

岩体错动带抗剪强度参数的 Beta 概率分布*

鲁燕儿¹, 刘勇²

(1. 中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室 武汉 430071;
2. 新加坡国立大学土木与环境工程系, 新加坡 119260)

摘要: 分析了多个实际工程错动带抗剪强度参数的分布特点和 Beta 分布的优点, 认为 Beta 分布可有效地拟合错动带黏聚力和摩擦系数的分布规律, 探讨了 Beta 分布参数的确定方法。根据白鹤滩水电站 31 组错动带的黏聚力和摩擦系数, 得到了两者的 Beta 分布概率密度函数, 很好地解决了正态分布和对数正态分布数据负值和无限的问题, 且具有良好的灵活性, 可根据实际错动带抗剪强度参数的样本数据反映其右偏态、正态或左偏态。采用 A-D 法检验了错动带抗剪强度参数的 Beta 分布概率密度函数, 通过偏转换法得到了转换后的 A-D 检验统计量, 并与相应的临界值进行对比, 结果表明白鹤滩水电站错动带抗剪强度参数服从 Beta 分布。

关键词: 错动带; 概率密度函数; Beta 分布; 黏聚力; 摩擦系数

中图分类号: TU452 文献标识码: A 文章编号: 1673-0836(2014)06-1250-07

Beta Probability Distribution of Shear Strength Parameters of Weakness Interlayers in Rockmass

Lu Yaner¹, Liu Yong²

(1. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China; 2. Department of Civil & Environmental Engineering, National University of Singapore, 119260, Singapore)

Abstract: The distribution characteristics of the weak interlayers in rockmass of several projects and the advantages of Beta distribution are analyzed. It reflects that the Beta distribution can effectively fit the distribution of the cohesion strength and coefficient factors of the weak interlayers. The methods for determining the parameters in Beta distribution are discussed. The Beta probability density functions of the cohesion strength and coefficient factors of the weak interlayers are derived according to 31 groups of test results in Baihetan Power Station. Compared with normal distribution and lognormal distribution, the Beta distribution is found to be effective in avoiding negative and infinite parameters. It has flexibility in reflecting the real distribution with right skewness, normality or left skewness. A-D test is carried out to test the Beta probability density functions of the shear strength parameters of the weak interlayers. The A-D test statistics obtained by biased transformation method are compared with the critical value, which indicates that Beta distribution is suitable for fitting the shear strength parameters of the weak interlayers in Baihetan Power Station.

Keywords: weakness interlayer; probability density function; Beta distribution; cohesion strength; coefficient factor

* 收稿日期: 2014-08-19(修改稿)

作者简介: 鲁燕儿(1981-)女, 浙江余姚人, 博士, 副研究员, 主要从事岩土力学特性等方面的研究工作。

E-mail: yelu@whrsm.ac.cn

基金项目: 国家自然科学基金(11102219)

1 引言

岩土体由于经历了长期、多循环的各种地质作用,使其内部结构和组成成分发生了巨大改变,因此导致岩土体的性质产生了较大差异,即使在同一地区和同一岩土体内也存在强烈的空间变异性。岩体受大规模内动力地质作用的影响,沿某一破裂面发生相对剪切错动,致使原岩结构遭到破坏,形成一层较软弱的剪切破碎带,通常称之为错动带^[1]。其具有结构疏松、多层产出、强度较低等特点,分布位置和方位具有较大的随机性,几何尺寸和物理力学性质具有明显的空间变异性,因此它的存在给诸多地下工程带来了严重的安全隐患,必须对此类工程进行风险分析和评估。

风险分析的首要任务是风险源的辨识和风险因子的描述,研究风险源的实质即对研究对象的不确定性进行研究,包括客观不确定性(工程场地的水文地质条件)和主观不确定性(缺乏对系统信息的认识)^[2]。含错动带岩体工程的客观不确定性主要来源于错动带的分布随机性和性质空间变异性,对由此产生的不确定性分析的一项重要工作是对错动带物理力学参数的随机场进行合理估计和描述,目前,概率统计理论和可靠度理论仍是岩土工程不确定性定量研究的重要手段^[3,4],变量的不确定性可用随机变量的均值、变异系数及概率分布函数描述,随机变量的概率分布函数对可靠性指标和风险分析具有重要的影响^[5,6]。严春风等^[5]通过岩土工程参数不同分布函数对可靠度指标的敏感度分析,说明可靠度计算中应重视分布函数的影响。Fenton和Griffiths^[6]基于随机有限元方法对多种岩土工程问题进行了风险分析,其中参数的分布类型是建立随机有限元模型的基础。

谭忠盛等根据对各级围岩抗剪强度指同标的统计分析结果,认为隧道围岩抗剪强度指标服从正态分布或对数正态分布^[7]。陈立宏等鉴于正态分布的局限性,认为土体抗剪强度指标选择对数正态分布更为合理^[8]。在实际岩土工程中,绝大多数随机变量的分布区域是有限的,选用正态、对数正态和极值型等无界分布,势必影响所获得的可靠性指标,甚至得到不符合实际意义的结果,张贵金等认为Beta分布更精细^[9]。

文献[10]收集了我国34个水电站和水库的92组错动带现场抗剪强度参数,对这些工程岩体

错动带的黏聚力和摩擦系数进行统计分析。分析结果可见错动带的黏聚力主要集中于低强度范围内(0 kPa~65 kPa),错动带摩擦系数的分布范围为0.1~0.65,分布曲线具有左倾性,接近于对数正态分布曲线,但其分布范围具有明显的界限。因此,若使用正态分布和对数正态分布来描述错动带剪切强度参数将会影响最终的计算结果。而Beta分布可根据实际样本数据反映右偏态、正态或左偏态^[11],并可解决正态分布数据负值、对数正态分布数据无限的局限性,因此Beta分布可有效地反映错动带抗剪强度参数的分布特点。

本文结合错动带抗剪强度参数的分布特点,采用Beta分布来描述黏聚力和摩擦系数的分布规律。探讨了Beta分布参数的确定方法;结合白鹤滩水电站岩体错动带试验结果计算了该区域错动带抗剪强度参数的Beta分布,并利用A-D检验方法进行统计分布检验。

2 Beta分布

2.1 Beta分布的概率密度函数

若假设随机变量 x 服从Beta分布,则其概率密度函数为:

$$f(x; \gamma, \eta, a, b) = \begin{cases} \frac{1}{B(\gamma, \eta)} \frac{(x-a)^{\gamma-1} (b-x)^{\eta-1}}{(b-a)^{\gamma+\eta-1}}, & a \leq x \leq b \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (1)$$

式中: x 为随机变量; a 和 b 为随机变量分布范围的上下限值; γ 和 η 为分布的形参数; $B(\gamma, \eta)$ 为Beta函数:

$$B(\gamma, \eta) = \int_a^b y^{\gamma-1} (1-y)^{\eta-1} dy \quad (2)$$

取归一化变量 $t = (x-a)/(b-a)$,则得到标准Beta分布的概率密度函数为:

$$f(t; \gamma, \eta) = \begin{cases} \frac{1}{B(\gamma, \eta)} t^{\gamma-1} (1-t)^{\eta-1}, & 0 \leq t \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (3)$$

根据式(1)可得Beta分布的各阶矩相关的统计量。其中均值、方差、偏斜度系数和峭度系数可通过如下公式计算^[12]。

均值:

$$\mu = a + \frac{\gamma}{\gamma + \eta} (b - a) \quad (4)$$

方差:

$$\sigma^2 = \frac{\gamma\eta}{(\gamma + \eta)^2(\gamma + \eta + 1)}(b - a)^2 \quad (5)$$

偏斜度系数:

$$\beta_1 = \frac{2(\eta - \gamma)}{\gamma + \eta + 2} \sqrt{\frac{\gamma + \eta + 1}{\gamma\eta}} \quad (6)$$

峭度系数:

$$\beta_2 = \frac{3(\gamma + \eta + 1)[\gamma\eta(\gamma + \eta + 2) + 2(\gamma - \eta)^2]}{\gamma\eta(\gamma + \eta + 2)(\gamma + \eta + 3)} \quad (7)$$

2.2 Beta 分布的特点

形参数 γ 和 η 决定了 Beta 分布概率密度函数曲线的形状,形参数取值不同,得到的密度函数曲线形状各异,如图 1 所示。图 1 表明不同形参数时, Beta 分布可对应均匀分布($\gamma = 1, \eta = 1$)、近似正态分布(如: $\gamma = 9, \eta = 9$)、近似对数正态分布(如: $\gamma = 3, \eta = 6$),由此可见 Beta 分布形状适应性强且分布区域有界,选择此分布来描述错动带剪切强度参数这一类非对称且具有一定分布范围的统计量具有较强的优越性。

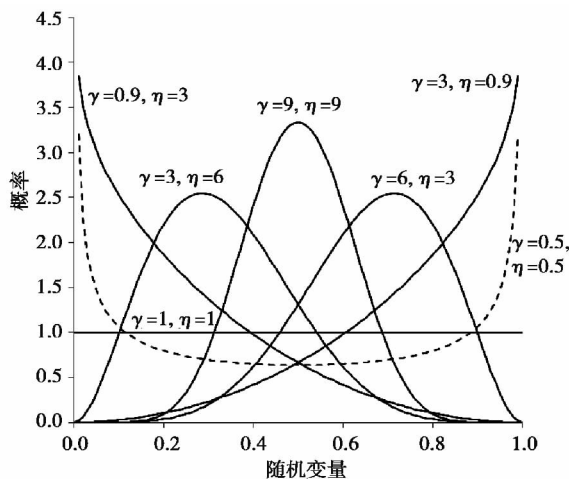


图 1 不同形参数情况下标准 Beta 分布概率密度函数

Fig. 1 Standard beta distributions with different shape parameters

2.3 参数的确定方法

确定服从 Beta 分布的随机变量的概率密度函数,首先需要确定其中的四个参数 a 、 b 、 γ 和 η ,根据文献[13, 14],可归纳为三种参数确定方法:直接法、经验系数法和迭代法。

2.3.1 直接法

首先对获得的样本进行统计分析,得到该样本的前四阶矩,而后通过联合求解式(4)~式(7)可直接得到参数 a 、 b 、 γ 和 η 的值。该方法计算简

便,但针对样本容量较小的情况,其得到的前四阶矩与实际情况有一定偏差,从而导致求得的参数误差较大,不利于该分布在实际工程领域的应用。

2.3.2 经验系数法

若直接将样本的最大值和最小值定义为分布的上下限,将会忽略样本区间以外可能存在的小概率事件,因此根据经验考虑这些小概率事件对参数的影响,得到参数 a 、 b :

$$a = (1 - l)x_{\min} \quad (8)$$

$$b = (1 + l)x_{\max} \quad (9)$$

式中: x_{\min} 和 x_{\max} 为样本的最小值和最大值; l 为考虑样本范围外小概率事件的经验系数,当样本容量小于 200 时 $l = 0.1$; 当样本容量大于 200 时 $l = 0.05$ 。形参数 γ 和 η 由附录 A 式(A-7)和(A-8)结合平均值和方差计算得到。

2.3.3 迭代法

Cooke^[15]分别针对样本容量较小和较大的情况,推导得到了随机分布上下限值的估算公式。样本容量较小时($n < 51$),可直接由以下公式求得:

$$a = 2y_1 - \sum_{i=1}^n [F(n, i-1) - F(n, i)]y_i \quad (10)$$

$$b = 2y_n - \sum_{i=0}^{n-1} [F(n, i) - F(n, i+1)]y_{n-i} \quad (11)$$

式中: $F(n, i) = (1 - i/n)^n$ 。

当样本容量较大时($n \geq 51$),采用迭代法求解,计算过程如图 2 所示。

3 错动带抗剪强度参数的 Beta 分布概率密度函数

3.1 样本数据

白鹤滩水电站位于金沙江下游四川省宁南县和云南省巧家县境内,厂址区域普遍存在罕见的力学性质较差的层间和层内错动带^[16, 17]。层间和层内错动带的发育位置不同,层间错动带发育于各岩流层顶部凝灰岩层中,而层内错动带则发育于玄武岩各岩流层内。在地下厂房洞室群所在空间区域出露的层间错动带主要为 C_2 、 C_3 、 C_4 和 C_5 ,其空间展布与岩流层产状一致,厚度 5 cm ~ 60 cm 不等。左右岸均有不同发育程度的层内错动带分布,在一定范围内连续,但延伸于两岸的不多,产状与岩流层近似平行,厚度 2 cm ~ 50 cm 不等。文献[17]对

续表 1

序号	错动带编号	黏聚力 x_c (kPa)	摩擦系数 x_f
8	LS234	40	0.38
9	LS313	43	0.55
10	LS321	42	0.54
11	LS325	55	0.47
12	LS326	49	0.48
13	LS331	36	0.49
14	LS3312	13	0.54
15	LS3320	29	0.48
16	LS3320-1	20	0.52
17	LS333	60	0.44
18	LS334	62	0.47
19	LS335	73	0.71
20	LS336	56	0.40
21	LS415	41	0.56
22	LS422	42	0.46
23	LS428	63	0.41
24	RS234	45	0.61
25	RS321	38.5	0.65
26	RS322	50	0.65
27	RS3311	32.5	0.52
28	RS3312	47.5	0.52
29	RS336	7.5	0.64
30	RS337	21.667	0.56
31	RS336	32.5	0.49

注:编号 C 代表层间错动带,LS 代表左岸层内错动带,RS 代表右岸层内错动带。

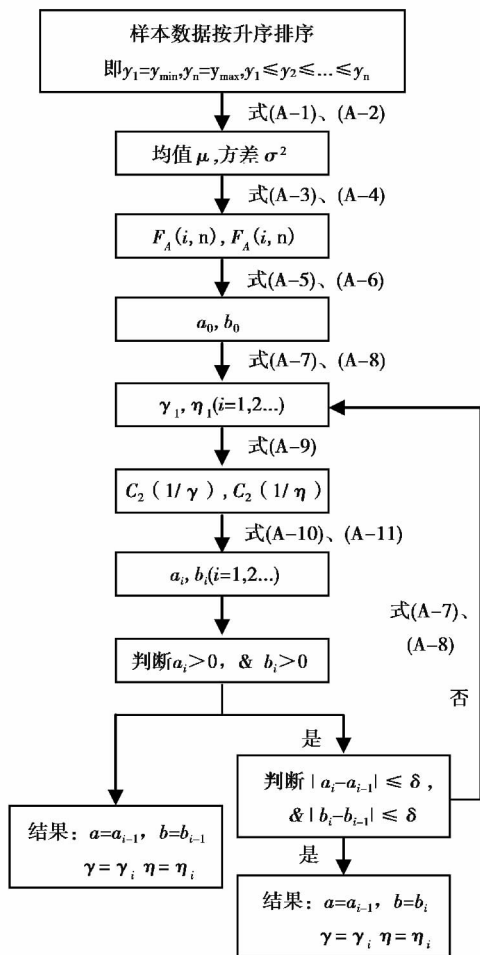
3.2 Beta 分布概率密度函数

根据表 1 中的数据,由于其样本数较小,因此采用式(10)和式(11)求解黏聚力和摩擦系数 Beta 分布概率密度函数中的参数 a 、 b 、 γ 和 η ,求解过程中所得参数和最终结果见表 2。

表 2 错动带抗剪强度参数 Beta 分布参数求解结果

Table 2 Parameters in Beta distribution of shear strength parameters of weakness interlayers

	均值	方差	a	b	γ	η	β_1	β_2
黏聚力 c	39.8	229.2	4.52	76.9	2.30	2.41	0.033	2.23
摩擦系数 f	0.51	0.0074	0.34	0.73	1.71	2.34	0.234	2.22



注:图中公式(A-1)~(A-11)与附录A中公式对应, δ 为收敛误差。

图 2 迭代法求解参数流程图

Fig. 2 Flow chart of iterative method for calculating the parameters

错动带的物理力学性质进行了室内试验,根据所得试验结果,获得了 31 条层间和层内错动带的抗剪强度参数,见表 1。

表 1 白鹤滩水电站错动带抗剪强度参数

Table 1 Shear strength parameters of weakness interlayers in Baihetan hydropower station

序号	错动带编号	黏聚力 x_c (kPa)	摩擦系数 x_f
1	C2	22.57	0.35
2	C3	36.92	0.40
3	C3-1	30.6	0.41
4	C4	33.8	0.45
5	C5	52.5	0.53
6	LS337	26.3	0.46
7	LS337	32.5	0.51

将上述参数分别代入式(1)得到黏聚力和摩擦系数的 Beta 分布概率密度函数:

$$f(x_c) = \begin{cases} \frac{(x_c - 4.52)^{1.3} (76.9 - x_c)^{1.41}}{7.9 \times 10^6 \cdot B(2.3, 2.41)}, & 4.52 \leq x_c \leq 76.9 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

$$f(x_f) = \begin{cases} \frac{(x_f - 0.34)^{0.71} (0.73 - x_f)^{1.34}}{0.57 \cdot B(1.71, 2.34)}, & 0.34 \leq x_f \leq 0.73 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

绘制相应的概率密度函数曲线如图 3 所示,同时通过计算得到了正态分布和对数正态分布曲线。由图 3(a)可见,错动带黏聚力的 Beta 分布曲线与正态分布曲线近似,但正态分布出现了负值的情况,与实际参数的物理含义不符,而对数正态分布曲线具有右偏态,采用该分布类型拟合本组具有近似中心对称的样本数据是不合理的,且其数据范围为(0, +∞),与实际情况不符。由图 3(b)可见,错动带摩擦系数的对数正态分布曲线与正态分布曲线非常接近,均未能很好地反映该组实际样本数据具有右偏态的特性,Beta 分布曲线则较好地反映了这一特性。由此可见,Beta 分布曲线能较好地解决数据负值和无限的问题,且能根据实际样本数据具有右偏态、正态和左偏态。

3.3 错动带概率分布类型检验

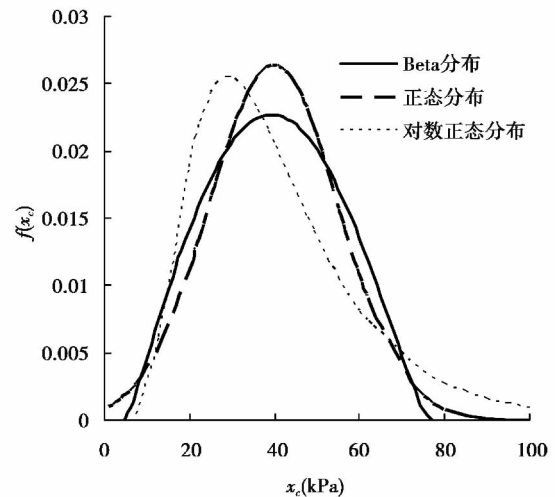
对于样本数较小的情况,均可采用 K-S 检验法和 A-D 检验法确定最优概率类型^[18]。A-D 法检验是对 K-S 检验的一种修正,它加重了对尾部数据的考虑,使用特定分布计算临界值,具有比 K-S 检验更高的灵敏度,Raschke^[19]认为 A-D 法是 Beta 分布最有效的检验法。设样本 x_i 从小到大排列,样本容量 n ,则 A-D 检验统计量如下:

$$A_n^2 = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \{ (2i - 1) (\ln [F(x_i)] + \ln [1 - F(x_{n+1-i})]) \}$$

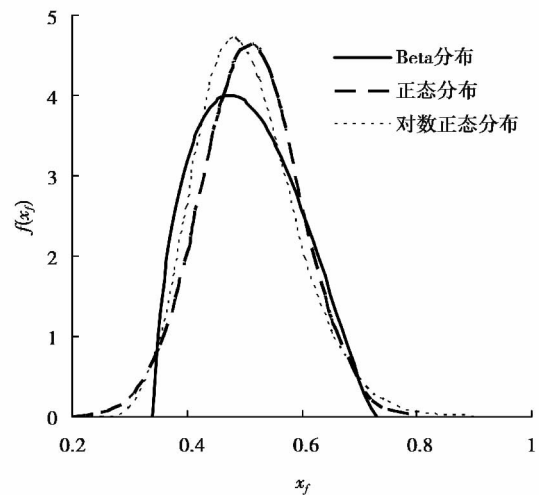
$$A_n^{2*} = A_n^2 (1.0 + 0.75/n + 2.25/n^2)$$

式中: A_n^2 为 A-D 检验统计量; A_n^{2*} 为考虑样本大小的修正值; n 为样本数; $F(x)$ 为假设分布所对应的概率函数。对不同的置信度 α ,均对应一临界值 $A_{\alpha,n}^2$,当 $A_n^2 < A_{\alpha,n}^2$ 时,接受该分布类型。否则,拒绝假设的分布类型。

由于 A-D 检验法的临界值与特定的分布类型有关,目前已有正态分布、对数正态分布、对数分布、韦布尔等分布的 A-D 检验临界值,而缺少 Beta 分布对应的临界值,因此本文采用 Raschke^[20]提出



(a) 黏聚力



(b) 摩擦系数

图 3 错动带黏聚力和摩擦系数 Beta 分布密度函数曲线
Fig.3 Beta distribution density function curves of cohesion strength and friction factor of weakness interlayer

的偏转换分析方法,基本步骤如下:

(1) 根据样本确定 Beta 分布函数(式(1))中的待定参数;

(2) 计算确定样本 $Y, Y = F_{normal}^{-1}(F_{beta}(X))$,其中 $F_{beta}(X)$ 为 Beta 分布的累积分布函数, F_{normal}^{-1} 为标准正态分布函数的反函数。假设 H_0 对应 X 服从 Beta 分布, H_1 对应 Y 服从正态分布;

(3) 确定正态分布 Y 的概率密度函数:

$$f(y) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp[-(y - \mu)^2 / (2\sigma)^2]$$

(4) 采用正态分布的 A-D 法检验,对于相同的置信水平,若假设 H_1 被拒绝,则拒绝 H_0 。当 $\alpha = 5\%$ 和 10% 时,分别对应的临界值为 $A_{\alpha,n}^2 = 0.752$ 和 0.631 。

通过计算得黏聚力和摩擦系数的修正 A-D 检验统计量分别为 0.275 和 0.42,均小于 $\alpha = 5\%$ 和 10% 对应的临界值,因此接受该假设,即白鹤滩水电站错动带黏聚力和摩擦系数均服从 Beta 分布。

4 讨论

含错动带岩体的强度与错动带本身的强度参数、厚度和粒径比、倾角等因素有关,因此含错动带岩体的安全系数可表达为^[6]

$$M = f(X_1, X_2, \dots) \quad (12)$$

式中: X_1, X_2, \dots 为影响岩体强度的随机变量,设其协方差矩阵为 C ,则可靠度指标:

$$\beta = \min_{M=0} \sqrt{(x - E(X))^T C^{-1} (x - E(X))} \quad (13)$$

若错动带厚度较大时,周围岩体对其影响较小,含错动带岩体的强度主要由错动带的强度控制,此时含错动带岩体的安全系数可表达为错动带内摩擦角和黏聚力的函数,由此可根据错动带内摩擦角和黏聚力的 Beta 分布概率密度函数求得可靠度指标。

下一步将结合错动带的特性,考虑力学参数的不确定性,开展含错动带岩体的可靠性研究。

5 结语

通过对实际工程错动带的黏聚力和摩擦系数进行统计分析,得出了错动带抗剪强度参数的分布特点,认为 Beta 分布可较好地拟合黏聚力和摩擦系数的分布规律,探讨了 Beta 分布参数的确定方法。根据白鹤滩水电站 31 组错动带的黏聚力和摩擦系数,确定了该区域错动带黏聚力和摩擦系数的 Beta 分布概率密度函数。采用 A-D 法检验了白鹤滩水电站错动带抗剪强度参数的 Beta 分布概率密度函数,通过偏转换法得到了转换后的 A-D 检验统计量,并与相应的临界值进行对比,得到白鹤滩水电站错动带抗剪强度参数服从 Beta 分布。

参考文献(References)

[1] 江权,冯夏庭,周辉,等. 层间错动带的强度参数取值探讨[J]. 岩土力学,2011,32(11): 3 379-3 386. (Jiang Quan, Feng Xiating, Zhou Hui, et al. Discussion of strength value for interlayer shear belt [J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, 32(11): 3 379-3 386. (in Chinese))

[2] Hass C, Einstein H H. Updating the decision aids for tunneling [J]. Journal of Construction Engineering and

Management, 2002, 128(1): 40-48.

- [3] Ruwanpura J Y, Abourizk S M, Allouche M. Analytical methods to reduce uncertainty in tunnel construction projects [J]. Canadian Journal of Civil Engineering, 2004, 31(2): 345-360.
- [4] Dasaka S M, Zhang L M. Spatial variability of in situ weathered soil [J]. Geotechnique, 2012, 62(5): 375-384.
- [5] 严春风,刘东燕,张建辉. 岩土工程可靠度关于强度参数分布函数模型的敏感度分析[J]. 岩石力学与工程学报,1999,18(1): 36-39. (Yan Chunfeng, Liu Dongyan, Zhang Jianhui. The susceptibility analysis of reliability for the probability distribution types of parameters in strength criterion [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1999, 18(1): 36-39. (in Chinese))
- [6] Fenton G A, Griffiths D V. Risk assessment in geotechnical engineering [M]. London: John Wiley & Sons, Inc. 2008.
- [7] 谭忠盛,高波,关宝树. 隧道围岩抗剪强度指标 c , $\tan\phi$ 的概率特征[J]. 岩土工程学报,1999,21(6): 760-762. (Tan Zhongsheng, Gao Bo, Guan Baoshu. The probabilistic property of shear strength parameters c and $\tan\phi$ for rock mass around the tunnel [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1999, 21(6): 760-762. (in Chinese))
- [8] 陈立宏,陈祖煜,刘金梅. 土体抗剪强度指标的概率分布类型研究[J]. 岩土力学,2005,26(1): 37-40,45. (Chen Lihong, Chen Zuyu, Liu Jinmei. The probability distribution of soil strength [J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(1): 37-40, 45. (in Chinese))
- [9] 张贵金,徐卫亚. 岩土工程风险分析及应用综述[J]. 岩土力学,2005,26(9): 1 508-1 516. (Zhang Guijin, Xu Weiya. Summary about risk analysis of geotechnical engineering and its application [J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(9): 1 508-1 516. (in Chinese))
- [10] 徐鼎平. 层间错动带抗剪强度特性及其对洞室群整体稳定性影响的研究[D]. 武汉: 中国科学院武汉岩土力学研究所,2011. (Xu Dingping. Study on the shear strength of interlayer shear weakness zone and its effect on the overall stability of cavern group [D]. Wuhan: Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 2011. (in Chinese))
- [11] Low B K. Efficient probabilistic algorithm illustrated for a rock slope [J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2008, 41(5): 715-734.

[12] Johnson N L , Kotz S , Balakrishnan N. Continuous Uni-variate Distributions-2 , Second Edition [M]. New York: John Wiley & Sons. 1994.

[13] He J R. Estimating the distributions of manufactured di-mensions with the beta probability density function [J]. International Journal of Machine Tools Manufacturer , 1991 , 31(3) : 383-396.

[14] Vandopr J R , Mazzuchi T A. Solving for the parameters of a beta distribution under two quantile constraints [J]. Journal of Statistical Computation and Simulation , 2000 , 67(4) : 189-201.

[15] Cooke P. Statistical inference for bounds of random vari-ables [J]. Biometrika , 1979 , 66(2) : 367-374.

[16] 金长宇,张春生,冯夏庭. 错动带对超大型地下洞室群围岩稳定影响研究 [J]. 岩土力学, 2010 , 31 (4) : 1 283-1 288. (Jin Changyu , Zhang Chunsheng , Feng Xiating. Research on influence of disturbed belt on stability of surrounding rock of large-scale underground caverns [J]. Rock and Soil Mechanics , 2010 , 31(4) : 1 283-1 288. (in Chinese))

[17] 中国水电顾问集团华东勘测设计研究院. 金沙江白鹤滩水电站可行性研究阶段坝区岩体力学特性及参数取值研究报告 [R]. 杭州: 中国水电顾问集团华东

勘测设计研究院, 2006. (HydroChina Huadong Engi-neering Corporation. The report of the properties and pa-rameters of rock mass in the embankment zone of Baihetan hydropower station on Jinsha River during fea-sibility research stage [R]. Hangzhou: HydroChina Huadong Engineering Corporation , 2006. (in Chi-nese))

[18] 何秉顺,马东亮,王庆苗,等. 淮河堤防土体抗剪强度指标概率模型与参数优化估计 [J]. 中国水利水电科学研究院学报, 2010 , 8 (3) : 195-200. (He Bingshun , Ma Dongliang , Wang Qingmiao , et al. The probability model of shear strength and parameters opti-mizing estimation of Huai River dike [J]. Journal of China Institute of Water Resources and Hydropower Re-search , 2010 , 8(3) : 194-200. (in Chinese))

[19] Raschke M. Empirical behaviour of tests for the beta distribution and their application in environmental re-search [J]. Stochastic Environmental Research and Risk Assessment , 2011 , 25(1) : 79-89.

[20] Raschke M. The biased transformation and its applica-tion in goodness-fit-tests for the beta and gamma distri-bution [J]. Communications in Statistics-Simulation and Computation , 2009 , 38(9) : 1 870-1 890.

附录 A:

采用迭代法求解参数所用到的公式列表:

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \tag{A-1}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \mu)^2 \tag{A-2}$$

$$F_A(i, n) = y_1 - (e-1) \sum_{i=1}^{21} e^{-i} y_i \tag{A-3}$$

$$F_B(i, n) = y_n - (1-e^{-1}) \sum_{i=0}^{20} e^{-i} y_{n-i} \tag{A-4}$$

$$a_0 = y_1 + F_A(i, n) \tag{A-5}$$

$$b_0 = y_n + F_B(i, n) \tag{A-6}$$

$$\gamma = \frac{(\mu - a)^2 (b - \mu) - \sigma^2 (\mu - a)}{\sigma^2 (b - a)} \tag{A-7}$$

$$\eta = \frac{(\mu - a) (b - \mu)^2 - \sigma^2 (b - \mu)}{\sigma^2 (b - a)} \tag{A-8}$$

$$C_2(\nu) = a_1(\nu) / a_2(\nu) \tag{A-9}$$

式中: $a_1(\nu) = \Gamma(\nu + 1) (1 - e^{-1}) \sum_{i=0}^{21} G_A(i, \nu) - \Gamma(2\nu + 1)$

$$a_2(\nu) = \Gamma(2\nu + 1) \{ 1 + (1 - e^{-1})^2 (1 - e^{-2})^{-2\nu-1} \}$$

$$\Gamma(\nu + 1) (1 - e^{-1}) \sum_{i=0}^{21} G_A(i, \nu)$$

$$2(1 - e^{-1})^2 \sum_{i=1}^{21} G_A(i, \nu) \sum_{j=0}^{i-1} G_B(j, \nu)$$

$$G_A(i, \nu) = e^{-i} \frac{\Gamma(2\nu + i + 1)}{\Gamma(\nu + i + 1)}$$

$$G_B(j, \nu) = e^{-j} \frac{\Gamma(\nu + j + 1)}{\Gamma(j + 1)}$$

Γ 为伽马函数。

$$a = y_1 + C_2\left(\frac{1}{\gamma}\right) F_A(i, n) \tag{A-10}$$

$$b = y_n + C_2\left(\frac{1}{\eta}\right) F_B(i, n) \tag{A-11}$$