\beta_3E_{11}}{E_H} + \frac{\beta_1\beta_2E_{12}}{E_H}$ ,  
 $q_3 = \beta_1\beta_2\beta_3$ ,  $p_4 = \frac{\beta_1\beta_2\beta_3}{E_H}$ 。式中:  $E_H$ ,  $E_{11}$ ,  $E_{12}$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  分别为模型中弹性元件和粘滞元件的弹性模量和粘滞系数。对公式(1)按应变求解, 可得到该模型的蠕变方程<sup>[29]</sup>:

$$\varepsilon(t) = \sigma \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{E_H} + \frac{t}{\beta_1} + \frac{1}{E_{11}}(1 - e^{-E_{11}t/\beta_2}) \\ + \frac{1}{E_{12}}(1 - e^{-E_{12}t/\beta_3}) \end{array} \right] \quad (2)$$

元件理论中的元件都是一维的, 为了实际工程应用, 可采用类似于弹性理论中将一维 Hooke 定理推广到三维的方法, 将元件模型推广到三维, 因此做如下假定<sup>[30]</sup>:

(1) 材料的体积变形在受力瞬时完成, 且体积变形为弹性, 不随时间发生变化;

(2) 只有偏应力张量引起蠕变, 球应力张量作用下的材料不发生蠕变;

(3) 蠕变过程中, 泊松比不随时间发生变化。

在常规三轴蠕变试验中, 根据其受力状态, 轴向应力为  $\sigma_1$ , 围压  $\sigma_2 = \sigma_3$ , 扩展的伯格蠕变模型的三维形式如下<sup>[30]</sup>:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2\sigma_{11} + \sigma_1}{9K} + \frac{\sigma_1}{3G_H} + \frac{\sigma_1}{3\eta_1}t + \frac{\sigma_1}{3G_{11}}(1 - e^{G_{11}t/\eta_2}) + \frac{\sigma_1}{3G_{12}}(1 - e^{G_{12}t/\eta_3}) \quad (3)$$

式中  $\sigma_1 = \sigma_1 - \sigma_3$ ,  $2\sigma_{11} = \sigma_1 + 2\sigma_3$ , 体积模量

$K = \frac{2(1+\mu)}{3(1-2\mu)}G_H$ ,  $\mu$  为泊松比,  $G_H$ 、 $G_{11}$ 、 $G_{12}$  为

剪切模量,  $\eta_1$ 、 $\eta_2$ 、 $\eta_3$  为粘滞系数。

一点的应力状态  $S_{ij}$  可分解为偏应力张量  $S_{ij}''$  和

球应力张量  $S_{ij}'$  的和, 如下式所示<sup>[31]</sup>:

$$\left. \begin{aligned} S_{ij} &= S_{ij}' + S_{ij}'' \\ S_{ij}' &= \sigma_m \delta_{ij} = \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} (k=1,2,3) \\ S_{ij}'' &= S_{ij} - \sigma_m \delta_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

同时, 在剪切应力状态下, 其应力状态可采用三个主应力  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  来表示如下:

$$\left. \begin{aligned} S_{ij} &= S_{ij}' + S_{ij}'' = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \\ S_{ij}' &= \sigma_m \delta_{ij} = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \\ S_{ij}'' &= S_{ij} - \sigma_m \delta_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_1 - \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 - \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 - \sigma_m \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Fredlund D.G 等<sup>[32]</sup>学者认为孔隙气压张量  $u_a$  应该被添加用于描述非饱和土中一点的应力状态, 即双应力变量: 基质吸力张量和净应力张量。

其中基质吸力张量表示如下:

$$s = u_a - u_w \quad (6)$$

式中:  $s$  为基质吸力,  $u_a$  为孔隙气压力,  $u_w$  为孔隙水压力。

净应力张量表示如下:

$$\left. \begin{aligned} S_{ij} &= S_{ij}' + S_{ij}'' = \begin{bmatrix} \sigma_1 - u_a & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 - u_a & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 - u_a \end{bmatrix} \\ S_{ij}' &= \sigma_m \delta_{ij} = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) - u_a \\ S_{ij}'' &= S_{ij} - \sigma_m \delta_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_1 - \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 - \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 - \sigma_m \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

根据上述公式(7), 公式(3)可改写为以下形式:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij} &= \frac{S_{ij}''}{3K} + \frac{S_{ij}'}{3G_H} + \frac{S_{ij}'}{3\eta_1} + \frac{S_{ij}'}{3G_{I1}} (1 - e^{-G_{I1}t/\eta_2}) \\ &+ \frac{S_{ij}'}{3G_{I2}} (1 - e^{-G_{I2}t/\eta_3}) \end{aligned} \quad (8)$$

公式(8)即为非饱和状态下的扩展伯格蠕变模型, 其中参数意义同前。

### 3 模型的改进

由于伯格蠕变模型为线弹粘性模型, 其应力-应变关系为线性, 但是从蠕变实验数据可以看出, 其应力-应变关系表现出明显非线性特征, 因此为了将上述模型进一步拓展为非线性弹粘性模型, 可借鉴经验蠕变模型中用来描述应力-应变关系的双曲线函数对上述模型进行改进。

双曲线型应力-应变方程最早由 Kondner(1963)提出, 用来模拟土体在常速率轴向变形条件下的应力-应变特性, 该等轴双曲线可以写为<sup>[33]</sup>

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon}{a + b\varepsilon} \quad (9)$$

由公式(9)可以得出初始切线模量  $E_u$  为:

$$E_u = \left. \frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} = \frac{1}{a} \quad (10)$$

其最终主应力差  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$  为

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult} = \lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \frac{\varepsilon}{a + b\varepsilon} = \frac{1}{b} \quad (11)$$

可以看出, 当应变为无穷大时, 双曲线型应力-应变曲线才能达到最大主应力差  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ , 然而,

试验过程中土体实际破坏剪应力  $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$  往往在

有限应变  $\varepsilon_f$  状态下即可达到。为了使双曲线通过试

验中的破坏点  $[\varepsilon_f, (\sigma_1 - \sigma_3)_f]$ , 特引入破坏比  $R_f$  <sup>[33]</sup>

$$R_f = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{1/b} \quad (12)$$

将式(10)~(12)代入式(9)得到

$$\varepsilon = \frac{2}{E_u / S_u} \cdot \frac{\bar{D}}{1 - R_f \bar{D}} \quad (13)$$

其中,  $S_u = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3)_f$  为土体不排水抗剪强度,

$\bar{D} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}$ ,  $\bar{D}$  是归一化的剪切应力, 其中

$(\sigma_1 - \sigma_3)_f$  可用剪切破坏强度代替, 可根据剪切实验

获得,若采用摩尔库伦抗剪强度准则可表示为:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = \frac{2}{1 - \sin \varphi} (c \cos \varphi + \sigma_3 \sin \varphi) \quad (14)$$

式中:  $c$  为粘聚力,  $\varphi$  为内摩擦角。

在非饱和土中,基于 Fredlund<sup>[32]</sup>等学者提出的非饱和抗剪强度理论,其抗剪强度净应力和吸力  $u_a - u_w$  作为应力变量可表示为:

$$\tau_f = c' + (\sigma - u_a) \tan \varphi' + (u_a - u_w) \tan \varphi^b \quad (15)$$

式中  $\varphi^b$  为随吸力  $u_a - u_w$  变量变化的摩擦角。

将上述双曲线型应力-应变关系(公式(13))引入非饱和扩展伯格蠕变模型(公式(8))中,则改进的模型形式如下:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{ij} &= \frac{S_{ij}''}{3K} + \frac{2}{E_u / S_u} \cdot \frac{\bar{D}}{1 - R_f \bar{D}} \left[ \frac{1}{3G_H} + \frac{1}{3\eta_1} t + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{3G_{I1}} (1 - e^{G_{I1}t/\eta_2}) + \frac{1}{3G_{I2}} (1 - e^{G_{I2}t/\eta_3}) \right] \\ \bar{D} &= \frac{S_{ij}'}{\tau_f} \\ \tau_f &= c' + (\sigma - u_a) \tan \varphi' + (u_a - u_w) \tan \varphi^b \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

## 4 模型参数求解及验证

### 4.1 参数求解

由于应力-应变函数关系式(13)中的参数都有具体的物理意义,其参数在式(16)中单独求取。具体步骤如下<sup>[34]</sup>:

对公式(13)进行如下变换:

$$\varepsilon [1 - (R_f) \bar{D}] = \frac{2}{(E_u / S_u)} \bar{D} \quad (17)$$

$$\varepsilon = \frac{2}{(E_u / S_u)} \bar{D} + (R_f) \varepsilon \bar{D} \quad (18)$$

$$\frac{\varepsilon}{\bar{D}} = \left( \frac{2}{E_u / S_u} \right) + (R_f) \varepsilon \quad (19)$$

根据公式(19)可以看出  $\varepsilon / \bar{D}$  与  $\varepsilon$  呈线性关系,

则  $2 / (E_u / S_u)$  和  $R_f$  的值可以由  $\frac{\varepsilon}{\bar{D}} - \varepsilon$  关系曲线获得,其中  $R_f$  为斜率,  $2 / (E_u / S_u)$  为截距。

由于扩展的伯格蠕变模型中含有负指数项,其参数一般需要采用非线性最小二乘法进行回归求得,而在利用非线性最小二乘法进行回归时,由于回归结果存在不确定性,且本文中所建模型的参数都具有较明确的物理含义,因此可根据其物理意义

及蠕变曲线特征先求一组接近实际值的初值,然后利用非线性回归算法进行回归求得模型参数,以避免回归过程中参数的跳跃。扩展的伯格蠕变模型参数初值的求解方法如下:

$$\text{令 } a = \frac{2}{E_u / S_u} \cdot \frac{\bar{D}}{1 - R_f \bar{D}}, \text{ 其值已从应力应变双曲}$$

线函数参数的求解方法中求得,这里作为常数来处理。

$$\text{再令 } A = \frac{S_{ij}''}{3K} + a \cdot \frac{1}{3G_H}, \quad B = 1/3\eta_1, \quad C = 1/3G_{I1},$$

$$D = G_{I1} / \eta_2, \quad E = 1/3G_{I2}, \quad F = G_{I2} / \eta_3,$$

则改进的模型蠕变方程(16)可以进一步改写为:

$$\varepsilon_{ij} = A + a[Bt + C(1 - e^{-Dt}) + E(1 - e^{-Ft})] \quad (20)$$

令  $t=0$ , 公式(20)右端等于  $A$ , 即可以根据瞬时变形来确定  $A$ , 当时间足够长时,式(20)右端后两项  $a[C(1 - e^{-Dt}) + E(1 - e^{-Ft})]$  趋于常数  $a(C+E)$ , 则公式(20)可看作直线方程,直线斜率即为  $aB$ 。选定初值时可近似假定  $C=E$ 、 $D=F$ , 即可把公式(20)右端后两项  $a[C(1 - e^{-Dt}) + E(1 - e^{-Ft})]$  看作  $2aC(1 - e^{-Dt})$ , 在减速蠕变阶段,公式(20)可简化为

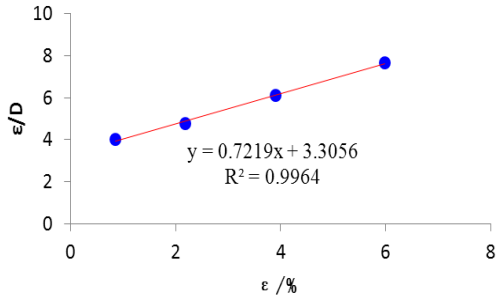
$$\varepsilon_{ij} = A + 2aC(1 - e^{-Dt}) \quad (21)$$

将上式中常数移至等式左边,再等式两边取对数,即:  $\ln(\varepsilon_{ij} - A - 2aC) = \ln(-2aC) - Dt$ 。

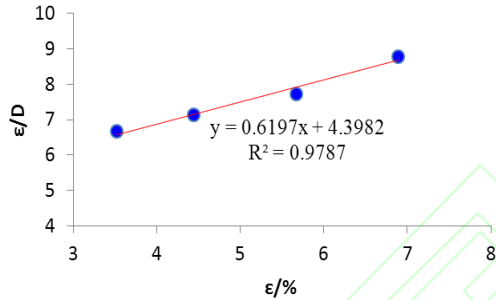
上式在对数坐标系中为一直线方程,  $A$  已确定,  $D$  即为直线的斜率,再将  $D$  值带入式(21)即可解出  $C$ 。由此可确定一组初值,再利用 Matlab 中 lsqcurvefit 非线性回归工具回归出  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$ 、 $F$  的稳定解。由于  $\mu$  值的大小对其他参数的影响很小<sup>[29]</sup>,本文中根据经验  $\mu$  值取 0.4。

为了说明模型参数求解过程及检验模型的拟合效果,从净围压为 50kPa、100kPa、150kPa、200kPa、300kPa 下各选取一组实验数据,按上述参数求解方法求解模型的所有参数。具体选取的数据分别为  $\sigma_3=250\text{kPa}$ 、 $u_a=200\text{kPa}$ ,  $\sigma_3=300\text{kPa}$ 、 $u_a=200\text{kPa}$ ,  $\sigma_3=250\text{kPa}$ 、 $u_a=100\text{kPa}$ ,  $\sigma_3=400\text{kPa}$ 、 $u_a=200\text{kPa}$ ,  $\sigma_3=450\text{kPa}$ 、 $u_a=150\text{kPa}$ 。首先按照上述参数求解方法,求解应力应变双曲线函数的参数。根据经验选

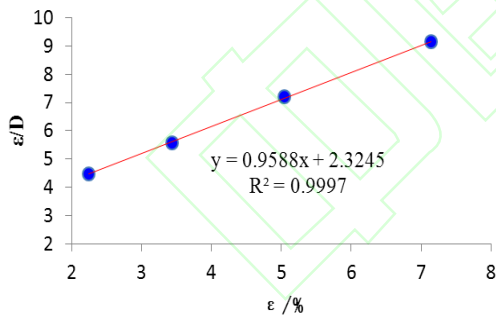
取 1d 时的蠕变数据<sup>[34]</sup>, 绘制  $\frac{\varepsilon}{D} - \varepsilon$  关系曲线, 如图 1 所示, 从图中可以看出两者具有明显的线性相关性, 相关系数接近 1, 说明采用双曲线型应力-应变模型表示该滑带土的应力应变关系是合适的, 确定出各组净围压下的  $2/(E_u/S_u)$ ,  $E_u/S_u$  和  $R_f$  值, 如表 1 所示。



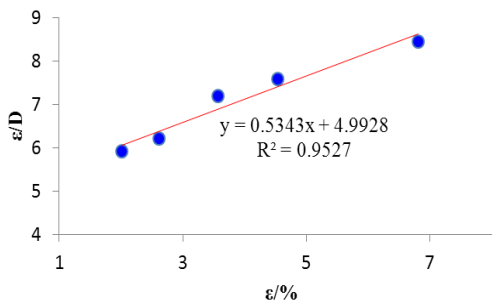
(a) 净围压为 50kPa 时



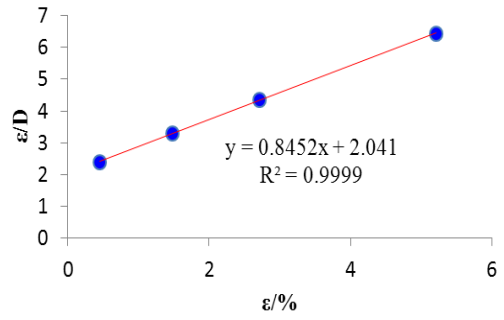
(b) 净围压为 100kPa 时



(c) 净围压为 150kPa 时



(d) 净围压为 200kPa 时



(e) 净围压为 300kPa

图 1 不同净围压条件下蠕变  $\varepsilon / \bar{D} - \varepsilon$  关系曲线  
Fig.1  $\varepsilon / \bar{D} - \varepsilon$  curve under different confining pressure

表 1 应力-应变双曲线函数型参数

Table 1 Stress-strain hyperbolic function type parameters

$\sigma'_3$ /kPa	$(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ /kPa	$2/(E_u/S_u)$	$E_u/S_u$	$R_f$
50	250	0.03306	60.4961	0.7219
100	340	0.04398	45.4752	0.6197
150	240	0.02325	86.0215	0.9588
200	380	0.04993	40.0561	0.5343
300	450	0.02041	97.9912	0.8452
平均值	332	0.03413	66.0080	0.7360

将以上求得的应力-应变双曲线函数的参数带入式(21)按上述方法求取参数初值, 再利用非线性最小二乘法回归, 即可得到模型所有参数。求解各组净围压下蠕变模型的参数, 结果如表 2 所示。

#### 4.2 模型检验

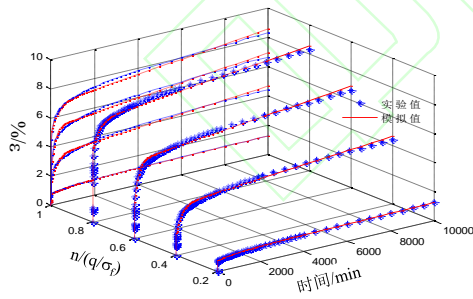
为了检验模型的拟合效果, 将以上参数代入蠕变模型对实验数据进行模拟, 求取模拟结果与实际实验数据的相关系数  $R^2$ (详见表 2), 并绘制蠕变曲线, 与实际曲线进行对比, 如图 2 所示。

从表 2 和图 2 可以看出, 上述蠕变模型的模拟效果比较好, 与实验数据的相关系数基本都在 0.96 以上, 各级净围压下, 模拟蠕变曲线与实际实验值比较吻合, 说明上述蠕变模型可以较好的模拟滑带土的蠕变特征。

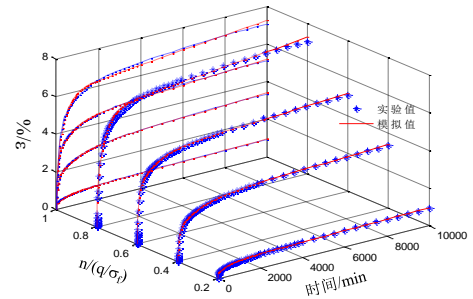
表 2 各组围压下模型参数及相关系数

Table 2 the correlation coefficient and model parameters under the confining pressure

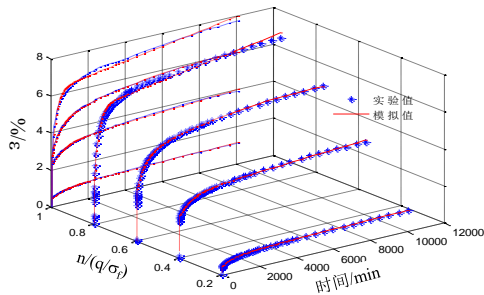
$\sigma'_3/\text{KPa}$	$\bar{D} = q/\sigma_f$	$G_H$	$G_{I1}$	$G_{I2}$	$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_3$	$R^2$
50	0.2	2.2222e9	0.8861	0.3277	1.3486e4	7.1946e2	0.1101	0.9865
50	0.4	3.1155e9	0.3679	0.2717	6.9793e3	6.3532e2	0.6970	0.9642
50	0.6	3.3333e9	0.6091	0.3421	7.1276e3	5.5958e2	0.6827	0.9878
50	0.8	3.8889e9	1.0434	0.4265	1.2308e4	3.1444e2	1.8105	0.9836
	平均	3.1400e9	0.7266	0.3420	9.9752e3	5.5720e2	0.8251	-
100	0.2	4.0889e9	0.7787	0.6971	1.4062e4	5.2877e2	0.2551	0.9912
100	0.4	4.8444e9	0.7185	0.3438	1.1742e4	4.8693e2	0.1794	0.9891
100	0.6	7.1338e8	0.7001	0.5195	8.3696e3	3.0254e2	0.3398	0.9957
100	0.8	6.3556e8	1.2203	0.5308	1.3903e4	1.2139e2	0.3415	0.9843
	平均	2.5706e9	0.8544	0.5228	1.2019e4	3.5991e2	0.2789	-
150	0.2	5.5333e9	0.4455	0.6852	7.9246e3	2.0906e2	0.1976	0.9860
150	0.4	6.0667e8	0.8904	0.3101	1.0340e4	3.6979e2	0.2148	0.9993
150	0.6	6.6000e8	0.9209	0.3949	1.6588e4	4.6651e2	0.2590	0.9989
150	0.8	2.4880e9	0.8474	0.2676	9.3276e3	1.0456e2	0.2501	0.9973
	平均	2.3220e9	0.7761	0.77605	1.1045e4	2.8748e2	0.2304	-
200	0.2	7.5111e8	0.9489	1.4483	1.3798e4	5.0698e2	0.6198	0.9916
200	0.4	8.3556e8	0.7677	0.8617	1.3027e4	3.5100e2	0.4226	0.9896
200	0.6	6.2162e9	1.0610	0.6945	1.6131e4	2.3986e2	0.5305	0.9894
200	0.8	1.0044e9	1.0046	0.6066	1.7817e4	2.0278e2	0.5592	0.9950
	平均	2.2018e9	0.9456	0.9028	1.5193e4	3.2516e2	0.5330	-
300	0.2	1.1000e9	1.6141	0.5953	1.5898e4	5.3862e2	0.3221	0.9857
300	0.4	1.2000e9	0.5641	0.5323	1.3027e4	4.5261e2	0.1875	0.9847
300	0.6	1.3000e9	0.5816	0.5956	1.6131e4	2.6362e2	0.2149	0.9831
300	0.8	1.4000e9	1.1645	0.5426	1.7817e4	1.5408e2	0.1195	0.9880
	平均	1.2500e9	0.9812	0.981075	1.5718e4	3.5223e2	0.2110	-



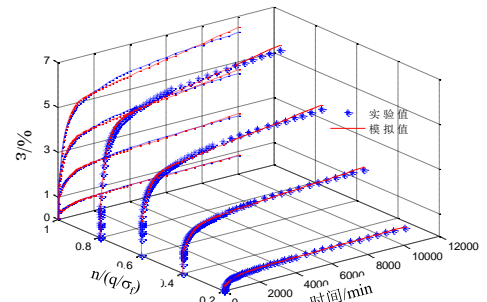
(a) 净围压为 50kPa



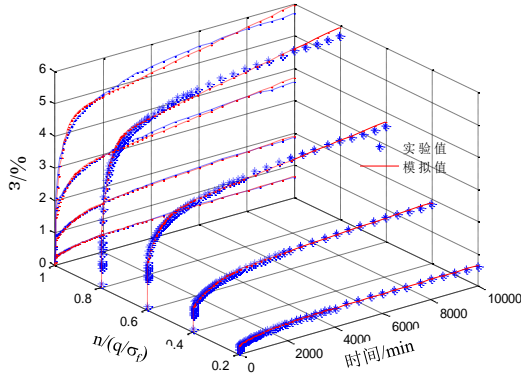
(c) 净围压为 150kPa



(b) 净围压为 100kPa



(d) 净围压为 200kPa



(e) 净围压为 300kPa

图 2 不同净围压条件下时蠕变实验值与模拟值对比  
Fig.2 Creep test comparison with the simulated under different confining pressure

#### 4.3 模型的进一步修正与验证

考虑到模型参数与净围压之间的线性相关性，可将其线性函数关系（公式(22)）代入原模型（公式(16)），对模型进行修正，修正后的模型如公式(23)。

$$\left. \begin{aligned} G'_H &= a_{G_H} \sigma'_3 + G_H^0 \\ G'_{I1} &= a_{G_{I1}} \sigma'_3 + G_{I1}^0, G'_{I2} = a_{G_{I2}} \sigma'_3 + G_{I2}^0 \\ \eta'_1 &= a_{\eta_1} \sigma'_3 + \eta_1^0, \frac{G'_{I1}}{\eta'_2} = a_{G_{I1}/\eta_2} \sigma'_3 + \left(\frac{G_{I1}}{\eta_2}\right)^0 \\ \frac{G'_{I2}}{\eta'_3} &= a_{G_{I2}/\eta_3} \sigma'_3 + \left(\frac{G_{I2}}{\eta_3}\right)^0 \\ \sigma'_3 &= \sigma_3 - s = \sigma_3 - u_a \end{aligned} \right\} (22)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{ij} &= \frac{S''_{ij}}{3K'} + \frac{2}{E_u / S_u} \cdot \frac{\bar{D}}{1 - R_f \bar{D}} \left[ \frac{1}{3G'_H} + \frac{1}{3\eta'_1} t \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{3G'_{I1}} (1 - e^{-G'_{I1}t/\eta_2}) + \frac{1}{3G'_{I2}} (1 - e^{-G'_{I2}t/\eta_3}) \right] \\ \bar{D} &= \frac{S'_{ij}}{\tau_f} \\ \tau_f &= c' + (\sigma - u_a) \tan \varphi' + (u_a - u_w) \tan \varphi^b \\ K' &= \frac{2(1 + \mu)}{3(1 - 2\mu)} G'_H \\ \sigma'_3 &= \sigma_3 - s = \sigma_3 - u_a \end{aligned} \right\} (23)$$

其中，参数  $a_{G_H}$ ,  $a_{G_{I1}}$ ,  $a_{G_{I2}}$ ,  $a_{\eta_1}$ ,  $a_{G_{I1}/\eta_2}$ ,  $a_{G_{I2}/\eta_3}$ ,

$G_H^0$ ,  $G_{I1}^0$ ,  $G_{I2}^0$ ,  $\eta_1^0$ ,  $\left(\frac{G_{I1}}{\eta_2}\right)^0$ ,  $\left(\frac{G_{I2}}{\eta_3}\right)^0$  为蠕变模型参数与净围压之间线性关系系数。

为了进一步验证改进后的非饱和蠕变模型，选

取另外一组实验数据与模型预测值进行比较。该组实验数据为  $\sigma'_3=200\text{kPa}$ ,  $\sigma_3=400\text{kPa}$ ,  $u_a=200\text{kPa}$ , 偏应力水平分别为 0.18、0.35、0.50、0.65、0.80。试验过程中所选的土样为同一批土样，忽略制样差异，模型参数则可采用上述参数。绘制模拟曲线与试验曲线，如图 3 所示。

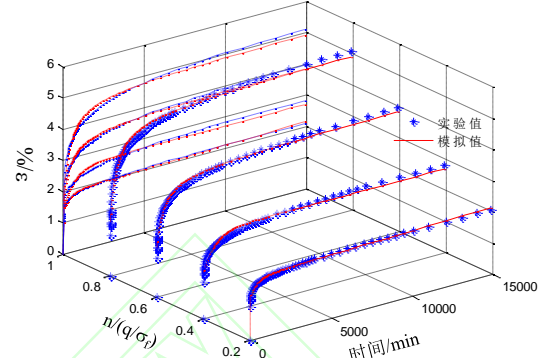


图 3 蠕变实验值与模拟值对比

Fig.3 Creep test comparison with the simulated

从图中可以看出，蠕变实验曲线与模型模拟值虽然不完全吻合，但是趋势基本一致，说明本文所建立的非饱和土的蠕变模型合理有效，基本反映了非饱和土的蠕变特征。

## 5 结论

(1) 根据试验蠕变曲线特征，选取元件模型中的伯格蠕变模型为基础模型，并基于元件模型相关理论和非饱和土力学原理以及相关假设，推导出了适用于非饱和土的扩展的伯格蠕变模型的三维形式。根据蠕变曲线中应力-应变关系表现出明显非线性，采用描述应力-应变关系的双曲线函数对推导出的扩展的伯格蠕变模型进行改进，将以上非饱和蠕变模型进一步拓展为非线性弹粘性模型。

(2) 根据模型参数的物理意义及蠕变曲线特征先求一组接近实际值的初值，然后利用非线性回归算法进行回归求得模型参数，通过参数的回代，对试验数据进行模拟，结果表明改进后的模型对蠕变试验数据的模拟效果较好，两者相关系数都在 0.95 以上，说明改进后的非饱和蠕变模型能较好的反映三峡库区某滑坡滑带土的非饱和蠕变特性。

(3) 考虑到模型参数与净围压之间的线性相关性，将其线性函数关系代入到改进后的非饱和蠕变模型，并采用另外一组试验数据对修正后的模型进行了验证，结果表明：修正后的模型合理有效，能较好的描述某滑坡滑带土的非饱和蠕变趋势和主要特性。



## 参考文献:

- [1] 何云明. 边坡的蠕变机理与失稳预测研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2005.
- [2] 杨为民, 徐瑞春, 吴树仁, 等. 鄂西清江隔河岩水库茅坪滑坡蠕滑变形及其稳定性[J]. 地质通报, 2007, 26(3): 313-320.
- [3] 严绍军, 项伟, 唐辉明, 等. 大岩淌滑坡滑带土蠕变性质研究[J]. 岩土力学, 2008, 29(1): 58-62.
- [4] 汪斌, 朱杰兵, 唐辉明. 黄土坡滑带土的蠕变特性研究[J]. 长江科学院院报, 2008, 25(1): 49-52.
- [5] Riemer.W. Landslide and reservoir (keynote paper). In: Proceedings of the 6th International Symposium on Landslides[C] Christchurch: 1992, 1373-2004.
- [6] FREDLUND D G, RAHARDJO H. Soil mechanics for unsaturated soil[M]. New York: John Wiley and Sons, 1993.
- [7] BISHOP A W, LOVENBURY H T. Creep characteristics of two undisturbed clays[C]// Proc 7th ICSMFE. Mexico, 1969, 1: 29-37.
- [8] AUGUSTESEN A, LIINGAARD M, LADE P V. Evaluation of time-dependent behavior of soils[J]. Int J Geomech, 2004, 4(3): 137-156.
- [9] LIINGAARD M, AUGUSTESEN A, LADE P V. Characterization of models for time-dependent behavior of soils[J]. Int J Geomech, 2004, 4(3): 157-177.
- [10] 龙建辉, 郭文斌, 李萍, 等. 黄土滑坡滑带土的蠕变特性[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(7): 1023-1028
- [11] 王琛, 张永丽, 刘浩吾. 三峡泄滩滑坡滑动带土的改进 Singh-Mitchell 蠕变方程[J]. 岩土力学, 2005, 26(3): 415-418
- [12] 祝艳波, 余宏明. 巴东组碎屑土夹层的非饱和蠕变经验模型[J]. 中国公路学报, 2016, 29(4): 22-29.
- [13] PRIOL G, DE GENNARO V, DELAGE P. Experimental investigation on the time dependent behaviour of a multiphase chalk[C]. Proceedings of 2nd International Conference on Mechanics of Unsaturated Soils. Weimar: Bauhaus Univ Weimar, 2007, 112: 161-167.
- [14] ALONSO E E, GENS A, JOSA A. A constitutive model for partially saturated soils[J]. Geotechnique, 1990, 40(3): 405-430.
- [15] 赖小玲, 叶为民, 王世梅. 滑坡滑带土非饱和蠕变特性试验研究[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(2): 286-293.
- [16] 王者超, 乔丽苹. 土蠕变性质及其模型研究综述与讨论[J]. 岩土力学, 2011, 32(8): 2251-2260.
- [17] TAVENAS F, LEROUEIL S, ROCHELLE P L, et al. Creep behavior of an undisturbed lightly overconsolidated clay[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1978, 15(3): 402-423.
- [18] TAYLOR D W. Research on consolidation of clays[R]. Massachusetts, Cambridge: Department of Civil Engineering, MIT, 1942.
- [19] 王常明, 王清, 张淑华. 滨海软土蠕变特性及蠕变模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(2): 227-230.
- [20] 卢萍珍, 曾静, 盛谦. 软黏土蠕变试验及其经验模型研究[J]. 岩土力学, 2008, 29(4): 1041-1045.
- [21] 陈晓平, 白世伟. 软土蠕变-固结特性及计算模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(5): 728-734.
- [22] FEDA J. Creep of soils and related phenomena[M]. Amsterdam, Netherlands: North-Holland, 1992.
- [23] 于新豹, 刘松玉, 缪林昌. 连云港软土蠕变特性及其工程应用[J]. 岩土力学, 2003, 24(6): 1001-1006.
- [24] PRAGER W. Recent developments in the mathematical theory of plasticity[J]. Journal of Applied Physics, 1949, 20(3): 235-241.
- [25] ADACHI T, OKANO M. A constitutive equation for normally consolidated clay[J]. Soils and Foundations, 1974, 14(4): 55-73.
- [26] YIN J H, GRAHAM J. Equivalent times and one dimensional elastic viscoplastic modeling of time dependent stress-strain behaviour of clays[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1994, 31(1): 45-52.
- [27] 赖小玲. 三峡库区千将坪滑坡滑带非饱和土蠕变特性研究[D]. 宜昌: 三峡大学, 2010.
- [28] 刘先锋. 千将坪滑坡滑带非饱和土蠕变和松弛特性研究[D]. 宜昌: 三峡大学, 2011.
- [29] 孙均. 岩土材料流变及其工程应用[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1999: 13-25.
- [30] 阎岩, 王思敬, 王恩志. 基于西原模型的变参数蠕变方程[J]. 岩土力学, 2010, 31(10): 3025-3035.
- [31] 谢定义, 姚仰平, 党发宁. 高等土力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2008.
- [32] FREDLUND D.G. RAHARDJO H., 著, 陈仲颐, 张在明, 陈愈炯, 等译. 非饱和土力学[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1997.
- [33] Konder R L. Hyperbolic Stress-Strain Response: Cohesive Soils[J]. Soil Mech. Fdns., ASCE, 1963, 89 (1): 115-143.
- [34] 李军世, 孙钧. 上海淤泥质粘土的 Mesri 蠕变模型[J]. 土木工程学报, 2001, 34(6): 74-79.

说明: 该文为经编委会审查通过的录用文章, 由于尚未确定具体刊出日期, 其内容可能与最后的发表版本稍有差异, 请以最后发表为准。