

doi: 10. 7522/j. issn. 1000-0240. 2016. 0126

Zhou Jiazuo, Wei Changfu, Li Dongqing, et al. A moving-pump model for moisture and heat transfer during soil freezing [J]. Journal of Glaciology and Geocryology, 2016, 38(4): 1083-1089. [周家作, 韦昌富, 李东庆, 等. 正冻土水热迁移的移动泵模型 [J]. 冰川冻土, 2016, 38(4): 1083-1089.]

# 正冻土水热迁移的移动泵模型

周家作<sup>1</sup>, 韦昌富<sup>1</sup>, 李东庆<sup>2</sup>, 魏厚振<sup>1</sup>

(1. 中国科学院 武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071; 2. 中国科学院 寒区旱区环境与工程研究所 冻土工程国家重点实验室, 甘肃 兰州 730000)

**摘 要:** 通过引入脉冲函数将流量边界条件转化为源(汇)项, 冻结锋面处的假想泵从未冻土中抽吸水分并储存在冻结锋面附近的狭窄区域. 将水分扩散方程在整体求解域上等效分解为两个方程, 避免了处理移动冻融边界的难题. 在一个分解方程中引入汇项以表达未冻区水分的流出, 在另一个分解方程中引入相同大小的源项以表达冻土中水分的聚集. 将移动泵模型相关场方程和变量输入 COMSOL Multiphysics 模拟软件的数学模块中, 对一个封闭系统非饱和土冻结过程中水分和温度的变化过程进行了数值模拟, 将模拟结果与前人试验和模拟结果进行了对比.

**关键词:** 冻土; 水热迁移; 数值模拟; 移动泵模型

**中图分类号:** P642.14 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-0240(2016)04-1083-07

## 0 引言

土在冻结过程中, 温度梯度驱使水分从高温区域向低温区域发生迁移, 迁移的水分冻结后释放的潜热也会反过来影响温度场的变化<sup>[1-2]</sup>. 发生在冻结过程中的这种水热相互作用一直是国内外众多学者非常感兴趣的一个课题, 研究主要集中在水分迁移驱动力和迁移速率两个方面<sup>[3-5]</sup>.

根据 Clapeyron 方程冻土内水压力(或土水势)与温度有一一对应关系, 其值随温度降低而降低. 冻土温度决定冻土土水势是通过冻土中薄膜水的冻结或冰的融化来实现的: 当温度降低时孔隙中薄膜水进一步冻结成冰, 薄膜水厚度变薄, 因此未冻水受到的束缚作用更强烈, 土水势降低, 反之亦然. 冻结过程中存在于土体中的温度梯度“强迫”冻土内部形成一个与其相对应的土水势梯度, 冻土中的水分正是在这种由温度梯度决定的土水势梯度的驱动下由高温区域向低温区域迁移的.

冻土渗透系数的确定至今仍缺乏公认的理论和技术, 不同的学者得出的结果往往存在几个数量级

的差别<sup>[6]</sup>. Taylor 等<sup>[7]</sup>在未冻土渗透系数前面乘以一个小于 1 的衰减系数以表达冻土渗透系数减小的程度, 衰减系数是含冰量的函数, 这种方法在数学上便于处理, 但是这种经验方法有较大的人为主观随意性. Gilpin<sup>[8]</sup>、Nixon<sup>[9]</sup>用了类似的经验表达式, 衰减系数被写成温度的函数.

本文在水动力学模型基础上, 对水分迁移方程进行分解, 引入冻土和未冻土之间的过渡区间和等效源(汇)的概念, 建立起移动泵源模型以期解决水分迁移速率和移动冻结锋面难以处理的问题. 移动泵的吸水速率可由试验或反演得到, 移动泵的引入避免了冻土渗透系数难以测量和移动界面难以处理的问题, 达到简化计算的目的. 最后通过 COMSOL Multiphysics 有限元软件对水分迁移实例进行数值模拟.

## 1 理论模型

### 1.1 水热迁移控制方程

Harlan<sup>[10]</sup>假设冻土与相同液态水含量的非饱和土具有相同的土水势和渗透系数, 计算得到的结果

收稿日期: 2016-02-05; 修订日期: 2016-07-15

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973 计划)项目(2012CB026102); 冻土工程国家重点实验室开放基金项目(SKLFSE201502)资助

作者简介: 周家作(1987-), 男, 四川达州人, 助理研究员, 2015 年在中国科学院武汉岩土力学研究所获博士学位, 现从事冻土与天然气水合物方面的研究. E-mail: jiazuo@ gmail. com.

在数量级上与实际情况是一致的. Harlan 模型对于冻土土水势的猜想后来得到了实验证明, Azmatch<sup>[11]</sup>通过 Clapeyron 以及冻结特征曲线计算的冻土土水势-未冻水含量曲线与非饱和土的土水特征曲线符合较好. 因此冻土中水分迁移驱动力是温度梯度引起的土水势梯度, 同时也可以表示成未冻水含量梯度. 一维冻土水分迁移的控制方程, 在形式上和 Richards 方程类似<sup>[10, 12]</sup>:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \theta_u + \frac{\rho_i}{\rho_w} \theta_i \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( D \frac{\partial \theta_u}{\partial x} \right) \quad (1)$$

式中:  $\theta_u$  和  $\theta_i$  分别为未冻水和冰的体积含量;  $D$  为水分扩散系数;  $t$  为时间. 式(1)左边括号内表示将冰换算成等质量的水与未冻水的总体积.

在温度梯度作用下, 土中有两个相变过程同时发生: 一部分原位水冻结, 一部分迁移到冻土中的水分冻结<sup>[13]</sup>. 用  $q$  表示单位时间内迁移的水分聚集在冻土单元体内产生的含水量增量, 忽略水分迁移过程中的对流作用, 可以得到热传导方程:

$$(C + C_L) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + L \rho_w q \quad (2)$$

式中:  $T$  为温度;  $C$  为体积热容;  $\lambda$  为导热系数;  $L$  为单位质量水冻结释放的潜热;  $\rho_w$  为水密度. 左边括号内相变热容  $C_L = L \rho_w \partial \theta_u / \partial T$  反映了原位水的冻结释放的潜热对温度影响, 右边  $L \rho_w q$  表示迁移的水分释放的热量.

### 1.2 流量边界与等效源(汇)

求解水分迁移的传统方法是在冻土区和未冻区分别建立水分扩散方程, 然后在冻融界面处根据质量守恒建立衔接方程<sup>[14-15]</sup>, 即表明从未冻土流出的水量等于流进冻土中的水量, 冻融界面是未冻土水分扩散方程的一个流量边界. 由于冻融界面移动, 且流量与边界处含水量有关, 导致计算过程十分复杂. 本文将冻土和未冻土的界面抽象扩展为具有一定厚度的狭窄区域, 将其作为未冻土的水分抽取区与冻土的水分聚集区, 相应地未冻区流量边界条件转化为一个等效的汇项.

以一个简单算例说明将流量边界条件转化为狭窄区域内源(汇)项的方法. 考虑如下问题(为简化问题, 各物理量省去单位): 如图1所示, 一个弱透水层分布范围为  $[-0.2, 0]$ , 一个强透水层分布范围为  $[0, 1]$ , 初始水头  $u_0$  都为 10, 容水率都为 1, 左右边界都是不透水边界.

在强透水层和弱透水层交界处通过泵进行抽水, 地层中水头为  $u$ . 假设弱透水层渗透系数为 0,

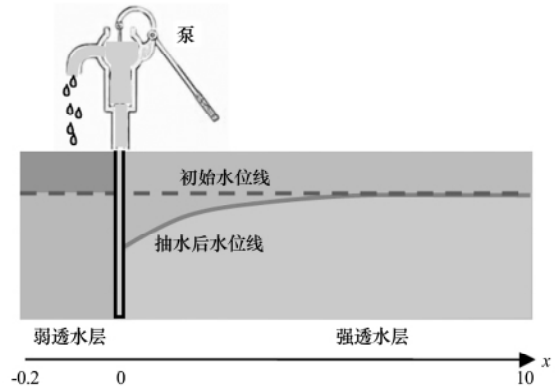


图1 地层水位变化示意图

Fig. 1 The schematic diagram of water level variation

为使问题更一般化为非线性问题, 将强透水层渗透系数和抽水速率都设为水头的函数分别为  $u^2/100$  和  $u$ . 为模拟水头的分布和变化, 该问题有以下两种数学描述方法:

(1) 以强透水层范围为求解域, 以抽水速率作为流量边界.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{u^2}{100} \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (t > 0, 0 \leq x \leq 1) \\ u &= 10 \quad (t = 0, 0 \leq x \leq 1) \\ -\frac{u^2}{100} \frac{\partial u}{\partial x} &= u \quad (t > 0, x = 0) \\ \frac{\partial u}{\partial x} &= 0 \quad (t > 0, x = 1) \end{aligned} \quad (3)$$

(2) 求解域范围包括弱透水层和强透水层, 将抽水速率作为一个汇项.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial u}{\partial x} \right) - u \delta(x) \quad (t > 0, -0.2 \leq x \leq 1) \\ k &= \begin{cases} 0, & -0.2 \leq x < 0 \\ \frac{u^2}{100}, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases} \\ u &= 10, \quad (t = 0, -0.2 \leq x \leq 1) \\ \frac{\partial u}{\partial x} &= 0 \quad (t > 0, x = -0.2) \\ \frac{\partial u}{\partial x} &= 0 \quad (t > 0, x = 1) \end{aligned} \quad (4)$$

式中:  $\delta(x)$  为 Dirac 点脉冲函数, 其值在  $x = 0$  处为无穷大, 其它位置为 0, 在整个区域上积分等于 1; 汇项  $-u \delta(x)$  理论上应该是一个点汇, 但是在数值计算中, 可以用在一定范围内分布的钟型脉冲函数  $\Delta$  来近似代替点脉冲函数  $\delta$ .

钟型脉冲函数  $\Delta(x, \xi)$  定义为 Heaviside 阶梯函数  $H(x, \xi)$  的导数:

$$\Delta(x, \xi) = \frac{dH(x, \xi)}{dx} \quad (5)$$

其中有

$$H(x, \xi) = \begin{cases} 0, & X < -\xi \\ \frac{3x}{4\xi} - \frac{x^3}{4\xi^3} + \frac{1}{2}, & -\xi \leq x \leq \xi \\ 1, & x > \xi \end{cases} \quad (6)$$

由以上推导可以看出  $\Delta(x, \xi)$  是定义在  $[-\xi, \xi]$  区域内的脉冲函数, 在该区域内对脉冲函数积分等于 1, 在其它位置时脉冲函数值等于 0.  $\Delta(x - x_0, x_d)$  是以  $x_0$  为中心, 宽度为  $2x_d$  的脉冲函数, 当  $x_d$  趋近于无穷小时  $\Delta(x - x_0, x_d)$  趋近于  $x_0$  处的点脉冲函数  $\delta(x - x_d)$ , 如图 2 所示.

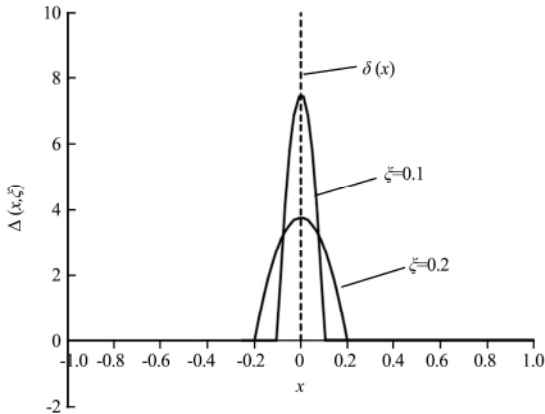


图 2 钟型脉冲函数形状

Fig. 2 The shape of the bell-shaped pulse function

用分布在  $[0, \eta]$  的钟形脉冲函数  $\Delta(x - \eta/2, \eta/2)$  近似替换式(4)中的  $\delta(x)$ , 当钟形脉冲宽度  $\eta$  趋近于 0 时,  $\Delta(x - \eta/2, \eta/2)$  趋近于  $\delta(x)$ . 式(3)表示抽水速率与界处的水头  $u$  有关, 在式(4)中以  $\Delta(x - \eta/2, \eta/2)$  代替  $\delta(x)$  后, 源项  $-u\Delta(x - \eta/2, \eta/2)$  表示抽水速率与  $[0, \eta]$  范围内的水头  $u$  有关.

分别以等效汇和流量边界处理抽水速率, 等效汇法中过渡区域取为  $[0, 0.04]$ , 采用有限元法对

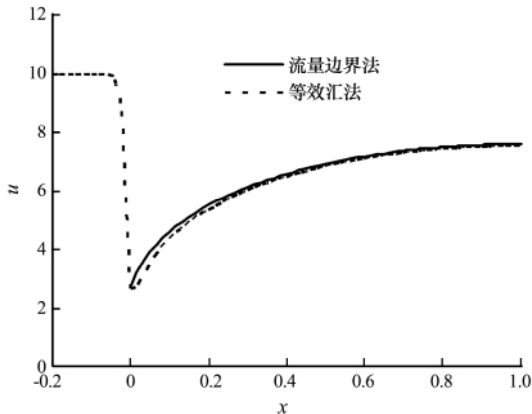


图 3 水头分布曲线

Fig. 3 The distribution of water head

该问题进行计算, 图 3 给出了两种方法计算的  $t = 1$  时刻的水头分布图. 从图中可以看出, 在强透水层范围内两种方法计算结果基本相同, 在靠近强弱透水层界面处等效汇法有较小的误差, 这是由于用钟形脉冲函数近似替代点脉冲函数造成的误差. 采用等效汇法计算的弱透水层范围内与初始水头相同, 这是因为弱透水层渗透系数为 0 所以水头不变. 图 3 显示这两种方法计算的水头分布十分接近, 说明了本节用等效源(汇)项替换流量边界是可行的.

### 1.3 移动泵模型

由于冻土渗透系数随着温度降低而急剧衰减, 因此可以认为从未冻土中迁移的水分只能聚集在冻结锋面附近的狭窄区域. 如图 4 所示,  $T_f$  表示冻结温度,  $[T_l, T_f]$  是在冻结温度以下的一个狭窄温度区间. 在冻结锋面处有一台假象泵, 将未冻区的水分抽吸并储存在冻结锋面后冻土一侧的狭小区域  $[T_l, T_f]$  内, 迁移的水分在该区域内聚集使得单位时间内单位体积储水区水分增加量为  $q$ , 在储水区外水分增量为 0. 将水分扩散方程等效地分解成两个方程, 其中一个方程描述未冻区含水量的减少, 另一个方程描述水分在冻土内的聚集.

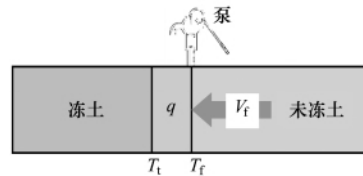


图 4 移动泵模型示意图

Fig. 4 The schematic diagram of the moving-pump model

描述未冻区水分迁移的方程为:

$$\frac{\partial \theta_u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D \frac{\partial \theta_u}{\partial x} \right) - q \quad (7)$$

描述冻水分聚集区土内含水量增加的方程为:

$$\frac{\partial}{\partial t} = \left( \frac{\rho_i}{\rho_w} \theta_i \right) = q \quad (8)$$

方程(7)和(8)相加可消去  $q$  得到式(1), 场变量  $\theta_u$  和  $\rho_i \theta_i / \rho_w$  相加等于总含水量, 说明分解后的水分扩散方程并没有增加额外的源项.

假设冻土水分聚集区外渗透系数为 0, 水分不会越过这个区域, 因此水分扩散系数可表达为:

$$D = \begin{cases} D_u & T \geq T_f \\ 0 & T < T_f \end{cases} \quad (9)$$

式中:  $D_u$  为与含水量有关的水分扩散系数.

式(7)中  $\theta_u$  在  $T < T_f$  的情况下并非表示真正的未冻水含量, 而是表示狭窄区域经过  $x$  的时刻该处

的未冻水含量. 由于在狭窄区域外的冻土内水分无法渗透 ( $D=0$ ), 因此一旦狭窄区域位置超过  $x$  时, 该处  $\theta_u(x)$  保持不变, 但真实的未冻水含量可以根据温度计算得到. 虽然  $\theta_u$  在  $T < T_f$  时不能代表真实的未冻水含量, 但是  $\theta_u$  和  $\rho_i \theta_i / \rho_w$  相加仍然等于总含水量, 这是移动泵模型的意义所在.

冻结锋面处  $x_f$  (温度为  $T_f$ ) 的水分迁移速率为  $V_f$ , 根据达西定律可得流出的水量大小为:

$$V_f = D \left. \frac{\partial \theta_u}{\partial x} \right|_{x=x_f} \quad (10)$$

根据 Dirac 函数的性质, 式(10)可表示为:

$$V_f = \int_{-\infty}^{+\infty} D \frac{\partial \theta_u}{\partial x} \delta(T - T_f) dT \quad (11)$$

Dirac 函数  $\delta(T - T_f)$  在  $T_f$  处为  $\infty$ , 其它位置为 0, 在区域  $[-\infty, \infty]$  上的积分等于 1.  $\delta(T - T_f)$  可以用  $[T_l, T_r]$  区间的钟型脉冲函数近似表示, 且满足以下条件:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Delta\left(T - \frac{T_l + T_r}{2}, T_d\right) dT = \int_{T_l}^{T_r} \Delta\left(T - \frac{T_l + T_r}{2}, T_d\right) dT = 1 \quad (12)$$

式中:  $T_d$  为储水区间温度宽度的一半, 即  $T_d = (T_r - T_l) / 2$ . 显然当  $T_d$  趋近于 0 时储水区间趋近于无穷小, 钟型脉冲函数趋近于  $\delta(T - T_f)$ .

式(11)中积分变量也可以写成空间坐标的形式:

$$\begin{aligned} V_f &\approx \int_{-\infty}^{+\infty} D \frac{\partial \theta_u}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} \Delta\left(T - \frac{T_l + T_r}{2}, T_d\right) dx \\ &= \int_{x_l}^{x_r} D \frac{\partial \theta_u}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} \Delta\left(T - \frac{T_l + T_r}{2}, T_d\right) dx \end{aligned} \quad (13)$$

式中:  $x_l$  为温度  $T_l$  对应的空间坐标.

由于冻土储水空间外渗透系数为 0, 因此单位时间流进储水空间内的总水量为  $V_f$ . 根据定义, 单位体积的水分增长率  $q$  等于储水空间水分总增量率  $V_f$  对储水空间体积求导数, 因此根据式(13)可得

$$q = D \frac{\partial \theta_u}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} \Delta\left(T - \frac{T_l + T_r}{2}, T_d\right) \quad (14)$$

储水区域是冰水共存的过渡带, 根据 Clapeyron 方程土水势(水压力)与温度和冰压力有关. 不考虑滞回效应时土水势与未冻水含量有唯一对应关系, 因此式(14)中  $\partial \theta_u / \partial x$  与温度梯度和冰压力梯度有关, 为了简化问题本文仅将  $\partial \theta_u / \partial x$  表示成温度梯度的函数:

$$\frac{\partial \theta_u}{\partial x} = f\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) \quad (15)$$

在实际应用中可以预先假设一种  $f$  函数形式, 然后根据试验数据进行反演确定待定参数.

将(15)带入(14)可得到储水区间内的水分增量表达式:

$$q = D f \frac{\partial T}{\partial x} \Delta\left(T - \frac{T_l + T_r}{2}, T_d\right) \quad (16)$$

土的热参数包括导热系数和体积热容, 其值依赖于土的组成成分及其比例. 由于冻土中未冻水含量随温度变化而改变, 所以热参数随温度变化. 为简化问题, 本文将冻土和未冻土的热参数都当作常数, 在冻结锋面附近的过渡区域内  $[-T_\xi, T_\xi]$  将二者用平滑阶梯函数联系起来, 阶梯函数由(6)给出. 利用阶梯函数, 整体求解域导热系数和体积热容可以表示为:

$$\lambda = \lambda_f + (\lambda_u - \lambda_f) H(T, T_\xi) \quad (17)$$

$$C = C_f + (C_u - C_f) H(T, T_\xi) \quad (18)$$

式中:  $\lambda_f$  和  $\lambda_u$  分别为冻土和未冻土的导热系数;  $C_f$  和  $C_u$  分别为冻土和未冻土的体积热容.

通过联立求解方程(2)、(7)和(8)就可得到土冻结过程中温度和水分的分布与变化.

## 2 数值算例

胡和平等<sup>[15]</sup>进行了封闭条件下垂直土柱的一维水分迁移试验, 土样由非饱和壤土制成, 冻结方式从上至下且无外载. 试验土柱高 13.68 cm, 干密度  $1.5 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ , 初始饱和度为 49.7% (对应于初始含水量 0.2208), 土样侧壁用保温材料隔热. 实测未冻水含量表明当温度从冻结温度降低到  $-0.37 \text{ }^\circ\text{C}$  时, 未冻水体积含水量从初始含水量急剧减少到 0.1043, 当温度低于  $-0.37 \text{ }^\circ\text{C}$  时未冻水含量变化很小, 因此原位水冻结释放的潜热为  $L\rho_w(\theta_0 - 0.1043)$ , 其中  $\theta_0$  为初始含水量. 在保证释放潜热总量相等的前提下, 可以将原味水冻结温度区间转化为冻结锋面附近的过渡区域  $[-T_\xi, T_\xi]$ . 原位水释放潜热量为:

$$\int_{-T_\xi}^{T_\xi} C_L dT \approx \int_{-T_\xi}^{T_\xi} L\rho_w(\theta_0 - 0.1043) \Delta(T, T_\xi) dT \quad (19)$$

由于冻结过程中冻融界面处的含水量是变化的, 所以式(19)式中的初始含水量应该由场变量  $\theta_u$  代替.

对比式(19)的被积函数并用  $\theta_u$  替换  $\theta_0$  可得相变热容为:

$$C_L = L\rho_w(\theta_u - 0.1043) \Delta(T, T_\xi) \quad (20)$$

由于文献[15]没有给出试样的热参数, 因此参照徐教祖等<sup>[16]</sup>的研究成果取典型粉土热参数值, 分别为  $\lambda_f = 1.58 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ,  $\lambda_u = 1.13 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ,  $C_f = 2.82 \text{ MJ} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  和  $C_u = 2.36 \text{ MJ} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .

未冻土水分扩散系数(  $\text{cm}^2 \cdot \text{min}^{-1}$  ) 为饱和度  $S$  的函数, 表示为<sup>[15]</sup>:

$$D_u = 2.03S^{7.35} \quad (21)$$

式( 15) 中的  $f$  设为:

$$f = \frac{1}{10} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (22)$$

温度边界条件和初始条件见文献<sup>[15]</sup>. 初始含水量为 0.2208, 因此变量  $\theta_u$  和  $\theta_f$  的初值分别取 0.2208 和 0, 水分边界条件均设为不透水边界. 冻结温度取为  $-0.3 \text{ }^\circ\text{C}$ , 与原位水相变过渡区域和储水区域温度宽度有关的  $T_\xi$  和  $T_d$  应尽可能小, 本文中  $T_\xi$  和  $T_d$  均取为  $0.3 \text{ }^\circ\text{C}$ . 以土样上端作为坐标原点, 将场方程( 2)、( 7) 和( 8) 输入 COMSOL Multiphysics 模拟软件数学模块中的自定义方程中, 应用移动泵模型对冻结过程中的温度场和水分场进行数值模拟.

用  $\theta_f$  表示冻土区迁移的水分即  $\theta_f = \theta_i \rho_i / \rho_w$ , 图 5 给出了不同时刻  $\theta_u$  和  $\theta_f$  的模拟值分布曲线. 从图中可以看出: 在冻结过程中未冻区体积含水量减少而冻土区迁移的体积含水量增大. 由于未冻区没有外界水源补给, 随着时间的增长其含水量会一直减少, 直到未冻区的非饱和土基质吸力与冻吸力达到平衡, 这是与开放系统下的饱和土冻结过程不同的.

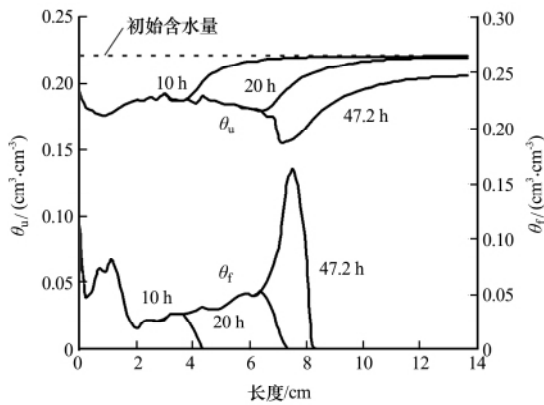


图 5 不同时刻  $\theta_u$  和  $\theta_f$  的分布曲线

Fig. 5 The distribution curves of  $\theta_u$  and  $\theta_f$  at different time

将  $\theta_u$  和  $\theta_f$  相加即得到总含水量分布, 试验共进行了 47.2 h, 图 6 给出了移动泵模拟的总含水量沿土样长度分布与实测值及胡和平等<sup>[15]</sup> 模拟值的对比. 图 7 给出了不同时刻温度沿土样长度分布曲线模拟结果与实测值的对比, 图 8 给出了冻结深度变化曲线的模拟值与实测值对比. 从图 6 ~ 8 的对比中可以看出, 胡和平等<sup>[15]</sup> 的模拟与移动泵的模拟结果都与实测值符合较好. 移动泵模型可以容易

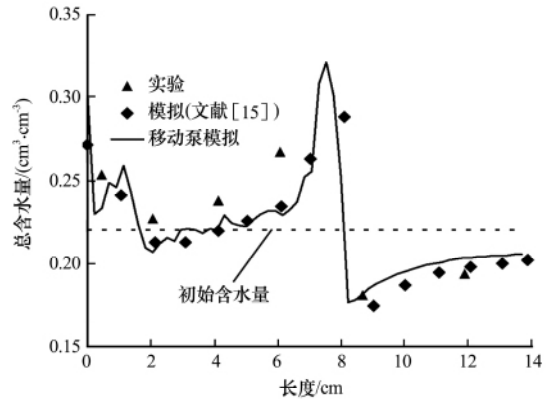


图 6 试验后的含水量分布

Fig. 6 The distribution of water content after the test

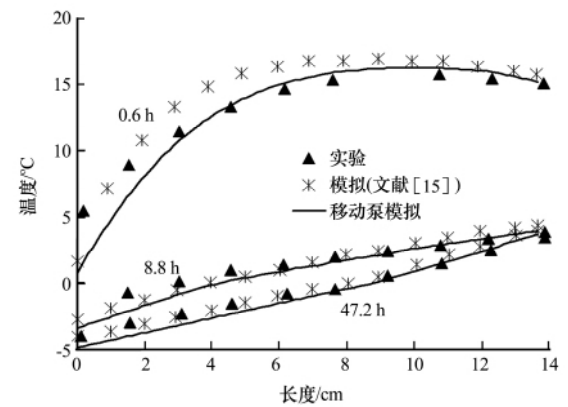


图 7 不同时刻的温度分布

Fig. 7 The distribution of temperature at different time

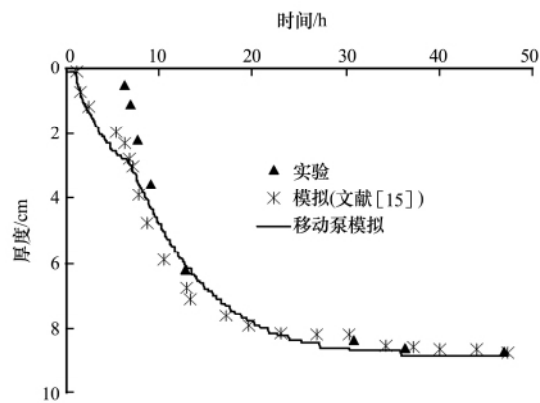


图 8 冻结深度变化曲线

Fig. 8 The curve of the variation of frozen depth.

地通过商业有限元程序实现, 在求解过程中不需要更新移动边界和重新划分网格, 相对于传统的人工编程处理移动边界的方法更方便快捷, 而且由于模型物理意义明白易懂使其便于推广应用.

### 3 结论

(1) 通过 Dirac 脉冲函数可以将流量边界转化

为点源(汇)项,通过钟形脉冲函数近似替换 Dirac 脉冲函数可以将点源(汇)项转换为在一个狭窄区域分布的场源(汇)项。

(2) 通过脉冲函数将冻融界面处流量边界条件扩展为分布在冻结锋面附近一个狭窄区域内的源(汇)项,提出冻土水热迁移的移动泵模型,该模型避免了传统水热耦合模型处理移动冻融界面的困难,因此数值计算过程得到较大程度的简化。

(3) 对一维封闭系统非饱和正冻土水分迁移试验进行数值模拟,计算得到的水分和温度变化过程与试验结果符合较好,说明了移动泵模型能较好地模拟冻土水热迁移过程。

### 参考文献(References):

- [1] Li Yang. A study on the moisture content migration model of seasonal frozen soil [D]. Changchun: Jilin University, 2008. [李杨. 季节冻土水分迁移模型研究[D]. 长春: 吉林大学, 2008.]
- [2] Sheng Yu, Ma Wei, Hou Zhongjie. A model of migration potential for moisture migration during soil freezing [J]. Journal of Glaciology and Geocryology, 1993, 15(1): 140-143. [盛煜, 马巍, 侯仲杰. 正冻土中水分迁移的迁移势模型[J]. 冰川冻土, 1993, 15(1): 140-143.]
- [3] Wen Zhi, Ma Wei, Xue Ke, et al. Study on moisture migration in frozen by matric potential sensor [J]. Chinese Journal of Soil Science, 2014, 45(2): 370-375. [温智, 马巍, 薛珂, 等. 基于 PF-meter 基质势传感器的冻土水分迁移研究[J]. 土壤通报, 2014, 45(2): 370-375.]
- [4] Rempel A W, Wettlaufer J S, Worster M G. Premelting dynamics in a continuum model of frost heave [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2004, 498: 227-244.
- [5] Watanabe K, Wake T. Hydraulic conductivity in frozen unsaturated soil [C]//Proceedings of 9th International Conference on Permafrost. Fairbanks, Alaska: University of Alaska Fairbanks, 2008: 1927-1932.
- [6] Horiguchi K, Miller R D. Hydraulic conductivity functions of frozen materials [C]//Proceedings of 4th International Conference on Permafrost. Washington DC, USA: National Academy Press, 1984: 504-508.
- [7] Taylor G S, Luthin J N. A model for coupled heat and moisture transfer during soil freezing [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1978, 15: 548-555.
- [8] Gilpin R R. A model of the 'liquid-like' layer between ice and a substrate with applications to wire regelation and particle migration [J]. Journal of Colloid and Interface Science, 1979, 68(2): 235-251.
- [9] Nixon J F. Discrete ice lens theory for frost heave in soils [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1991, 28(8): 843-859.
- [10] Harlan R L. Analysis of coupled heat-fluid transport in partially frozen soil [J]. Water Resources Research, 1973, 9(5): 1314-1323.
- [11] Azmatch T F, Sego D S, Arenson L U, et al. Using soil freezing characteristic curve to estimate the hydraulic conductivity function of partially frozen soils [J]. Cold Regions Science and Technology, 2012, 83/84: 103-109.
- [12] Zhou Yang, Zhou Guoqing. Finite volume simulation for coupled moisture and heat transfer during soil freezing [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(3): 440-446. [周扬, 周国庆. 土壤冻结水热耦合有限容积模拟研究[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(3): 440-446.]
- [13] Zhou Jiazuo, Li Dongqing, Fang Jianhong, et al. Numerical analysis of heat and mass transfers in saturated freezing soil in an open system [J]. Journal of Glaciology and Geocryology, 2011, 33(4): 791-795. [周家作, 李东庆, 房建宏, 等. 开放系统下饱和正冻土热质迁移的数值分析[J]. 冰川冻土, 2011, 33(4): 791-795.]
- [14] An Weidong, Ma Wei, Wu Ziwang, et al. Interaction among temperature, moisture and stress fields in frozen soil [M]. Lanzhou: Lanzhou University Press, 1989: 113-138. [安维东, 马巍, 吴紫汪, 等. 冻土的温度水分应力及其相互作用[M]. 兰州: 兰州大学出版社, 1989: 113-138.]
- [15] Hu Heping, Yang Shixiu, Lei Zhidong. A numerical simulation for heat and moisture transfer during soil freezing [J]. Journal of Hydraulic, 1992(7): 1-8. [胡和平, 杨诗秀, 雷志栋. 土壤冻结时水热迁移规律的数值模拟[J]. 水利学报, 1992(7): 1-8.]
- [16] Xu Xiaozu, Wang Jiacheng, Zhang Lixin. Frozen soil physics [M]. 2nd ed. Beijing: Science Press, 2010. [徐敦祖, 王家澄, 张立新. 冻土物理学[M]. 2版. 北京: 科学出版社, 2010.]

## A moving-pump model for moisture and heat transfer during soil freezing

ZHOU Jiazuo<sup>1</sup>, WEI Changfu<sup>1</sup>, LI Dongqing<sup>2</sup>, WEI Houzhen<sup>1</sup>

( 1. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China; 2. State Key Laboratory of Frozen Soil Engineering, Cold and Arid Regions Environmental and Engineering Research Institute, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China)

**Abstract:** The pulse function was used to transform the flux boundary condition into the source ( or sink) term. An imaginary pump located in the freezing front was sucking water from the frozen zone and storing it in a narrow transition zone near the freezing front. The water diffusion equation was divided effectively into two equations in the whole solving domain to avoid the problem of dealing with the moving interface between frozen and unfrozen zone. A sink term was introduced in one dividing equation to express the discharge of water from the unfrozen zone and a source term was introduced in the other dividing equation to express the gathering of water in the frozen zone. The field equations and relations between variables were inputted into the mathematical module of the simulation software COMSOL Multiphysics to model a freezing test of an unsaturated soil sample in closed system, and the simulated results was compared with the experimental and simulated results performed by predecessors.

**Key words:** frozen soil; moisture and heat transfer; numerical simulation; moving-pump model