

DOI: 10.16285/j.rsm.2017.04.017

热-水-力耦合作用下非饱和土 变形特性的弹塑性模拟

蔡国庆¹, 郭艳鑫², 李 舰¹, 张雪东³, 赵成刚¹

(1. 北京交通大学 土木建筑工程学院 岩土工程系, 北京 100044; 2. 中交公路规划设计院有限公司, 北京 100088;
3. 中国水利水电科学研究院, 北京 100048)

摘 要: 在已有的非饱和土水-力耦合模型基础上, 耦合考虑温度影响, 建立了一个热-水-力耦合作用下非饱和土弹塑性本构模型。该模型以土骨架平均应力、修正吸力和温度为应力状态变量, 以土骨架应变、饱和度和熵为应变状态变量。通过引入与温度相关的屈服面 (LY、TY) 以及相应的硬化规律来考虑温度对土体变形的影响。利用建立的模型, 对文献中不同吸力和温度条件下的等向压缩和三轴排水剪切试验进行预测, 预测结果表明, 该模型能够较好地定量描述热-水-力耦合作用下非饱和土的变形特性。

关 键 词: 非饱和土; 热-水-力耦合; 弹塑性本构模型; 变形特性

中图分类号: TU 411

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598(2017)04-1060-09

Elastoplastic modeling of volume change behaviour of unsaturated soils under thermo-hydro-mechanical coupling conditions

CAI Guo-qing¹, GUO Yan-xin², LI Jian¹, ZHANG Xue-dong³, ZHAO Cheng-gang¹

(1. Department of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, School of Civil Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;
2. CCCC Highway Consultants Co., Ltd. (HPDI), Beijing 100088, China;
3. China Institute of Water Resources and Hydropower Research, Beijing 100048, China)

Abstract: This paper presents an elastoplastic constitutive model unifying thermo-hydro-mechanical modeling for unsaturated soils. It is based on existing hydro-mechanical models of unsaturated soils and experimental evidence of temperature effects on soils. The average soil skeleton stress, modified suction and temperature are selected as stress variables, while the soil skeleton strain, saturation and entropy are selected as strain variables. LY and TY yield surfaces and the hardening laws are adopted for simulating temperature effects on volume change. The predictions are performed on the test results in literature including the isotropic compression tests and triaxial shear tests under different net stresses, suctions and temperatures. The comparisons between measured and predicted results indicate that the proposed model can quantitatively predict the volume change behaviour of unsaturated soils under thermo-hydro-mechanical coupling conditions.

Keywords: unsaturated soil; thermo-hydro-mechanical coupling; elasto-plastic constitutive model; volume change behaviour

1 引 言

天然土体总是处于一定的环境因素影响下, 除了传统的荷载作用于土体之外, 其力学特性还不可避免地受到环境湿度和温度的影响。尤其是在高放核废料地质处置、地热资源开发利用、绿色节能建

筑等一些特殊的岩土工程中, 土体变形强度特性受热-水-力的耦合作用效应, 则更为显著^[1]。

对土体的水-力耦合特性, 自 1990 年 Alonso 等^[2]提出了非饱和土的弹塑性本构模型 (BBM) 后, 国内外学者基于不同方法建立了一些代表性模型^[3-8], 并取得较好的预测效果。对于土体的热-力

收稿日期: 2016-04-05

基金项目: 国家自然科学基金项目(No. 51678041, 51409292, 51608033); 北京市自然科学基金项目(No. 8162032)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (51678041, 51409292, 51608033) and the Natural Science Foundation of Beijing (8162032).

第一作者简介: 蔡国庆, 男, 1983 年生, 博士, 副教授, 主要从事非饱和土基本力学特性及多场耦合等方面的研究工作。Email: guoqing.cai@bjtu.edu.cn

耦合特性，自20世纪60年代开始就受到研究者的重视，国内外学者均开展了不同温度下土体变形特性的试验研究^[9-14]，积累了宝贵的试验数据。本构模型方面，Hueckel等^[15]提出了考虑热效应的土体弹塑性本构模型，随后，Cui^[12]、Laloui^[16]等均建立了考虑温度效应的饱和土本构模型。

然而，上述关于土体变形特性受温度影响的研究，大都局限于饱和土。由于受试验研究的限制，有关非饱和土的热-水-力耦合本构模型，发展则相对缓慢。Gens^[17]将剑桥模型屈服面推广到应力-吸力-温度空间，建立了一个考虑温度影响的非饱和土本构模型。Khalili等^[18]同样基于剑桥模型框架，在有效应力空间建立了同时受吸力和温度影响的土体热-水-力耦合模型理论框架，但该模型并未实现数值预测。Wu等^[19]基于试验研究成果提出了一个非饱和土热-水-力耦合模型，并给出了数值计算方法，模型考虑了温度对水力特性及相应屈服面的影响，但对于温度屈服则采用了简化的直线形式。以Bishop应力和吸力作为控制变量，Bolzon等^[20]建立了一个能够模拟温度升高引起弹性区收缩和塑性变形增加的弹塑性本构模型。谢云等^[21]建立了一个考虑温度影响的重塑非饱和膨胀土非线性本构模型。姚仰平等^[22]在临界土力学框架内建立了一个考虑温度影响的正常固结非饱和土本构模型，并将其扩展到了超固结非饱和土。Francois等^[23]针对非饱和土的力学和水力特性受温度的影响，分别建立相应的本构关系，基于边界理论建立力学模型，基于弹塑性理论建立水力模型。英国卡迪夫大学的Thomas教授课题组在非饱和土热-水-力耦合的试验和数值计算方面也开展了大量的研究工作^[24-26]。值得注意的是，上述所建立的非饱和土热-水-力耦合模型，大都局限在对土体等向压缩变形的模拟。

笔者曾建立了非等温条件下非饱和土本构建模的理论框架，并利用所建立的模型对不同温度下MX-80黏土的等向压缩特性进行了初步探讨^[27]。本文在上述模型框架基础上，进一步发展和建立了一个热-水-力耦合作用下非饱和土全耦合弹塑性本构模型。通过引入与温度相关的屈服面(LY、TY)以及相应的硬化规律来考虑温度对土体变形的影响。通过编制计算机程序，实现了模型在预测热-水-力耦合作用下非饱和土的等向压缩-回弹特性、三轴剪切变形特性方面的功能，并重点分析了温度变化对土体屈服应力和临界状态的影响。利用本文建立的模型，对Uchaipichat等^[28]所开展的不同吸力和温度条件下Bourke粉土的等向压缩和三轴排水

剪切试验进行预测，预测结果表明，该模型能够较好地定量描述热-水-力耦合作用下非饱和土的变形特性。

2 本构模型的建立

2.1 应力和应变状态变量

为了研究热-水-力耦合作用下非饱和土的力学特性，基于土中总变形功的表达式^[29]，本模型选取的应力状态变量为：平均土骨架应力 $\bar{\sigma}$ 、修正吸力 \bar{s} 和温度 T ；相应的应变状态变量为：土骨架应变 ε 、饱和度 S_r 和熵 η 。其中有效应力定义为

$$\bar{\sigma} = \sigma - [S_r u_w + (1 - S_r) u_a] \delta \quad (1)$$

式中： δ 为单位张量； σ 为总应力； $\bar{\sigma}$ 为平均土骨架应力，三轴条件下用平均有效应力 \bar{p} 和剪应力 q 表示， $\bar{p} = p - u_a + S_r(u_a - u_w)$ ， p 、 u_a 和 u_w 分别为总应力、孔隙气压力和孔隙水压力。 \bar{s} 为修正吸力， $\bar{s} = ns$ ，其中 n 为孔隙率， $s = u_a - u_w$ 为基质吸力。需要指出的是，由于平均土骨架应力和修正吸力并非相互独立，作为状态变量并不严密，但从能量角度来看，上述应力和应变状态变量完全是功共轭的，并且在已有的非饱和土水-力耦合本构模型中取得了成功^[30]。

2.2 弹性阶段

忽略弹性模量和弹性偏应变受温度的影响，不考虑弹塑性耦合，固相的弹性关系表示为

$$d\varepsilon_v^e = \frac{\kappa}{v\bar{p}} d\bar{p} + \beta'_s dT = \frac{1}{K_s^e} d\bar{p} + \beta'_s dT \quad (2)$$

$$d\varepsilon_s^e = \frac{2\kappa(1+u)}{9v\bar{p}(1-2u)} dq = \frac{1}{3G_s^e} dq \quad (3)$$

式中： $d\varepsilon_v^e$ 、 $d\varepsilon_s^e$ 为与 \bar{p} 、 q 相对应的体应变和剪应变； K_s^e 、 G_s^e 分别为固相弹性体积模量和弹性剪切模量； v 为比体积； κ 为弹性常数； u 为泊松比； β'_s 为土骨架的热膨胀系数，是温度与应力水平的函数，本研究中认为 β'_s 为常数。

2.3 塑性阶段

2.3.1 屈服条件

在热-水-力耦合作用下，土体内存在的屈服机制主要包括： \bar{p} - q 平面内的力学屈服、 \bar{p} - \bar{s} 平面内的水-力耦合屈服（包括LC和SI/SD）、 \bar{p} - T 平面内的热-力耦合屈服（包括LY和TY）、 \bar{s} - T 平面内的热-水耦合屈服。此处暂不考虑 \bar{s} - T 屈服，温度对水力特性的影响将在硬化规律中加以考虑。

对于 $\bar{p}-q$ 平面内的力学屈服, 采用赵成刚等^[5]基于热力学的推导结果:

$$\begin{aligned} f_s(\bar{p}, q, \bar{p}_c) &= M^2 R^2 (\bar{p} - \bar{p}_c/2)^2 + q^2 - \\ M^2 R^2 (\bar{p}_c/2)^2 &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

式中: $R = 2(1-\alpha)\bar{p}/\bar{p}_c + \alpha$; α 为 0~1 之间的参数; \bar{p}_c 为屈服应力; M 为临界状态线斜率。

对于 $\bar{p}-\bar{s}$ 平面内的水-力耦合屈服, 存在 LC (loading collapse) 和 SI/SD (suction increase/ suction decrease) 两类屈服面。

LC 屈服面 (即加载湿陷屈服面) 最早由 Alonso 等^[2]在 BBM 模型中所提出, 目的是为了描述非饱和土的湿陷现象, 它不仅可以在外力较高的条件下湿化时出现的塑性收缩现象, 同时还可以描述先期固结压力随着吸力的增大而增大的特性。为反映进气值 \bar{s}_e 前、后吸力对屈服应力影响的不同规律, 本文采用下列形式的 LC 屈服面方程

$$\bar{p}_c(\bar{s}) = \begin{cases} \bar{p}_{c0} & \bar{s} < \bar{s}_e \\ \bar{p}_{c0} \left\{ 1 + k_m \left[\left(\frac{\bar{s}}{\bar{s}_e} \right)^\gamma - 1 \right] \right\} & \bar{s} > \bar{s}_e \end{cases} \quad (5)$$

式中: \bar{p}_{c0} 为饱和土先期固结压力; k_m 、 γ 为材料参数。

$\bar{p}-T$ 平面内的热-力耦合屈服反映了温度变化对土体屈服的影响, 采用 Hueckel 等^[15]给出的抛物线型的 LY 屈服面方程为

$$\bar{p}_c(T) = \bar{p}_{c0} \exp[-\alpha_{Tp}(T - T_0)] \quad (6)$$

式中: T_0 为参考温度; T 为当前温度; α_{Tp} 为反映温度对屈服应力影响的参数。

现有的试验研究表明^[12], $\bar{p}-T$ 平面内还存在另一种屈服机制, 即土体的应力-温度路径在到达上述 LY 之前, 也可能发生屈服, Cui 等^[12]将其定义为 TY 屈服, 其与 BBM 模型中的 SI 屈服有着相似的地位与功能。本文在 Cui 等^[12]给出的针对饱和土的 TY 屈服面基础上, 定义非饱和土的 TY 屈服面形式为

$$T_{CT} = \left[(T - T_0) \exp\left(-\beta_T \frac{\bar{p}}{\bar{p}_0}\right) + T_0 \right] \exp[\alpha_s(\bar{s} - \bar{s}_0)] \quad (7)$$

式中: \bar{s}_0 为初始修正吸力值; β_T 为表征应力状态 \bar{p}/\bar{p}_0 对屈服温度影响的参数; α_s 为表征吸力对屈服温度影响的参数。

2.3.2 硬化规律

在热-水-力耦合作用下, 反映屈服面演化的硬

化规律包括固相、液相和温度 3 部分, 下面分别建立热-水-力耦合作用下相应的硬化规律。

对于固相, 在热-水-力耦合作用下的屈服应力 \bar{p}_c 与塑性体应变、饱和度及温度有关, 对于塑性体应变项采用剑桥模型加以考虑, 对于饱和度项采用 Wheeler 等^[30]模型, 对于温度项则利用 Hueckel 等^[10]的试验结果给出。本模型中, 认为固相硬化是上述 3 项硬化的线性叠加, 故可得到固相总的硬化方程为

$$\begin{aligned} \bar{p}_c(\varepsilon_v^p, S_r^p, T) &= \bar{p}_{c0} \exp\left(\frac{\nu}{\lambda - \kappa} \varepsilon_v^p\right) \cdot \\ \exp\left[\frac{k_{sw}}{\lambda_w - \kappa_w} (1 - S_r^p)\right] &\cdot \exp[-\alpha_{Tp}(T - T_0)] \end{aligned} \quad (8)$$

式中: ε_v^p 、 S_r^p 分别为塑性体应变和塑性饱和度变化; λ 、 κ 分别为土体压缩和回弹曲线斜率; λ_w 、 κ_w 分别为土-水特征曲线边界线和扫描线的斜率; k_{sw} 、 α_{Tp} 分别为反映液相和温度对固相影响的耦合系数。

对于液相, 考虑骨架变形和温度影响的硬化方程为

$$\begin{aligned} \bar{p}_{cw} &= \bar{s}_{y0} (S_r^p, \varepsilon_v^p, T) = \bar{s}_{y0} \exp\left[\frac{1}{\lambda_w - \kappa_w} (1 - S_r^p)\right] \cdot \\ \exp\left(\frac{k_{ws}\nu}{\lambda - \kappa} \varepsilon_v^p\right) &\cdot \exp[-\alpha_{Ts}(T - T_0)] \end{aligned} \quad (9)$$

式中: \bar{s}_{y0} 为液相的初始屈服应力; k_{ws} 和 α_{Ts} 分别为反映固相和温度对液相影响的耦合系数。

当应力路径激活 TY 屈服面时, TY 屈服面将随之移动, 假定该硬化由参数 β_T 控制。Cui 等^[12]基于试验结果给出了塑性体变随温度变化的表达式为

$$d\varepsilon_{vT}^p = \frac{-\beta'_s}{1-a} \left\{ \exp\left[\frac{-\beta'_s}{1-a}(T - T_{CT}^0)\right] - a \right\} dT \quad (10)$$

式中: a 为材料参数; T_{CT}^0 为初始屈服温度。忽略净应力增加引起的 TY 屈服面的移动以及吸力的影响, 采用下列形式的硬化规律:

$$d\bar{p}_{CT} = d\beta_T = \frac{-\exp(\beta_T p)}{p(T_c - T_0)\alpha_p [\exp(\alpha_p \Delta T) - a]} d\varepsilon_{vT}^p \quad (11)$$

式中: $\alpha_p = -\beta'_s/(1-a)$ 。

2.3.3 流动法则和一致性条件

基于 Wheeler 等^[30]的思想, 热-水-力耦合时土体变形的演化, 可通过上述屈服面之间的耦合作用反映。对于土骨架而言, 其弹塑性变形一方面来自

模型的参数,同时利用模型对试验结果进行预测分析,以验证本文模型的适用性。

3.1 等向压缩试验

对等向压缩试验,Uchaipichat等^[28]共开展了12组试验,控制吸力分别为0、10、100、300 kPa,控制温度分别为25、40、60℃。试验过程中首先使土样在50 kPa的平均净应力下进行等向固结,然后将温度增加到某一试验温度(25、40、60℃),保持土样所受平均净应力和温度不变并维持24 h,再施加某一水平的吸力值(0、10、100、300 kPa),最后,逐级增加净围压至500 kPa以实现等向压缩,最后卸载至净围压为50 kPa。

对于等向压缩试验,本文所建立模型共有12个模型参数,利用Uchaipichat等^[28]的试验数据,基于前文所述的模型参数确定方法,确定模型参数取值如下: $\lambda=0.09$, $\kappa=0.006$, $\lambda_w=0.12$, $\kappa_w=0.002$, $\gamma=1.0$, $k_m=1.1$, $\beta'_s=-0.001$, $k_{sw}=0.5$, $k_{ws}=0.5$, $\alpha_{Tp}=0.005$, $\alpha_{Ts}=0.016$, $a=0.975$ 。吸力分别为0、10、100、300 kPa时,不同温度(25、40、60℃)条件下的Bourke粉土等向压缩-卸载试验和模型预测结果示于图1。通过对比可以看出,本模型可较好地预测不同温度和吸力水平下非饱和土的体积变化。

图2给出了不同吸力和温度水平下非饱和Bourke粉土屈服应力的变化情况,不难发现,在吸力较低时(0、10 kPa),屈服应力受温度变化影响较小,而在吸力较高时(100、300 kPa),温度增加将导致土体屈服应力的减小。此外,温度变化对等向压缩-卸载曲线的斜率没有影响。

3.2 三轴排水剪切试验

Uchaipichat等^[28]开展了控制温度和吸力的三轴排水剪切试验。在每组试验开始之前,先将制备好的Bourke粉土压实土样进行饱和,随之施加一个大小为200 kPa净围压进行等向固结,然后,将净围压的值分别卸载到50、100、150 kPa,并将温度提高到25、40、60℃,恒温24 h后,施加所需的基质吸力(0、100、300 kPa),待吸力平衡后增加轴向应力进行排水剪切。

对于三轴剪切试验,本文所建立模型共有17个模型参数,利用Uchaipichat等^[28]的试验数据,基于前文所述的模型参数确定方法,确定模型参数取值如下: $\lambda=0.09$, $\kappa=0.006$, $M=1.17$, $\nu=1.58$, $u=0.25$, $\alpha=0.7$, $\lambda_w=0.12$, $\kappa_w=0.002$, $\gamma=1.0$, $k_m=1.1$, $\beta'_s=-0.001$, $k_{sw}=0.5$, $k_{ws}=0.5$, $\alpha_{Tp}=0.005$, $\alpha_{Ts}=0.016$, $a=0.975$, $\beta_T=0.9$ 。

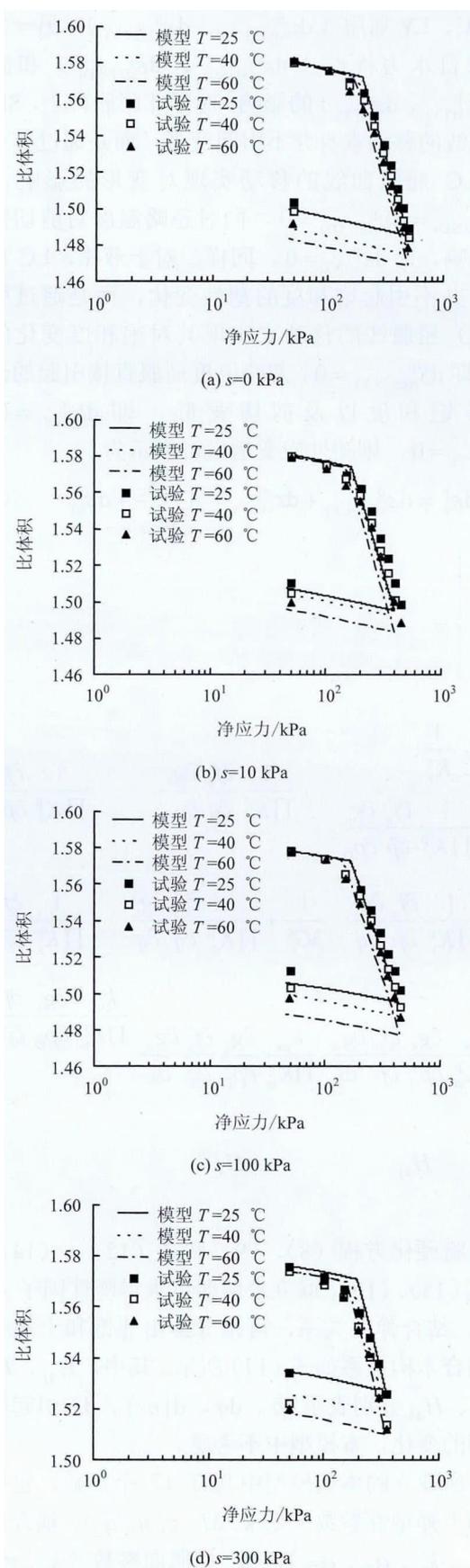


图1 不同温度条件下等向压缩试验的模型预测与试验结果对比

Fig.1 Comparisons between model predictions and experimental results for isotropic compression at different temperatures

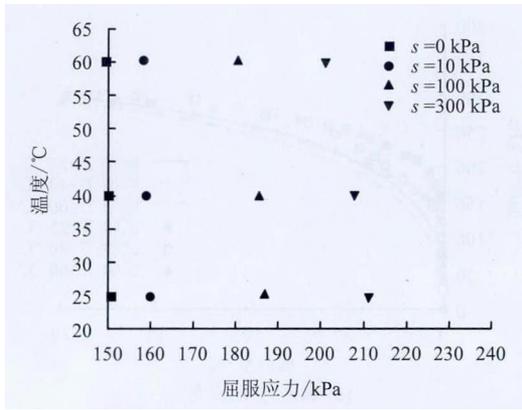


图 2 不同吸力水平下温度对屈服应力的影响

Fig.2 Effect of the temperature on the yield stress under different suctions

不同净围压 P_{net} (50、100、150 kPa)、不同吸力 (0、10、100、300 kPa) 以及不同温度 (25、40、60 °C) 条件下的 Bourke 粉土三轴排水剪切试验和模型预测结果示于图 3~11。通过对比可以看出，本模型可较好地预测不同吸力和温度时非饱和土的轴向应变和体应变结果。

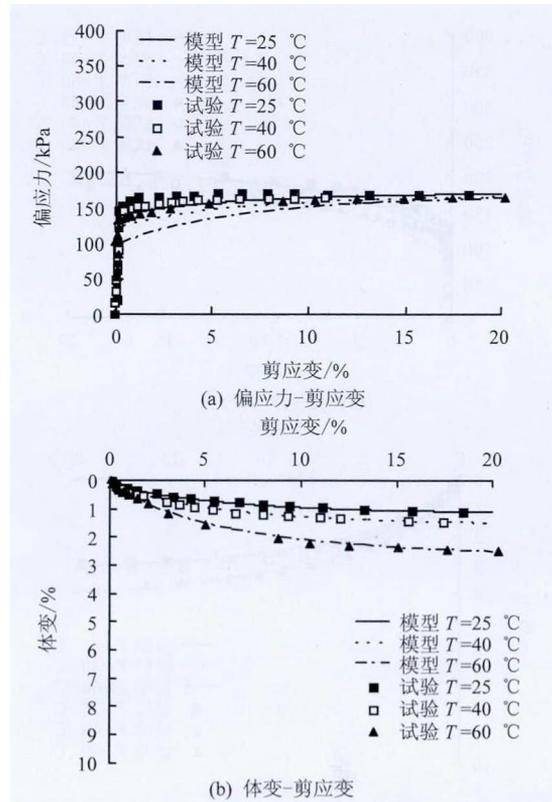


图 4 $P_{net}=50$ kPa, $s=100$ kPa, 不同温度条件下三轴剪切试验与预测结果对比

Fig.4 Comparisons between model predictions and triaxial shear test results at different temperatures ($P_{net}=50$ kPa, $s=100$ kPa)

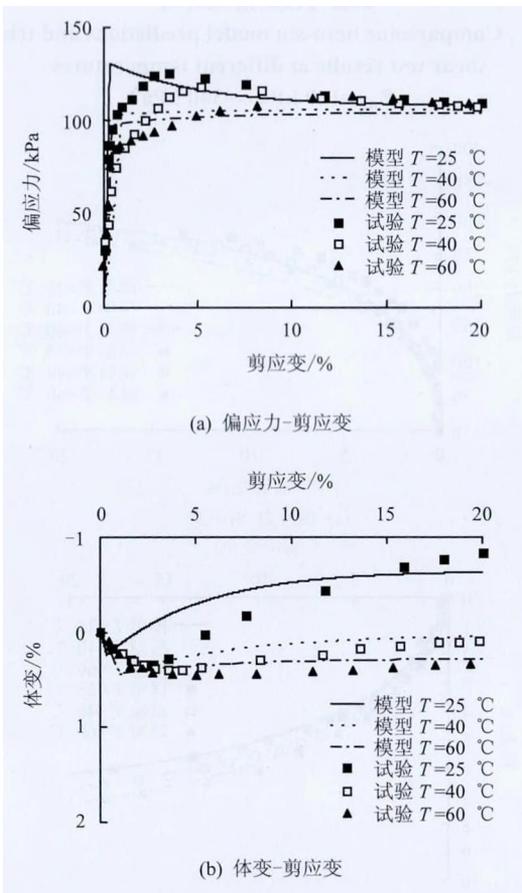


图 3 $P_{net}=50$ kPa, $s=0$ kPa, 不同温度条件下三轴剪切试验与预测结果对比

Fig.3 Comparisons between model predictions and triaxial shear test results at different temperatures ($P_{net}=50$ kPa, $s=0$ kPa)

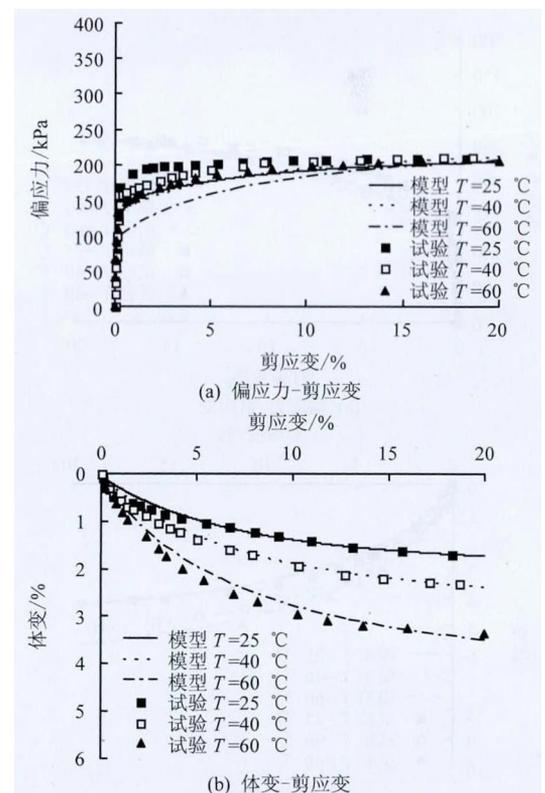


图 5 $P_{net}=50$ kPa, $s=300$ kPa, 不同温度条件下三轴剪切试验与预测结果对比

Fig.5 Comparisons between model predictions and triaxial shear test results at different temperatures ($P_{net}=50$ kPa, $s=300$ kPa)

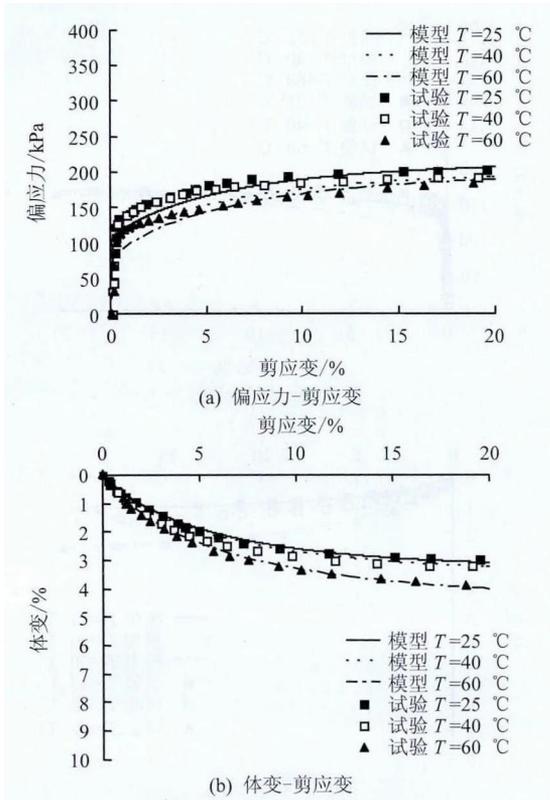


图6 $P_{net}=100$ kPa, $s=0$ kPa, 不同温度条件下三轴剪切试验与预测结果对比

Fig.6 Comparisons between model predictions and triaxial shear test results at different temperatures ($P_{net}=100$ kPa, $s=0$ kPa)

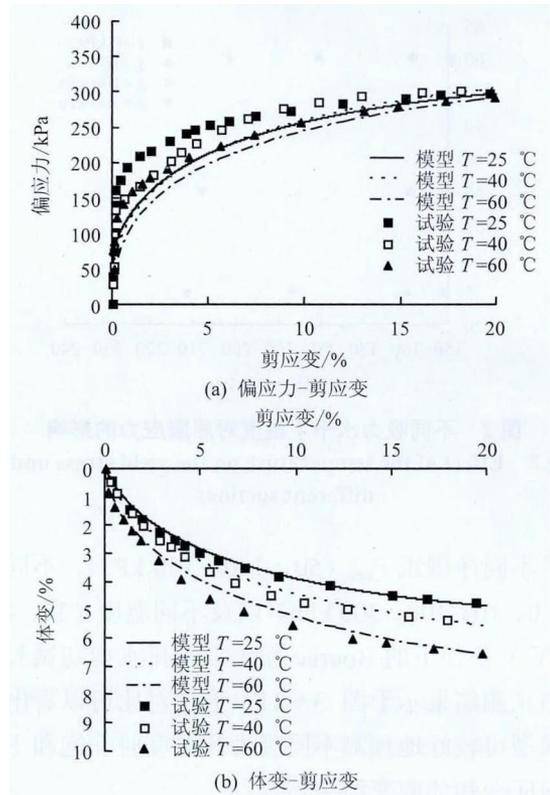


图8 $P_{net}=100$ kPa, $s=300$ kPa, 不同温度条件下三轴剪切试验与预测结果对比

Fig.8 Comparisons between model predictions and triaxial shear test results at different temperatures ($P_{net}=100$ kPa, $s=300$ kPa)

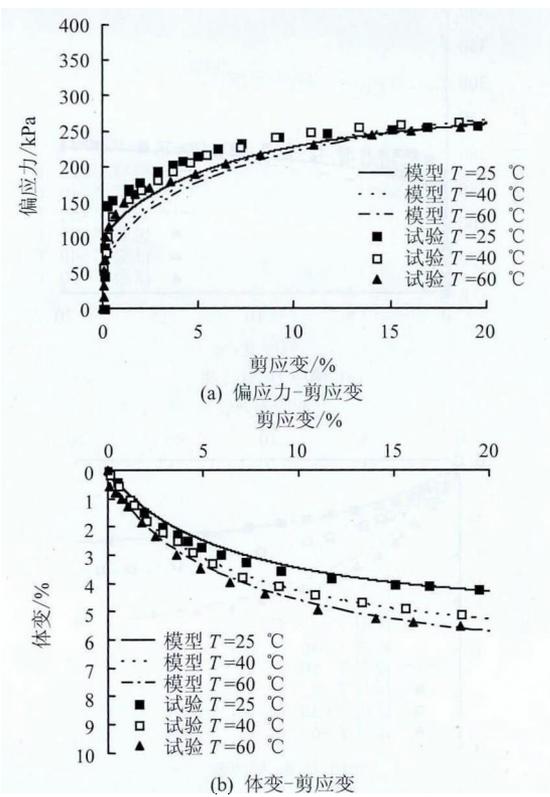


图7 $P_{net}=100$ kPa, $s=100$ kPa, 不同温度条件下三轴剪切试验与预测结果对比

Fig.7 Comparisons between model predictions and triaxial shear test results at different temperatures ($P_{net}=100$ kPa, $s=100$ kPa)

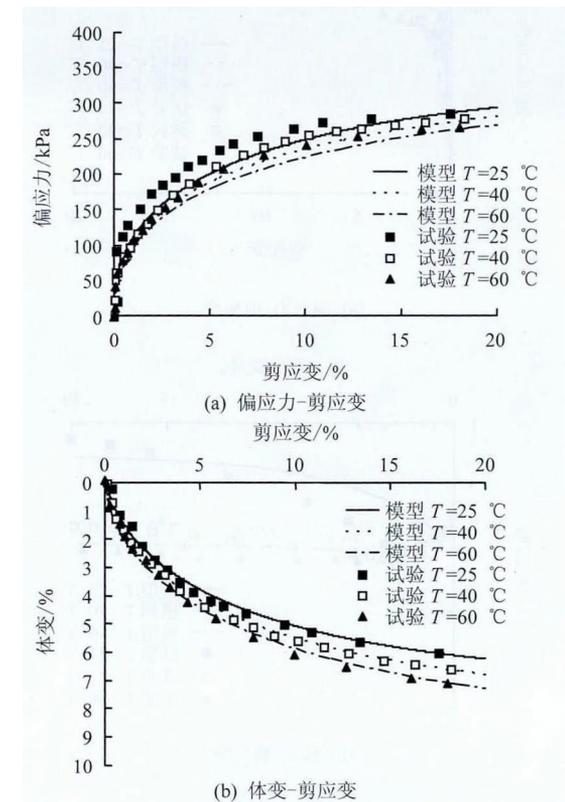


图9 $P_{net}=150$ kPa, $s=0$ kPa, 不同温度条件下三轴剪切试验与预测结果对比

Fig.9 Comparisons between model predictions and triaxial shear test results at different temperatures ($P_{net}=150$ kPa, $s=0$ kPa)

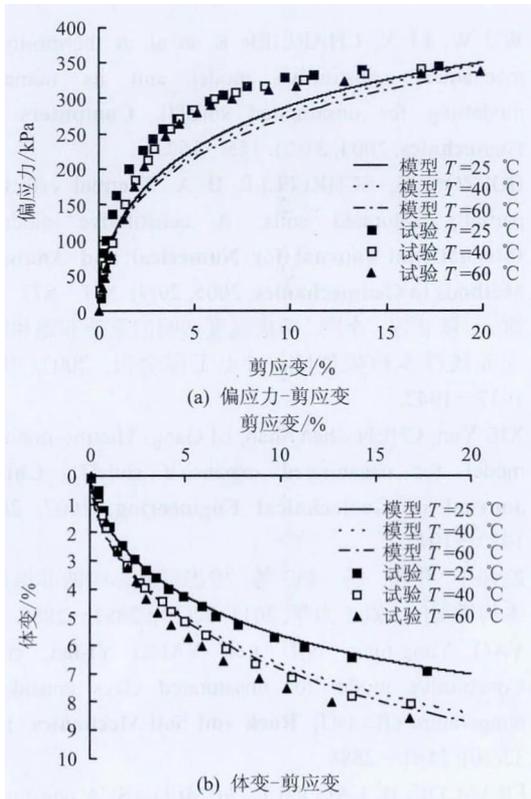


图 10 $P_{net}=150\text{ kPa}$, $s=100\text{ kPa}$, 不同温度条件下三轴剪切试验与预测结果对比

Fig.10 Comparisons between model predictions and triaxial shear test results at different temperatures ($P_{net}=150\text{ kPa}$, $s=100\text{ kPa}$)

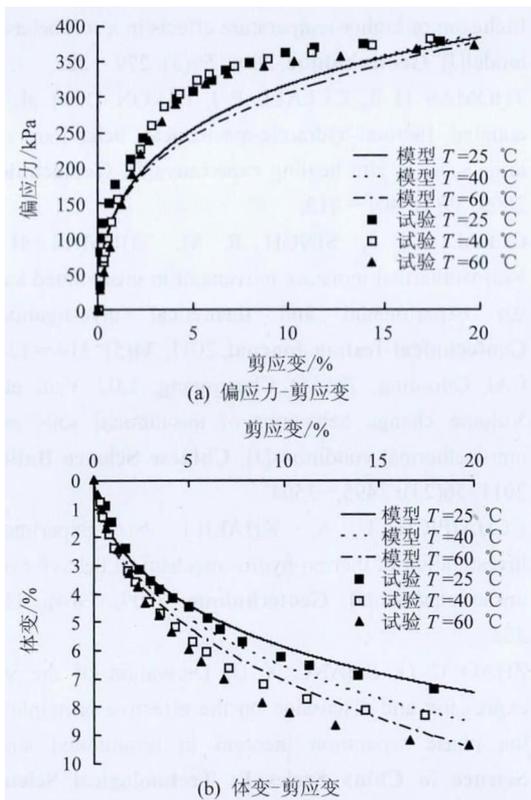


图 11 $P_{net}=150\text{ kPa}$, $s=300\text{ kPa}$, 不同温度条件下三轴剪切试验与预测结果对比

Fig.11 Comparisons between model predictions and triaxial shear test results at different temperatures ($P_{net}=150\text{ kPa}$, $s=300\text{ kPa}$)

模型预测结果表明：①土体的屈服应力随吸力的增加而增加，随温度的增加而减小，从而表明吸力对土体强度有强化作用，温度对土体强度有弱化作用；②吸力和温度的增加，在剪切过程中都引起了更大的体应变；③随着应变的增加，应力-应变曲线逐渐汇聚为一条线，表明临界状态参数 M 不受温度的影响。

4 结 论

(1) 在已有的非饱和土水-力耦合模型基础上，耦合考虑温度影响，以平均土骨架应力、修正吸力和温度为应力状态变量，以土骨架应变、饱和度和熵为应变状态变量，通过引入与温度相关的屈服面 (LY、TY) 以及相应的硬化规律来考虑温度对土体变形的影响，以此发展和建立了一个热-水-力耦合作用下非饱和土弹塑性本构模型，该模型既包括描述土骨架弹塑性变形的力学部分，也包括了描述液相含量变化的水力部分。

(2) 利用本文建立的模型，对 Uchaipichat 等^[28]所开展的不同吸力和温度条件下的等向压缩试验和三轴排水剪切试验进行预测，预测结果验证了模型在定量描述热-水-力耦合作用下非饱和土变形特性方面的适用性。

受试验研究的限制，本模型尚未开展同时考虑变形和温度影响的非饱和土水力特性研究，这是今后需要进一步发展的。

参 考 文 献

- [1] GENS A. Soil-environment interactions in geotechnical engineering[J]. *Géotechnique*, 2010, 60(1): 3-74.
- [2] ALONSO E E, GENS A, JOSA A. The constitutive model for partially saturated soils[J]. *Géotechnique*, 1990, 40(3): 405-430.
- [3] WHEELER S J, SIVAKUMAR V. An elasto-plastic critical state framework for unsaturated soil[J]. *Géotechnique*, 1995, 45(1): 35-53.
- [4] SHENG D C, FREDLUND D G, GENS A. A new modelling approach for unsaturated soils using independent stress variables[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2008, 45(4): 511-534.
- [5] 赵成刚, 刘艳. 连续孔隙介质土力学及其在非饱和土本构关系中的应用[J]. *岩土工程学报*, 2009, 31(9): 1324-1335.
- [6] ZHAO Cheng-gang, LIU Yan. Continuum porous medium soil mechanics and its application in constitutive relationship of unsaturated soils[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2009, 31(9): 1324-1335.
- [6] 孙德安. 非饱和土的水力和力学特性及其弹塑性描述[J]. *岩土力学*, 2009, 30(11): 3217-3231.

- SUN De-an. Hydro-mechanical behaviours of unsaturated soils and their elastoplastic modeling[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(11): 3217–3231.
- [7] 缪林昌. 非饱和土的本构模型研究[J]. **岩土力学**, 2007, 28(5): 855–860.
- MIAO Lin-chang. Research of constitutive model of unsaturated soils[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2007, 28(5): 855–860.
- [8] 马田田, 韦昌富, 陈盼, 等. 非饱和土毛细滞回与变形耦合弹塑性本构模型[J]. **岩土力学**, 2012, 33(11): 263–3270.
- MA Tian-tian, WEI Chang-fu, CHEN Pan, et al. An elastoplastic constitutive model of unsaturated soils with capillary hysteresis and deformation coupling[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2012, 33(11): 263–3270.
- [9] CAMPANELLA R G, MITCHELL J K. Influence of temperature variations on soil behavior[J]. **Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, American Society of Civil Engineers**, 1968, 94(3): 709–734.
- [10] HUECKEL T, BALDI G. Thermoplasticity of saturated clays: experimental constitutive study[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 1990, 116(12): 1778–1796.
- [11] DELAGE P, SULTAN N, CUI Y J. On the Thermal consolidation of Boom clay[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2000, 37(2): 343–354.
- [12] CUI Y J, SULTAN N, DELAGE P. A thermomechanical model for saturated clays[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2000, 37(3): 607–620.
- [13] CEKEREVAC C, LALOU L. Experimental study of thermal effects on the mechanical behaviour of a clay[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2004, 28(3): 209–228.
- [14] 谢云, 陈正汉, 李刚. 温度对非饱和和膨胀土抗剪强度和变形特性的影响[J]. **岩土工程学报**, 2005, 27(9): 1082–1085.
- XIE Yun, CHEN Zheng-han, LI Gang. Research of thermal effects on shear strength and deformation characteristics of unsaturated bentonite soils[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2005, 27(9): 1082–1085.
- [15] HUECKEL T, BORSETTO M. Thermoplasticity of saturated soils and shales: Constitutive equations[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 1990, 116(12): 1765–1777.
- [16] LALOU L, CEKEREVAC C. Thermo-plasticity of clays: An isotropic yield mechanism[J]. **Computers and Geotechnics**, 2003, 30(8): 649–660.
- [17] GENS A. Constitutive laws[M]//Modern Issues in Non-saturated Soils. Berlin: Springer, 1995: 129–158.
- [18] KHALILI N, LORET B. An elasto-plastic model for non-isothermal analysis of flow and deformation in unsaturated porous media: formulation[J]. **International Journal of Solids and Structures**, 2001, 38(46): 8305–8330.
- [19] WU W, LI X, CHARLIER R, et al. A thermo-hydro-mechanical constitutive model and its numerical modelling for unsaturated soils[J]. **Computers and Geotechnics**, 2004, 31(2): 155–167.
- [20] BOLZON G, SCHREFLER B A. Thermal effects in partially saturated soils: A constitutive model[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2005, 29(9): 861–877.
- [21] 谢云, 陈正汉, 李刚. 考虑温度影响的重塑非饱和和膨胀土非线性本构模型[J]. **岩土工程学报**, 2007, 28(9): 1937–1942.
- XIE Yun, CHEN Zheng-han, LI Gang. Thermo-nonlinear model for unsaturated expansive soils[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2007, 28(9): 1937–1942.
- [22] 姚仰平, 牛雷, 杨一帆, 等. 考虑温度影响的非饱和土本构模型[J]. **岩土力学**, 2011, 32(10): 2881–2888.
- YAO Yang-ping, NIU Lei, YANG Yi-fan, et al. Constitutive model for unsaturated clays considering temperature effects[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2011, 32(10): 2881–2888.
- [23] FRANÇOIS B, LALOU L. ACMEG-TS: A constitutive model for unsaturated soils under non-isothermal conditions[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2008, 32(9): 1995–1988.
- [24] THOMAS H R, SIDDIQUA S, SEETHARAM S C. Inclusion of higher-temperature effects in a soil behaviour model[J]. **Geotechnique**, 2009, 59(3): 279–282.
- [25] THOMAS H R, CLEALL P J, DIXON D, et al. The coupled thermal-hydraulic-mechanical behaviour of a large-scale in situ heating experiment[J]. **Geotechnique**, 2009, 59(4): 401–413.
- [26] CLEALL P J, SINGH R M, THOMAS H R. Non-isothermal moisture movement in unsaturated kaolin: An experimental and theoretical investigation[J]. **Geotechnical Testing Journal**, 2011, 34(5): 514–524.
- [27] CAI Guo-qing, ZHAO Cheng-gang, LIU Yan, et al. Volume change behaviour of unsaturated soils under non-isothermal conditions[J]. **Chinese Science Bulletin**, 2011, 56(23): 2495–2504.
- [28] UCHAIPICHAT A, KHALILI N. Experimental investigation of thermo-hydro-mechanical behavior of an unsaturated silt[J]. **Geotechnique**, 2009, 59(4): 339–353.
- [29] ZHAO C G, ZHANG X D. Derivation of the work expression and discussion on the effective principle and the phase separation theorem in unsaturated soil[J]. **Science in China Series E: Technological Sciences**, 2008, 51(9): 1530–1541.
- [30] WHEELER S J, SHARMA R S, BUISSON M S R. Coupling of hydraulic hysteresis and stress-strain behaviour in unsaturated soils[J]. **Géotechnique**, 2003, 45(1): 35–53.