

文章编号:1000-7598-(2001)01-0037-05

# 深基坑工程渗流-应力耦合分析数值模拟研究

平 扬 , 白世伟 , 徐燕萍

(中国科学院武汉岩土力学研究所, 武汉 430071)

**摘 要:** 为了研究深开挖过程中渗流场与应力场的变化规律及其导致的基坑稳定问题, 基于比奥固结理论, 并将其扩展应用于弹塑性分析领域, 将渗流场水力作用与应力场耦合, 并通过有限单元法模拟, 力求得到深基坑开挖及降水过程中, 开挖范围及邻近区域地面沉降等环境效应的基本规律的认识, 为深基坑开挖设计与信息化施工提供借鉴。

**关 键 词:** 深基坑开挖; 比奥固结理论; 渗透力; 有限元

中图分类号: TU 46'3 文献标识码: A

**作者简介:** 平扬, 男, 1972 年出生, 博士生, 从事深基坑及软土地基研究工作。

## Numerical simulation of seepage and stress coupling analysis in deep foundation pit

PING Yang , BAI Shi-wei , XU Yan-ping

(Institute of Rock and Soil Mechanics the Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China)

**Abstract:** In order to research the variation law of seepage field and stress field during excavation and its influence on the problems of stability of deep foundation pit, on the basis of Biot's consolidation theory which was extended to elastic-plastic scope we coupled the hydraulic action of the seepage field with the stress field through finite element simulation, we tried to grasp the basic laws of environmental effects, such as ground subsidence in the range of excavation and adjacent zones in the process of excavation and rainfall so that we could offer examples for the excavation design of deep foundation pit and imformalized construction.

**Key word:** deep foundation pit excavation; Biot's consolidation theory; seepage force; finite element

### 1 引 言

存在于土体中的孔隙水压力, 影响到土颗粒之间的平衡状态。它实质上反映了土体力学作用与地下水渗流现象之间极为密切的共同作用, 即地下水渗流影响土体应力状态, 应力状态的改变又使孔隙介质中渗流空间发生变化并直接导致地下水流动的水力特征的改变。在深基坑工程中, 大幅降低基坑及周边地区地下水位, 坑内外巨大的水头差使深基坑开挖区域附近地下水发生激烈的流动, 从而影响到深基坑的整体稳定性并对邻近建筑物产生不良影响; 其环境效应不容忽视<sup>[1]</sup>。

要正确分析深基坑开挖及降水引发的渗流场与应力场的变化规律就应对孔隙渗流产生的渗透体力给予高度的重视。它反映了地下渗流特征与开挖应力状态之间的相互作用, 即渗流-应力之间的耦合效应。运用基于比奥固结理论的有限单元法(FEM)可将渗流模型与土力学分析模型有机地结合起来, 可以帮助我们更进一步了解双场共同作用的机制及他们对基坑工作性态的影响。

六十年代起, 各国学者已注意到这种耦合分析在大坝工程及地下工程中的应用。Warran 和 Root(1963

年)在水库水位变化中认识到渗透体力对水库岸边再造的影响。Durand 和 Louis 等在分析 Armon 大坝的基础工程中即将水力场与应力场进行了耦合分析。Louis, Dessenne 等(1980 年)对 Armon 大坝蓄水过程中的定常水流(稳定流)和瞬时充水流进行了有限元分析。沈珠江, 张诚厚(1980 年)等采用有限元方法对定常水流作用无支护基坑边坡进行了耦合变形分析。罗晓辉(1996 年)采用有限元方法对定常及非定常水流作用支护基坑进行了耦合变形分析研究。

### 2 渗流-应力耦合分析的数值模拟

#### 2.1 比奥固结理论及其有限元推广

平面应变条件下, 建立在平衡微分方程及渗流连续性方程上的比奥固结方程可写为:

$$\begin{cases} -G\nabla^2 u + \frac{G}{1-2\mu} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{\partial p}{\partial x} + X = 0 \\ -G\nabla^2 w + \frac{G}{1-2\mu} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{\partial p}{\partial z} + Z = 0 \\ \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \bar{K}_s \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \bar{K}_s \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \end{cases} \quad (1)$$

收稿日期: 2000-06-05

式中  $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$ , 为剪切模量;  $\mu$  为泊松比;  $u, w$  为位移分量;  $p$  为孔隙水压力;  $\bar{K}_x, \bar{K}_z$  为等效渗透系数,  $\bar{K}_x = K_x/\gamma_w, \bar{K}_z = K_z/\gamma_w$ ;  $\nabla$  为拉普拉斯算子。

将式(1)进行有限单元离散, 其有限元增量表达式为

$$\begin{bmatrix} [K] - [L] \\ -[L]^T [T] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \delta_i \\ \Delta p_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\Delta F_i \\ \Delta t_i \{Q_i\} + \Delta t_i [T] \{p_{i-1}\} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

式中  $[K]$  为通常的刚度矩阵;  $[T]$  为渗流导水矩阵;  $[L]$  为耦合矩阵, 是单元节点孔隙压力所对应的那部分节点力, 实质上体现了固结过程中孔隙压力对节点位移的影响;  $\Delta \delta_i$  为位移增量;  $\Delta p_i$  为孔隙水压力增量;  $-\Delta F_i$  为节点力增量值;  $\{Q_i\}$  为节点汇流项。

式(2)即为标识渗流场-应力场耦合作用的有限元表达式。它还需满足位移边界条件及渗流边界条件。当单元进入塑性区后, 只需将弹性矩阵  $[D]$  用弹塑性矩阵  $[D]_p$  代替并进行塑性迭代计算即可。

### 2.2 基坑渗流场定解条件

基坑排水渗流的边界条件如图1所示。

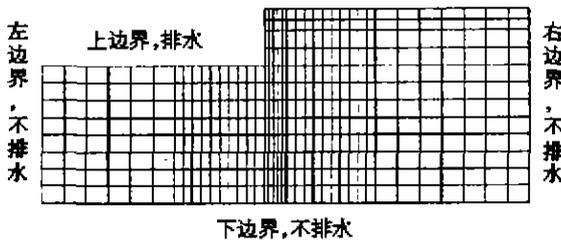


图1 基坑排水渗流的边界条件

Fig.1 Boundary conditions of drainage seepage in deep foundation pit

初始条件为:

$$p(x, z, t) |_{t=0} = \varphi_0(X, Z) |_{(x, z) \in \Omega} \quad (3)$$

边界条件即水头边界如下:

$$p(X, Z) |_{\Gamma_1} = P_1$$

式中  $\bar{p}_1$  为边界上已知孔隙水压力

流量边界为:

$$\bar{K}_x \frac{\partial p}{\partial x} L_x + \bar{K}_z \frac{\partial p}{\partial z} L_z = -q_l \quad (5)$$

式中  $L_x, L_z$  为边界表面外法线在  $x, z$  方向的方向余弦。

对于自由面作为流量补给边界属第二类边界条件:

$$q = \mu^* \frac{\partial H^*}{\partial t} \cos \theta \quad (6)$$

式中  $\mu^*$  为土体给水度。自由面上结点水头值还需满足  $H^* = Z$ 。

### 2.3 非饱和效应及自由面处理

采用改进高斯点法处理自由面流动问题, 对于处于自由面以上的高斯点, 其渗透系数应根据土-水特征曲线确定其在非饱和带中的渗透系数 (如图2所示)。代入下式可求得改进单元渗透矩阵。

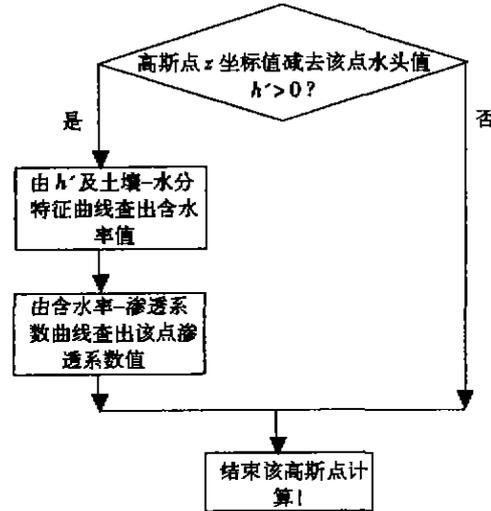


图2 高斯点法处理自由面流动框图

Fig.2 Flowchart of free face flow treated by Gauss Point method

$$T^f(\xi_i, \eta_j) = H_i H_j \left[ K_x \frac{\partial N_i(\xi_i, \eta_j)}{\partial x} \frac{\partial N_j(\xi_i, \eta_j)}{\partial x} + K_z \frac{\partial N_i(\xi_i, \eta_j)}{\partial z} \frac{\partial N_j(\xi_i, \eta_j)}{\partial z} \right] |J| \quad (7)$$

式中  $\xi_i, \eta_j$  为各高斯点局部坐标,  $i, j=1, 2, 3$ ;  $|J|$  为雅可比行列式;  $K_x, K_z$  为该高斯点上的渗透系数, 自由面以上的点取非饱和渗透系数。

### 2.4 降低地下水位附加荷载计算

若工程中采取降水措施, 由于降水会使地层中原来的静水水位在井点(管)四周改变成漏斗状曲面, 从而使得含水地层中土的有效应力增加; 还由于周围地下水的不断补充, 在一定土层范围内产生动水压力, 也会导致土中有效应力的增加。这就相当于使土层受到附加荷载的作用而产生固结沉降。因此降水引起地表变形范围要扩大到曲线的范围, 其沉降量、沉降时间与地层孔隙比及渗透系数有关, 有渗透系数较小的粘土层中, 固结时间较长, 因而沉降较慢; 而对于砂土, 因其具有良好的透水性, 可认为其变形是瞬时完全成的。

由于降水引起土层上的附加荷载计算如下:

$$\begin{cases} P_w = \Delta h \gamma_w & (\text{砂土层}) \\ P_w = (1/2) \Delta h \gamma_w & (\text{砂土层}) \end{cases} \quad (8)$$

式中  $P_w$  为水位变化施加于地层上的附加荷载;  $\Delta h$

为  $t_1 \sim t_2$  时刻含水层的水位变幅;  $\gamma_w$  为水的容重。

具体计算时,利用式(8)将  $P_w$  分成许多小的荷载增量且荷载增量与前述时间增量同步,把这部分的荷载增量与其余荷载增量一起加到有限元方程右端项中,即可求解。

### 3 应力场分析中的本构关系

根据符合相关流动法则弹塑性理论,弹塑性矩阵由下式确定:

$$[D]_{ep} = [D] - \frac{[D] \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T [D]}{A + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T [D] \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}} \quad (9)$$

式中  $[D]$  为弹性矩阵;  $F$  为屈服面函数;  $A$  为塑性系数。

对于修正剑桥模型有(示意图见图 3):

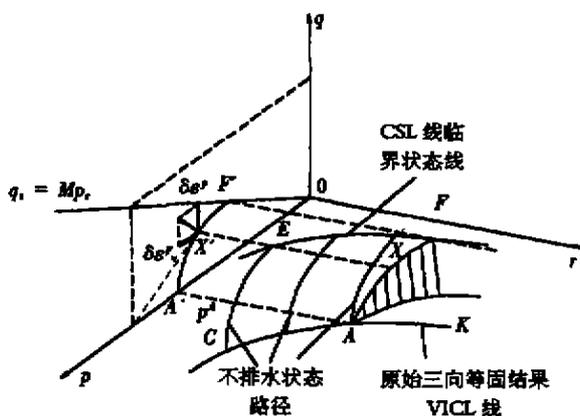


图 3 修正剑桥模型示意图  
Fig.3 Modified Cambridge elastic-plastic constitutive

$$A = (1 + e) \frac{\lambda - k}{\sigma_m} \frac{M^2 - \eta^2}{M^2 + \eta^2} \quad (10)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_i} = \left( \frac{\lambda - k}{\sigma_m} \right) \left[ \frac{(M^2 - \eta^2 - 9) \sigma_m + 9 \sigma_i}{3 \sigma_m (M^2 + \eta^2)} \right] \quad (i = x, z) \quad (11)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_i} = \frac{\lambda - k}{\sigma_m} \frac{6 \tau_i}{\sigma_m (M^2 + \eta^2)} \quad (i = z, x) \quad (12)$$

式中  $\lambda, k, M$  为常数;  $\sigma_m = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$ ;  $\sigma_i$  为应力分量;  $\eta = p/q$ ;  $p = \sigma_m/3$ ,  $q = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$ ;  $e$  为土单元的孔隙比。

将式(10)~(12)代入式(9)即可求出  $[D]_{ep}$  矩阵

### 4 开挖过程分析

#### 4.1 基本假定

- (1) 应力场按平面应变问题分析 利用对称性取半截面进行渗流与应力耦合分析;
- (2) 土体初始应力状态按静止土压力计算;
- (3) 支护结构渗透系数很小, A 按隔水边界考虑;
- (4) 土体抗拉强度为 0;
- (5) 基坑降水假定为与开挖同步的坑内排水。

#### 4.2 初始应力场

$$\begin{cases} \sigma_{zz} = \gamma h \\ \sigma_{xx} = K_0 \sigma_{zz} = K_0 \gamma h \\ \tau_{xz} = 0 \end{cases} \quad (13)$$

式中  $\sigma_{zz}$  为初始有效竖向应力;  $\sigma_{xx}$  为初始有效水平向应力;  $\tau_{xz}$  为初始剪应力;  $\gamma$  为土的重度;  $h$  为计算点深度;  $K_0$  为静止土压力系数,  $K_0 = 1 - \sin \varphi'$ ,  $\varphi'$  为有效内摩擦角。

#### 4.3 开挖荷载

开挖荷载是开挖边界上的卸载点荷载,等效于该边界上初应力式上一步开挖时的计算应力值,即  $\{F\} =$

$$\left( \sum_{j=1}^M \int_{V_j} [B]^T [\sigma_0] dv + \sum_{j=1}^M \int_{V_j} [N]^T \gamma_s dv \right) + \{R\} \quad (14)$$

式中  $M$  为某开挖阶段挖去的单元数;  $\{R\}$  为应力场内渗透等效节点力。

#### 4.4 单元无拉分析

由于土的抗拉强度为 0, 如计算出单元应力中在拉应力时,应使其应力区域置 0, 将拉应力转化为节点力式(1), 并重新计算区域应力, 重复以上步骤, 直至整个区域无受拉单元为止。

$$\{F\}_j^e = \int_{V_j} [B]^T \{\sigma\}_i dv \quad (15)$$

表 1 计算参数表  
Table.1 Calculation parameters

土层名称	$E_1/\text{kPa}$	$\mu$	$M$	$\lambda$	$K$	$P_1/\text{kPa}$	$K_0$	$E_2/\text{kPa}$	$C/\text{kPa}$	$\varphi/(\circ)$
褐黄色粉质粘土	13 120	0.30	0.971	0.043	0.004	65.2	0.43	16 360	30	24.7
灰色粉砂土	16 860	0.25	0.997	0.019	0.002	55.0	0.33	19 880	26	25.3
淤泥质粉质粘土	4 830	0.42	0.325	0.118	0.012	49.2	0.72	5 600	15	8.60
淤泥质粘土	7 440	0.35	0.250	0.081	0.008	231	0.53	5 600	28	6.90
粉砂夹粉质粘土	8 970	0.35	0.419	0.044	0.004	130	0.33	13 830	26	11.30

### 4.5 耦合效应(应力对渗透系数的影响)

根据大量的现场试验,含水层参数与水位降深存在以下关系<sup>[3,4]</sup>:

$$K = K_0' \exp(\beta \Delta H) \quad (16)$$

式中  $K$  为水位下降后的水力渗透系数;  $K_0'$  为水位下降前的水力渗透系数;  $\Delta H$  为水位变化;  $\beta$  为常数。

$\beta$  的确定可根据室内压缩渗透试验求得;需做多次试验后取平均值;或通过长期观测资料拟合求得。

## 5 算例分析

根据以上分析,笔者编制了有关的有限元程序并进行了工程实例演算。工程开挖深度为 12.3 m,宽度约为 8.0 m,以基坑半宽度为对称轴,隔水层埋深 -38 m 左右。设基坑开挖分 3 步进行,开挖深度分别为 4.2 m, 8.2 m, 12.3 m。基坑排水为坑底明沟排水。计算采用非稳定渗流场分析,计算参数见表 1。

各开挖阶段结束后主要计算结果(瞬时)见图 4~图 8:

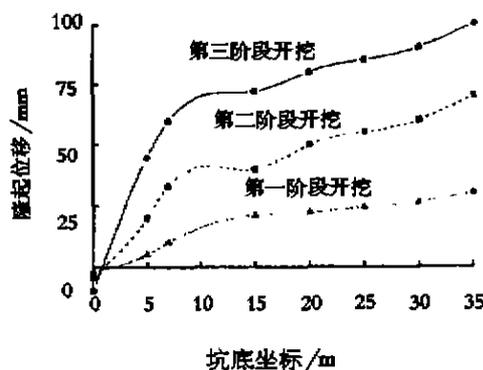


图 6 基坑坑底隆起

Fig.6 Ground heave at the bottom of the deep foundation pit

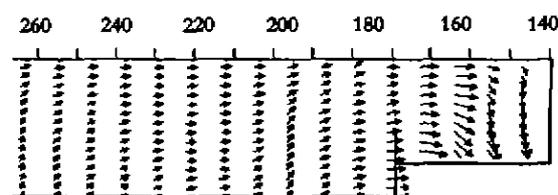


图 7 开挖结束后位移矢量图

Fig.7 Displacement vectors after excavation finished

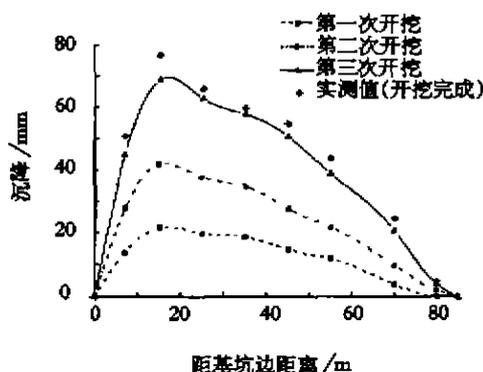


图 4 基坑周围土体地面沉降

Fig.4 Ground subsidence near the edge of deep excavation pit

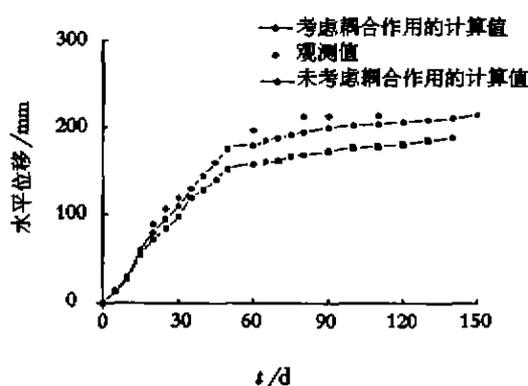


图 5 基坑周围土体水平位移

Fig.5 Lateral displacement near the edge of deep excavation pit

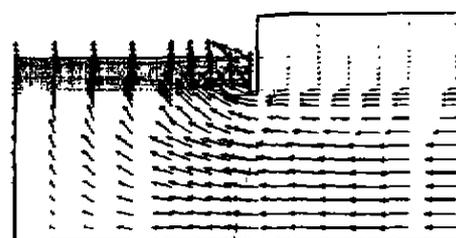


图 8 渗流场流网图(开挖完成)

Fig.8 Flow nets of seepage field(Excavation is finished)

## 6 结 论

(1) 基坑开挖及支护体系统的关系是在开挖释放荷载过程中土体与支护桩墙之间的相互作用,即土体与支护后系统的共同工作。不可忽视组成土体的各种介质在土体与支护结构系统相互作用过程中挥的作用。许多深基坑开挖事故就是土体中水的消极作用产生的。这种消极作用对深基坑开挖而言包括两方面的内容:其一是基坑开挖一侧的反向渗透力(相对于土体的自重应力)产生的坑底隆起甚至流砂;其二是非开挖一侧的正向渗透力使坑外土体产生渗透压密。

(2) 考虑耦合作用的计算结果由于动水压力的作用,其周边土体水平位移,地面沉降均大于未考虑耦合作用并且更接近于实测值,但仍较实测值小,这是由于:①忽略整个场地打桩引起土体挤压造成的水平及垂直位移;②基坑开挖过程中邻近地区打桩对本场

地水平位移,垂直位移的影响;③平面应变假设引起计算误差。

(3)基坑底部的隆起应包括3大部分:①开挖释放荷载的土体卸荷回弹;②支护桩墙侧向位移对基坑底土体的挤压;③向上作用的渗透力。因此,在支护结构附近隆起值较未考虑耦合作用时大一些。

(4)从图7中可以看出,只有在开挖面附近和墙体附近,位移才最大,远离该区位移则迅速减小,在墙后大于 $1.5B$ 后,位移很小,可认为计算域取 $3B$ 已足够。计算域的宽高比为 $1:3$ ,从图中可以看出计算域下部分位移也很小,故可认为这样取的计算精度符合工程要求。

(5)从对比分析中可以看出,考虑耦合作用的有限元计算结果与实测值基本吻合,表明计算理论的可行性与适用性。

## 参 考 文 献

- [1] C S. Desai Seepage analysis of earth banks under draw-down[J]. *J. Soil Mech. & Found. Div.*, 98SM(11):1972. 1143-1163
- [2] Neuman S P, witherspoon P A. Analysis of non-steady flow with a free surface using the finite element method[J]. *Water Resources Research*, 1971, 7(3):174-187
- [3] 罗晓辉. 深基坑渗流-应力耦合分析[J]. *工程勘察*, 1996, (6):37-41
- [4] 薛禹国,谢春红. 水文地质学的数值法[M]. 北京:煤炭工业出版社, 1980.



## 讣 告

清华大学教授、中国科学院院士黄文熙先生因病于2001年1月1日14时12分在北京逝世,享年92岁。

黄文熙教授1909年1月3日出生于上海。早年留学美国,1937年归国任教于原中央大学水利系。解放后,先后在南京大学、南京工业大学和华东水利学院(现河海大学)任教授,兼任南京水利实验处处长。1956年任清华大学教授,兼任水利水电科学研究院副院长。

黄文熙教授1955年加入中国共产党,曾当选为第三届全国人民代表大会代表,第二、第三届全国政协委员;1956年被选为中国科学院技术科学部委员(院士);曾先后担任中国水利学会和中国水力发电学会副理事长,中国土木工程学会和中国力学学会荣誉会员和名誉理事,原土力学及基础工程学会理事长;曾任《水利学报》和《岩土工程学报》编委会主任。黄文熙教授是我国土力学及岩土工程学科的主要奠基人之一,长期从事岩土工程和水工结构的教育及研究工作,为我国水利水电事业作出了卓越的贡献。

黄文熙教授的遗体告别仪式已于2001年1月9日(星期二)上午10时在八宝山革命公墓大礼堂举行。特此讣告。

黄文熙教授治丧办公室

2001年1月2日