

考虑残余强度和阈值影响的 岩石弹性损伤统计模型

周永强^{1a,1b} 盛谦^{1a,1b} 冷先伦^{1a,1b,2} 付晓东^{1a,1b} 李龙飞^{1a,1b}

(1. 中国科学院 a. 武汉岩土力学研究所; b. 岩土力学与工程国家重点实验室, 武汉 430071;

2. 水能资源利用关键技术湖南省重点实验室, 长沙 410014)

摘要: 基于统计学理论和损伤理论, 考虑岩石的残余强度和损伤阈值影响, 建立了三轴压缩条件下岩石损伤统计模型。以损伤模型为基础, 利用岩石在低围压作用下应力应变的极值特性, 导出了模型参数的统一求解方法。通过与试验数据的对比和验证发现: 以 Drucker-Prager 准则和 Mohr-Coulomb 准则计算岩石微元强度比以轴向应变函数计算岩石微元强度能更好地反映岩石的力学特性, 说明了岩石的破坏进程与其应力状态密切相关; 为考虑残余强度, 引入损伤变量修正系数, 在此基础上提出一种求解该修正系数的新方法, 从而使得模型得出的理论曲线能很好地接近试验数据; 以屈服点的微元强度为损伤阈值点, 避免了损伤系数在低荷载下不在 $[0, 1]$ 之间的情况。最后通过分析岩石损伤变量的变化过程, 证明了该模型可以很好地反映三轴受压状态下岩石的应力-应变关系。

关键词: 岩石力学; Weibull 分布; 修正系数; 阈值; 残余强度; 应力-应变关系

中图分类号: TU45

文献标志码: A

文章编号: 1001-5485(2016)03-0048-06

1 研究背景

岩石在外荷载作用下会产生许多微裂纹, 且是随机分布的。这些裂纹的存在使得岩石在宏观上表现为强度的部分丧失以及刚度的劣化, 即岩石产生了损伤。因为微裂纹的分布错综复杂, 且大小不一, 利用一般的理论知识是难以解决的, 而且是没有必要的, 这时统计学理论就成为了一种重要的研究手段。

对于统计分布类型, 文献 [1-2] 假设岩石微元强度服从 Weibull 分布; 文献 [3] 认为岩石微元强度服从幂函数分布; 蒋维^[4] 采用了对数正态分布; 曹文贵^[5] 利用岩石强度服从正态分布建立了能充分反映不同围压下岩石应变软化变形全过程的统一损伤软化统计本构模型; 李小峰^[6] 则认为正态分布使得岩石强度和参数有可能为负值, 与事实不合, 建议采用改进的 Harris 分布; 张明^[7] 采用 Weibull 分布、正态分布、类 Weibull 分布作了讨论和剖析, 证明采用 Weibull 分布较合适, 而正态分布和类 Weibull 分布在弹性损伤概率模型中则应当排除, 因此在选择统计分布类型时, 因 Weibull 的合理性及其简单性成为了岩石损伤统计模型的首要之选。基于 Weibull 分析, 在选择强度准则时, 唐春安^[8] 基于

应变理论, 建立了一种简单的统计损伤模型, 该模型形式简单, 参数少且容易获取, 但岩石的破裂及其扩展与其应力状态密切相关^[9], 因此直接建立岩石损伤变量与应力状态的关系, 并由此建立岩石损伤本构方程则更为合理。对此曹文贵等^[10] 采用 Drucker-Prager 准则, 提出了新的岩石微元强度表示方法, 这为岩石微元强度的确定提供了一种新的思路; 杨建平等^[11] 假设岩石微元破坏服从 Mohr-Coulomb 强度准则, 建立了岩石发生剪切破坏时的损伤演化方程; 石崇等^[12] 在 Hoek-Brown 准则及假定岩石颗粒服从 Weibull 函数随机分布的基础上, 结合岩石峰后软化的特点, 对损伤参量进行合理修正, 建立能反映岩石破裂全过程的三维损伤本构模型; 蒋维^[4] 基于 Mohr 准则, 建立了三轴压缩条件下岩石损伤本构模型。

根据损伤的定义可知, 岩石损伤并非一产生变形或承载就会发生, 必须当变形超过一定值或当内部应力超过一定水平才会发生损伤, 即所谓材料损伤存在损伤阈值问题^[13]。李树春^[14] 认为损伤阈值与屈服应变有关。然而同上述所述, 损伤变量应与应力状态有关, 因此在选择损伤阈值时, 应选择与应力有关的量来描述比较合理。由于摩擦和围压的影响, 岩石全应力-应变曲线中后期的岩样仍具有一

收稿日期: 2014-10-08; 修回日期: 2014-11-10

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973)项目(2015CB057905); 国家自然科学基金项目集成项目(91215301); 水能资源利用关键技术湖南省重点实验室开放研究基金(PKLHD201304)

作者简介: 周永强(1990-), 男, 江西南昌人, 博士研究生, 主要从事岩土工程领域的科研工作。(电话) 13554656059(电子邮箱) 852538607@qq.com。

定的残余强度,表现为黏聚力为 0 的纯摩擦。虽然已有学者考虑了残余强度的影响^[15-16],并引进了初始损伤数或者损伤变量修正系数,然而只能描述残余强度与峰值强度的相关关系,却不能定量地反映残余强度,也没有给出其确定方法。此外,目前能同时考虑损伤阈值和残余强度的岩石损伤统计模型还很少,甚至没有。因此建立能正确反映岩石损伤特征和残余强度的模型则成了需要解决的问题。

本文基于统计学理论和损伤力学理论,基于岩石微元强度服从 Weibull 分布,建立岩石单轴和三轴条件下统计损伤力学模型,考虑应力阈值及残余强度的影响,给出了模型中各个参数的统一的确定方法,在此基础上分析岩石的基本参数对该模型的影响。

2 不考虑阈值的岩石损伤软化模型

2.1 损伤变量

根据 Lemaitre^[17]的应变等效假设,可认为损伤材料的应力-应变关系可以用无损状态下的应力-应变关系来代替,而只需把名义应力 σ_i 换成有效应力 σ'_i 即可,则有

$$\sigma_i = (1 - D)\sigma'_i \quad (1)$$

式中 D 为损伤变量。根据连续介质力学,损伤变量 D 为已破坏的岩石微元数与全部的微元数之比,假设岩石微元强度符合 Weibull 分布,则损伤变量 D 的表达式为

$$D = \frac{n}{N} = \frac{\int_0^F NP(F)dF}{N} = \frac{\int_0^F N \frac{m}{F_0} \left(\frac{F}{F_0}\right)^{m-1} \exp\left[-\left(\frac{F}{F_0}\right)^m\right] dF}{N \left[1 - \exp\left[-\left(\frac{F}{F_0}\right)^m\right]\right]} \quad (2)$$

式中 m, F_0 均为分布参数。其中 m 表示岩石的脆性程度;如果 F 为轴向应变, N 表示岩石的微元个数, n 表示已破坏的岩石微元个数, F_0 为极限应变;如果 F 为应力函数, F_0 则表示岩石的宏观强度, P 为已破坏岩石微元数的概率。

2.2 不考虑阈值的损伤模型

无损岩石在三轴围压作用下的弹性本构模型为

$$\sigma_i = E\varepsilon_i + \mu(\sigma_j + \sigma_k) \quad (3)$$

其中 i, j, k 均为 1, 2, 3, E 和 μ 分别为弹性模量和泊松比。参考上式,有损岩石也可假设服从 Hook 定律,即

$$\sigma'_i = E\varepsilon'_i + \mu'(\sigma'_j + \sigma'_k) \quad (4)$$

假设岩石中损伤与未损伤部分材料变形协调,即有损岩石与无损岩石的应变相等,根据泊松比的定义也可知这 2 种岩石的泊松比也相等,结合式(1),即可得

$$\sigma_i = E\varepsilon_i(1 - D) + \mu(\sigma_j + \sigma_k) = E\varepsilon_i \left(\exp\left[-\left(\frac{F}{F_0}\right)^m\right] \right) + \mu(\sigma_j + \sigma_k) \quad (5)$$

上式即为三轴围压下考虑阈值的损伤模型。变换式(5),则可得到损伤变量 D 的表达式为

$$D = \frac{E\varepsilon_i + \mu(\sigma_j + \sigma_k) - \sigma_i}{E\varepsilon_i} \quad (6)$$

利用式(6),根据文献[18]提供的不同围压下的轴向应力与应变关系,可知损伤变量随轴向应变的变化过程如图 1 所示。

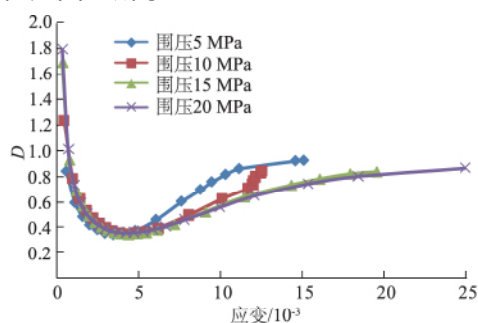


图 1 损伤变量随应变的变化过程

Fig. 1 Variation of damage variable with strain

从图 1 可知,在低荷载作用下,损伤变量的值不在 [0, 1] 之间,这与损伤变量的合理取值区间 [0, 1] 相违背;随着荷载的增加,损伤变量的值也在增加,且其值都在 [0, 1] 之间,最后都趋近于 1,即岩石失稳;随着围压的增大,损伤变量也相应地增大。这些现象说明了就岩石的损伤存在着一个阈值,而且是与应力状态相关,正好验证了上述的结论。超过这个值,岩石的微裂纹才开始扩展、汇合,最后贯通直至形成宏观裂纹;而低于这个值,岩石的微裂纹基本不变化。因此在建立岩石损伤模型时需考虑阈值问题。

2.2.1 模型参数的确定

模型参数 m, F_0 的确定是岩石损伤统计本构模型建立的关键之一,而现有模型参数确定主要有两大类方法。一种是根据岩石不同围压下的应力-应变曲线拟合得到^[19],另一种则是利用软化岩石的极限特性,根据应力峰值点来确定^[20]。第 1 种方法虽然比较简单,但无明确的物理意义,而第 2 种方法虽复杂,但物理意义明确,而且可得到适合于不同应力状态下统一的模型参数计算公式,同时也能反映岩石的峰值应力状态。因此本文将采用第 2 种方法

来确定岩石损伤本构模型的参数,具体过程如下。

设岩石峰值点的应力和应变分别为 σ_c 和 ε_c , 则根据极值特性, 岩石的应力应变模型的几何条件为:

$$\sigma_1 |_{\sigma_1=\sigma_c, \varepsilon_1=\varepsilon_c} = \sigma_c \quad ; \quad (7)$$

$$\frac{d\sigma_1}{d\varepsilon_1} |_{\sigma_1=\sigma_c, \varepsilon_1=\varepsilon_c} = 0 \quad \circ \quad (8)$$

联立式(7)、式(8)和式(5), 可得不同应力准则下或轴向应变下模型参数 m, F_0 的统一表达式, 即:

$$m = \frac{F |_{\sigma_1=\sigma_c, \varepsilon_1=\varepsilon_c}}{\varepsilon_c \frac{dF}{d\varepsilon_1} |_{\sigma_1=\sigma_c, \varepsilon_1=\varepsilon_c} \ln \frac{E\varepsilon_c}{\sigma_c - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)}}; \quad (9)$$

$$F_0 = \frac{F |_{\sigma_1=\sigma_c, \varepsilon_1=\varepsilon_c}}{\left(\ln \frac{E\varepsilon_c}{\sigma_c - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)} \right) \frac{1}{m}} \quad \circ \quad (10)$$

当 F 为 Drucker-Prager 应力准则、Mohr-Coulomb 应力准则或者轴向应变时, 有 $F |_{\sigma_1=\sigma_c, \varepsilon_1=\varepsilon_c} = \varepsilon_c dF/d\varepsilon_1 |_{\sigma_1=\sigma_c, \varepsilon_1=\varepsilon_c}$, 则式(9)化简为

$$m = \frac{1}{\ln \frac{E\varepsilon_c}{\sigma_c - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)}} \quad \circ \quad (11)$$

同样, 当 $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ 时, 式(9)和式(10)即可化简为单轴条件下岩石损伤模型参数的确定公式。

2.2.2 不同准则下的 F

在岩石领域中, 常用的准则有 Drucker-Prager 准则、Mohr-Coulomb 准则和 Hoek-Brown 准则, 当然对于损伤模型中 F 也可能是轴向应变, 现对基于这些准则的损伤模型进行简单阐述。

当 F 为轴向应变或者其函数时, 根据广义 Hook 定律则有

$$F = \varepsilon_1 \quad \text{或} \quad F = \varepsilon_1 - \frac{1 - 2\mu}{E} \sigma_3 \quad \circ \quad (12)$$

当采用 Drucker-Prager 准则时, 则微元强度 F 为

$$F = \alpha I_1' + \sqrt{J_2'} \quad \circ \quad (13)$$

式中: α 为与岩石内摩擦角 φ 有关的常数; I_1' 和 J_2' 分别为有损岩石的有效应力的第一应力不变量和第二偏应力不变量。根据式(2)和式(5), 则有

$$F = \alpha \frac{(\sigma_1 + 2\sigma_3)E\varepsilon_1}{\sigma_1 - 2\mu\sigma_3} + \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)E\varepsilon_1}{\sqrt{3}(\sigma_1 - 2\mu\sigma_3)} \quad \circ \quad (14)$$

采用 Mohr-Coulomb 准则时, 微元强度则变成

$$F = \frac{1}{2} [(\sigma_1' - \sigma_3') + (\sigma_1' + \sigma_3') \sin\varphi] = \frac{[(\sigma_1 - \sigma_3) + (\sigma_1 + \sigma_3) \sin\varphi]}{2(\sigma_1 - 2\mu\sigma_3)} \quad \circ \quad (15)$$

同样, 对于 Hoek-Brown 准则, 微元强度为

$$F = \sigma_1' - \sigma_3' - \sqrt{m\sigma_c\sigma_3' + s\sigma_c^2} = \frac{m\sigma_c\sigma_1'E\varepsilon_1}{\sigma_1 - 2\mu\sigma_3} + \frac{\sigma_1^2 E^2 \varepsilon_1^2 - 2\sigma_1\sigma_3 E^2 \varepsilon_1^2 + \sigma_3^2 E^2 \varepsilon_1^2}{(\sigma_1 - 2\mu\sigma_3)^2} \quad \circ \quad (16)$$

式中: σ_c 为岩石单轴抗压强度; m, s 为岩体材料参数, 取决于岩石性质和破碎程度。

从上述可知, 虽然 Hoek-Brown 准则能较好地反映岩石的力学性质, 但其形式复杂, 参数较多, 且比较难确定, 因此本文下面的分析将只针对前 2 种准则以及轴向应变函数(公式(12)中的第 2 个函数)。

3 考虑阈值和残余强度的损伤模型

3.1 只考虑阈值的损伤模型

上述研究在考虑岩石微元强度时取得了较大的发展, 但是其建立的损伤模型还存在着一定的不足, 即认为岩石一开始受载时就发生损伤, 没有考虑损伤起始点问题, 有的研究认为岩石损伤初始点在峰值点处, 然而这与岩石损伤机制不符。文献[21]认为在屈服点附近, 声发射监测到的微裂纹破裂的程度才开始增加, 同时岩石的体积应变值也开始增大, 因此笔者认为岩石的损伤阈值即为岩石的屈服点, 则式(5)变为

$$\sigma_i = \begin{cases} E\varepsilon_i + \mu(\sigma_j + \sigma_k), & F < F_s; \\ E\varepsilon_i \left[\exp\left(-\left(\frac{F}{F_0}\right)^m\right) \right] + \mu(\sigma_j + \sigma_k), & F \geq F_s \end{cases} \quad \circ \quad (17)$$

式中 F_s 为屈服时的岩石微元强度值。式(17)即为岩石考虑阈值时的损伤统计模型。

3.2 考虑阈值和残余强度的损伤模型

岩石在承受荷载作用时, 尤其是同时受围压作用时, 当发生破坏时, 其强度不是立即变为 0, 而是还有摩擦力作用产生的残余强度。对于残余强度的考虑, 大多数研究的做法是引进损伤变量修正参数或者初始损伤数, 即

$$\sigma_i = (1 - \delta D)\sigma_i' \quad \circ \quad (18)$$

式中 δ 为损伤变量修正参数或者初始损伤数。 δ 的确定方法基本有两类: 第 1 类是通过不断地改变 δ 值的大小来逐渐拟合岩石应力-应变曲线, 第 2 类则是定义 δ 为不同围压下残余强度与峰值强度比值的一次方或者 1/2 次方。对于第 1 类方法, 虽然方法简单, 但求解正确的 δ 值比较繁琐、困难, 且其存在一个问题: 当 $\delta < 1$ 时, 随着应变的增加, 峰后应

力在减小,但达到一定的应变值后,随着应变的增加,应力反而一直地增加,且 δ 越小,应力值增加的幅度越大,这与实际情况严重不符。第 2 类方法较好地解决了第 1 类方法的问题,但在某一特定围压下,随着 δ 的增加,残余强度却在减小,峰值强度也在减小,且残余强度减小的幅度远远大于峰值强度,这与 δ 的定义相违背。对此,本文提出了另一种方法:同样引进损伤变量修正参数,与式(18)相同,然而在求解模型参数时除考虑式(7)和式(8)之外,还需额外增加一个几何条件,即

$$\sigma_1 \Big|_{\sigma_1=\sigma_u, \varepsilon_1=\varepsilon_u} = \sigma_u \quad (19)$$

式中 σ_u 和 ε_u 分别为刚达到残余强度时的应力和应变。联立式(19)、式(7)、式(8)和式(5),可得不同应力准则下或轴向应变下模型参数 m, F_0 和 δ 的统一表达式,即

$$m = \left[-\frac{\sigma_c - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)}{\varepsilon_c} F \Big|_{\sigma_1=\sigma_c, \varepsilon_1=\varepsilon_c} \right] \left\{ \left[\sigma_c - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) - E\varepsilon_c(1-\delta) \right] \frac{dF}{d\varepsilon_1} \Big|_{\sigma_1=\sigma_c, \varepsilon_1=\varepsilon_c} \ln \left[\frac{\sigma_c - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)}{\delta E\varepsilon_c} - \frac{1}{\delta} + 1 \right] \right\}^{-1} \quad (20)$$

$$F_0 = \frac{F \Big|_{\sigma_1=\sigma_c, \varepsilon_1=\varepsilon_c}}{\left(-\ln \left[\frac{\sigma_c - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)}{\delta E\varepsilon_c} - \frac{1}{\delta} + 1 \right] \right)^{\frac{1}{m}}} \quad (21)$$

$$F \Big|_{\sigma_1=\sigma_c, \varepsilon_1=\varepsilon_c} \ln \frac{F \Big|_{\sigma_1=\sigma_c, \varepsilon_1=\varepsilon_c}}{F \Big|_{\sigma_1=\sigma_u, \varepsilon_1=\varepsilon_u}} + \frac{\ln \left[\frac{\sigma_c - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)}{\delta E\varepsilon_c} - \frac{1}{\delta} + 1 \right]}{\ln \left[\frac{\sigma_u - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)}{\delta E\varepsilon_u} - \frac{1}{\delta} + 1 \right]} \times \left\{ \left[\sigma_c - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) - E\varepsilon_c(1-\delta) \right] \frac{dF}{d\varepsilon_1} \Big|_{\sigma_1=\sigma_c, \varepsilon_1=\varepsilon_c} \ln \left[\frac{\sigma_c - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)}{\delta E\varepsilon_c} - \frac{1}{\delta} + 1 \right] \right\} \left\{ \left[\sigma_c - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) / \varepsilon_c \right] F \Big|_{\sigma_1=\sigma_c, \varepsilon_1=\varepsilon_c} \right\}^{-1} = 0 \quad (22)$$

式(22)为一个隐式方程,需通过迭代来求解,当 δ 为 1 时,式(20)和式(21)即为式(9)和式(10), δ 值的大小没有范围,即可大于 1,也可小于 1。

在此基础上再考虑损伤阈值,则式(17)变为

$$\sigma_i = \begin{cases} E\varepsilon_i + \mu(\sigma_j + \sigma_k), & F < F_s; \\ E\varepsilon_i \left\{ 1 - \delta + \delta \exp \left[- \left(\frac{F}{F_0} \right)^m \right] \right\} + \mu(\sigma_j + \sigma_k), & F \leq F_s \text{ 且 } \sigma_i > \sigma_u; \\ \sigma_u, & \sigma_i = \sigma_u. \end{cases} \quad (23)$$

式(23)即为考虑残余强度和损伤阈值的岩石损伤统计模型。

4 试验验证与对比

为了验证该模型的合理性以及正确性,本文引用了文献[18]中的岩石三轴围压作用下的压缩试验数据,其中岩石的参数分别为: E 为 90 GPa, μ 为 0.25,内摩擦角 φ 为 31.3°,黏聚力为 45.164 8 MPa。可以得出不同围压下基于不同准则的理论数据与试验数据的拟合情况,如图 2 所示。

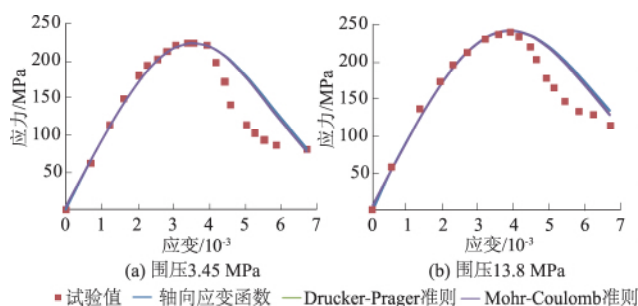


图 2 不同围压下基于各种准则的理论数据与试验数据的拟合情况

Fig. 2 Comparison between experimental data and theoretical data based on various criterions under different confining pressures

从图 2 可以看出,Drucker-Prager 准则、Mohr-Coulomb 准则较轴向应变函数更好地反映岩石的应力应变情况,特别是在围压较大时比较明显;Drucker-Prager 准则和 Mohr-Coulomb 准则基本上拟合情况比较一致。考虑到 Drucker-Prager 准则较 Mohr-Coulomb 准则可以考虑到静水压力以及中间主应力的影响,以下的讨论将只针对基于 Drucker-Prager 准则的岩石微元强度。当围压为 13.8 MPa 时,理论曲线最后得出的应力与残余强度相近;但围压为 3.45 MPa 时,各种理论曲线得出的应力值都比试验曲线的残余强度要小,而围压为 27.6 MPa 时,则得出了相反的结论,说明式(17)的损伤模型不能很好地反映岩石的残余强度。同样的,如果不考虑阈值的影响,即可得到损伤变量的变化过程如图 1 所示,由于初始损伤小于 0,显然与实际不符,也说明式(5)的损伤模型同样不能很好地反映岩石的力学性质。因此下面将针对残余强度与阈值的影响进行验证。

利用式(20)、式(21)和式(22)可以算出不同围压下损伤模型的参数见表 1。同样根据表 1 可以得出不同围压下基于 Drucker-Prager 准则的理论数据与试验数据的拟合情况,如图 3 所示。

表 1 考虑残余强度不同围压下损伤模型的参数
Table 1 Parameters of damage model under different confining pressures considering residual strength

准则	围压/MPa	m	F_0	最佳 δ
Drucker-Prager 准则	3.45	3.821	282.122	0.939
	13.80	2.428	393.087	1.073

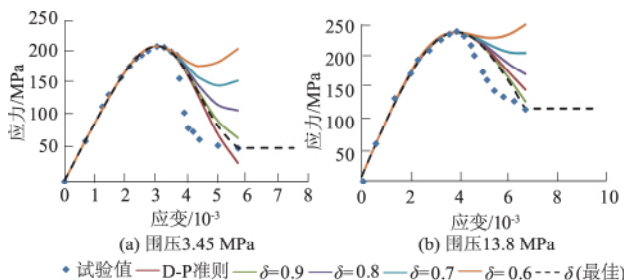


图 3 不同围压下基于 Drucker-Prager 准则的理论数据与试验数据的拟合情况(考虑残余强度)
Fig. 3 Comparison between experimental data and theoretical data based on Drucker-Prager criterion under different confining pressures (in consideration of the residual strength)

从图 3 中可以看出: 在不同围压下考虑残余强度的损伤模型比基于传统 Drucker-Prager 准则的损伤模型(不考虑残余强度)更加接近于试验曲线; 当损伤变量修正系数 $\delta < 1$ 时, 随着应变的增加, 峰后应力在减小, 但达到一定的应变值后, 随着应变的增加, 应力反而一直增加, 且 δ 越小, 应力值增加的幅度越大, 正好验证了上述结论。

根据式(6), 同时考虑阈值的影响, 可求出岩石的损伤变量为

$$D = \begin{cases} 0, & F < F_s; \\ \frac{E\varepsilon_i + \mu(\sigma_j + \sigma_k) - \sigma_i}{E\varepsilon_i}, & F \geq F_s. \end{cases} \quad (24)$$

同样根据式(23) 求出岩石的损伤变量(包括修正系数, 假设极限应变即为残余强度对应的应变)为

$$D = \begin{cases} 0, & F < F_s; \\ \delta - \delta \exp\left[-\left(\frac{F}{F_0}\right)^m\right], & F \geq F_s. \end{cases} \quad (25)$$

利用式(25)和(24)可得出损伤变量随应变变化的过程如图 4 所示。以式(24)的损伤变量作为参考值, 式(25)表示考虑残余强度和阈值的损伤变量, 图中的 Drucker-Prager 准则为基于 Weibull 分布, 以传统的 Drucker-Prager 准则为岩石微元强度的损伤变量。从图中可以知道, 考虑残余强度和阈值的损伤变量更加接近参考值, 尤其是围压为 13.8 MPa 时的情况。

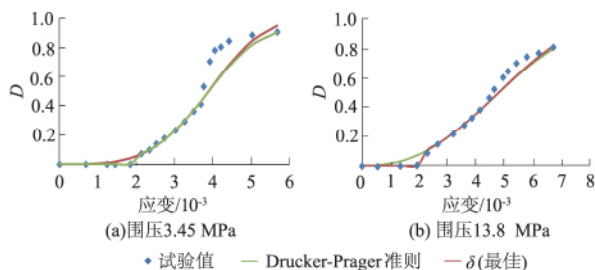


图 4 损伤变量随应变变化的过程
(考虑残余强度和阈值影响)

Fig. 4 Variation of damage variable with strain
(in consideration of residual strength and threshold)

5 结 论

本文在前人研究的基础上, 基于 Weibull 分布, 综合考虑了岩石残余强度和损伤阈值的影响, 从而建立了岩石损伤统计模型, 并借用了前人的岩石试验数据进行验证和对比, 得出了以下结论:

(1) 当不考虑损伤阈值时, 岩石在低荷载作用下, 其损伤变量的值不在 $[0, 1]$ 之间, 这与损伤变量的合理取值区间 $[0, 1]$ 相违背; 随着围压的增大, 损伤变量也相应地增大, 说明了岩石的损伤存在着一个阈值, 而且是与应力状态相关。

(2) 为综合考虑岩石残余强度和损伤阈值的影响, 本文提出的损伤模型中含有 3 个未知数 m, F_0, δ , 通过采用极值特性的理论导出了这 3 个模型参数的统一求解式, 从而很好地解决了前人因引进损伤变量修正参数而产生的问题。

(3) 本文所提出的损伤模型虽很好地解决了岩石的残余强度和损伤阈值问题, 然而该模型是基于线弹性理论, 并不能反映岩石的塑性变形, 因此岩石的弹塑性损伤统计模型将是笔者以后需要研究的问题。

参考文献:

- [1] 李树春, 许江, 李克钢. 基于初始损伤系数修正的岩石损伤统计本构模型[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2007, 39(6): 41-44.
- [2] XIANG Li, CAO Wen-gui, SU Yong-hua. A Statistical Damage Constitutive Model for Softening Behavior of Rocks[J]. Engineering Geology 2012, 143-144(8): 1-17.
- [3] 刘成学, 杨林德, 曹文贵. 岩石统计损伤软化本构模型及其参数反演[J]. 地下空间与工程学报, 2007, 3(3): 453-457.
- [4] 蒋维, 邓建, 司庆超. 基于 Mohr 准则的岩石损伤本构模型及其修正研究[J]. 河北工程大学学报(自然科学版), 2010, 27(2): 30-33.
- [5] 曹文贵, 莫瑞, 李翔. 基于正态分布的岩石软化损伤统计本构模型及其参数确定方法探讨[J]. 岩土工

- 程学报, 2007, 29(5): 671-675.
- [6] 李小峰, 王军保. 基于改进 Harris 分布的岩石损伤统计本构模型研究[J]. 地下空间与工程学报, 2012, 8(4): 767-771.
- [7] 张明. 李岩石破裂过程中的灾变[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1993.
- [8] 唐春安, 李树春, 许江, 等. 岩石损伤统计本构模型及其参数确定的研究[J]. 矿业研究与开发, 2007, 27(2): 6-8.
- [9] 刘成学, 杨林德. 一种新的岩石损伤软化本构模型[J]. 水利水运工程学报, 2006(3): 25-28.
- [10] 曹文贵, 赵明华, 刘成学. 基于 Weibull 分布的岩石损伤软化模型及其修正方法研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(19): 3226-3231.
- [11] 杨建平, 陈卫忠, 黄胜. 一种岩石统计损伤本构模型的研究[J]. 岩土力学, 2010, 31(增2): 7-11.
- [12] 石崇, 蒋新兴, 朱珍德, 等. 基于 Hoek-Brown 准则的岩石损伤本构模型研究及其参数探讨[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(增1): 2647-2652.
- [13] 曹文贵, 赵衡, 张永杰, 等. 考虑体积变化影响的岩石应变软化损伤本构模型及参数确定方法[J]. 岩土力学, 2011, 32(3): 647-654.
- [14] 李树春, 许江, 李克钢, 等. 基于 Weibull 分布的岩石损伤本构模型研究[J]. 湖南科技大学学报(自然科学版), 2007, 22(4): 65-68.
- [15] 曹瑞琅, 贺少辉, 韦京, 等. 基于残余强度修正的岩石损伤软化统计本构模型研究[J]. 岩土力学, 2013, 34(6): 1652-1661.
- [16] 李树春, 许江, 李克钢. 基于初始损伤系数修正的岩石损伤统计本构模型[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2007, 39(6): 41-44.
- [17] LEMAITRE J. Application of Damage Concepts to Predict Creep-fatigue Failure[J]. Journal of Engineering Materials and Technology(ASME), 1979, 101(1): 202-209.
- [18] 耶格 J C, 库克 N G W. 岩石力学基础[M]. 北京: 科学出版社, 1983.
- [19] WANG Zhi-liang, LI Yong-chi, WANG J G. A Damage-softening Statistical Constitutive Model Considering Rock Residual Strength[J]. Computers & Geosciences, 2007, 33: 1-9.
- [20] 许江, 李树春, 刘延保, 等. 基于 Drucker-Prager 准则的岩石损伤本构模型[J]. 西南交通大学学报, 2007, 42(3): 278-282.
- [21] FANG Z, HARRISON J P. Application of A Local Degradation Model to the Analysis of Brittle Fracture of Laboratory Scale Rock Specimens under Triaxial Conditions[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2002, 39: 459-476.
- [22] 康亚明, 刘长武, 贾延, 等. 岩石的统计损伤本构模型及临界损伤度研究[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2009, 41(4): 42-47.

(编辑: 赵卫兵)

Statistical Constitutive Model of Elastic Damage for Rock Considering Residual Strength and Threshold

ZHOU Yong-qiang^{1,2}, SHENG Qian^{1,2}, LENG Xian-lun^{1,2,3}, FU Xiao-dong^{1,2}, LI Long-fei^{1,2}

(1. Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China;

2. State Key Laboratory of Geo-mechanics and Geo-technical Engineering, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China; 3. Hunan Provincial Key Laboratory of Key Technology on Hydropower Development, Changsha 410014, China)

Abstract: Based on the statistical theory and damage theory, we establish a statistical damage model under triaxial compression in consideration of residual strength and damage threshold of rock. On the basis of the damage model presented, as well as extreme characteristics of stress-strain relationship at low confining pressure, we derive a unified solution of mechanical parameters of the model. In comparison with the experimental data, we discover that micro-unit strength of rock based on Drucker-Prager criterion or Mohr-Coulomb criterion is better than axial strain in reflecting rock mechanical properties, which shows that the failure and extension of rock is closely relevant with stress state. Then, in light of residual strength of rock, we introduce correction factor of damage variable and propose a new method for solving the factor. The results show that, data from theoretical curve in the damage model is in correspondence with experimental data; by using stress yield point as damage threshold point, we can avoid the situation that value of damage factor is not in the interval from 0 to 1 at low loading. Finally, through analyzing the changing process of rock damage variable, we conclude that the damage model can well reflect the stress-strain relationship of rock under triaxial compression.

Key words: rock mechanics; Weibull distribution; correction factor; threshold; residual strength; stress-strain relationship