

DOI: 10.16285/j.rsm.2018.2306

膨胀土卸荷蠕变特性及其非线性蠕变模型

李晶晶^{1,2,3}, 孔令伟^{2,3}

(1. 湖北理工学院 土木建筑工程学院, 湖北 黄石 435003; 2. 中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071; 3. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘 要: 鉴于膨胀土滑坡往往表现为长期性、渐进性等与时间相关的特性, 利用 GDS 应力路径三轴仪对膨胀土进行了三轴卸荷蠕变试验。试验结果表明: 当偏应力较小时, 膨胀土的蠕变曲线仅出现瞬时变形和衰减蠕变; 当偏应力达到一定值时, 其蠕变曲线也呈现衰减蠕变、稳态蠕变和加速蠕变 3 个阶段, 但其加速蠕变阶段的特征与一般岩土体不同, 其蠕变速度近乎常数。膨胀土的应力-应变等时曲线显示, 膨胀土卸荷蠕变具有非线性特征, 且其非线性程度与蠕变时间和应力水平相关, 蠕变时间越长、应力水平越高, 其非线性程度越高。基于非线性流变力学理论, 提出了一种非线性四元件蠕变模型, 将标准线性体与一个非线性黏壶串联, 该模型可描述等围压三轴压缩应力状态下膨胀土轴向应变随时间的演变规律。根据膨胀土卸荷蠕变试验结果, 采用曲线拟合法对三维非线性模型的参数进行反演识别。拟合曲线和试验曲线对比显示, 两者吻合良好, 说明该模型可以很好地描述膨胀土的蠕变特性。此外, 基于该蠕变模型获取了膨胀土的临界破坏应力, 其与常规剪切破坏应力的比值随着固结压力的减小而减小, 表明越接近坡面的土层越容易发生蠕变破坏。

关键词: 膨胀土; 卸荷; 蠕变; 非线性; 蠕变模型

中图分类号: TU 411

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2019) 09-3465-09

Creep properties of expansive soil under unloading stress and its nonlinear constitutive model

LI Jing-jing^{1,2,3}, KONG Ling-wei^{2,3}

(1. School of Civil Engineering and Architecture, Hubei Polytechnic University, Huangshi, Hubei 435003, China; 2. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China; 3. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing, 100049, China)

Abstract: Since the slide of expansive soil slope is generally characterised by time-dependent properties such as chronicity and gradualness, triaxial unloading creep tests are carried out on the expansive soil specimens by GDS stress path triaxial apparatus. The test results show that the creep curve of expansive soil only shows transient deformation and attenuation creep with low deviatoric stress. When the deviatoric stress reaches a certain value, the creep curve also exhibits attenuation creep, steady creep and accelerated creep, and the velocity in the accelerated stage is nearly constant, different from common soil. Meanwhile, isochronous stress-strain curve of expansive soil indicates that its creep process has nonlinear characteristics, and the nonlinear degree is related to creep time and stress level. When the creep time is longer and the stress level is higher, the degree of nonlinearity is higher. Based on the nonlinear rheological theory, a new nonlinear four-element creep model is presented, in which the standard linear body is connected in series with a nonlinear clay pot. The proposed model can describe the evolution of the axial strain of expansive soil with time under constant confining pressure and triaxial compression stress. According to triaxial compression creep test results of expansive soil, the parameters of the proposed model are inversed by using curve fitting method. The theoretical curves accord well with the test curves, which indicate that the proposed model can describe the creep property of expansive soil. Furthermore, critical failure stress can be obtained based on the creep model. As the confining stress decreases, the ratio of the critical failure stress to conventional shear failure stress decreases, which indicates that creep likely happens on the expansive soil layer closer to slope surface.

Keywords: expansive soil; unloading; creep; nonlinearity; creep model

收稿日期: 2018-12-24

基金项目: 国家自然科学基金重点项目 (No.41430634); 湖北省高等学校优秀中青年科技创新团队计划项目 (No.T201823); 湖北理工学院校级引进人才项目 (No.18xjz07R)。

This work was supported by the Key Program of National Nature Science Foundation of China (41430634); the Program for Excellent Young and Middle-aged Science and Technology Innovation Team of Higher Education Institutions of Hubei Province of China (T201823) and the Talent Introduction Program of Hubei Polytechnic University (18xjz07R).

第一作者简介: 李晶晶, 女, 1989 年生, 博士, 讲师, 主要从事特殊土的力学特性与边坡工程方面的研究与教学工作。E-mail: smilinglee@hotmail.com

通讯作者: 孔令伟, 男, 1967 年生, 博士, 研究员, 博士生导师, 主要从事特殊土的力学特性与灾害防治技术研究。E-mail: lwkong@whrsm.ac.cn

1 引言

膨胀土一般呈硬塑-坚硬状态,其本身透水性小、强度高。新开挖的膨胀土边坡一般都具有较高的稳定性^[1],但随着时间的推移,许多坡体发生了失稳破坏。膨胀土滑坡往往具有浅层性、平缓性、渐进性和长期性等特点。包承纲^[2]认为膨胀土滑坡的长期性与其裂隙发育、膨胀土软化和蠕变等过程相关,这些过程可持续数月甚至数十年,边坡在完工后的几十年发生滑坡也是合乎常理的,如伦敦膨胀性黏土挖方边坡和成都狮子山均在完工后16a发生滑塌^[3]。孙钧院士^[4]指出若坡体稳定性计算中不允许出现非衰减变形的情况,则应取长期强度极限作为计算指标。从膨胀土滑坡的特点来看,其边坡稳定性问题中的长期力学行为可能与蠕变性质密切相关,从蠕变角度分析膨胀土工程力学性状显得十分必要。

万物皆流,原则上讲,所有实际物体都具有流变特性,只是现象的明显程度不同。对于土体这种三相体系介质来说,其黏滞性已是一致公认的基本特性^[4]。对土体蠕变特性的研究主要包括蠕变试验的开展、本构模型的建立、本构方程的解析和工程问题的应用。

在土体蠕变试验方面,研究对象涉及范围很广,如粗粒土^[5]、黄土^[6]、海洋沉积土^[7-8]、冻土^[9]等。对于黏性土来说,由于高含水率和高压缩性的软土具有明显的蠕变特性,相对来说,对软土的蠕变特性的研究成果^[10-12]较为丰硕。对于硬黏土,如膨胀土,在蠕变特性方面的研究开展得很少,且主要集中于固结蠕变^[13-14]和直剪蠕变^[14-16]特性的研究。然而,膨胀土三轴蠕变试验的相关研究罕见报道。与此同时,卸荷路径下土体的蠕变行为的研究也相对较少。而对开挖边坡而言,卸荷路径与其实际工况更相符,理应研究卸荷路径下膨胀土的蠕变性状。

在土体蠕变本构模型方面,研究成果较为丰硕。蠕变宏观模型主要可分为3类:经验模型、基于一般流变理论模型和黏弹塑性模型。其中,基于一般流变理论模型中的元件模型,因其概念直观简

单、物理意义明确,使用更为广泛。众所周知,土体的流变一般呈现非线性,然而,只要元件模型中的基本元件是线性的,则无论模型中的元件进行如何复杂地组合,该元件模型仅能描述线性黏弹塑性。目前,建立非线性流变模型的方法主要有两种,一种是采用新的理论,如内时理论、断裂及损伤力学理论等,如陈沅江等^[17]基于内时理论建立了软岩的流变本构模型。另一种是将元件模型中部分线性元件用非线性元件代替,如徐卫亚等^[18]将非线性黏塑性体和五元件线性黏弹性模型进行串联,建立了七元件非线性黏弹塑性流变模型。张治亮等^[19]通过将Burgers蠕变模型与加速蠕变启动元件串联,建立了六元件非线性黏弹塑性蠕变模型。第1种方法主要用于建立岩石流变模型,且理论较为复杂,因此,第2种建立非线性流变模型的方法用得较多。以往将非线性元件替代线性元件的非线性流变模型也主要用于描述岩石的非线性流变特性,且通过一维的本构方程来拟合三维应力状态下岩体的蠕变变形特性;同时,建立的模型往往元件较多。

综上所述,本文依托内(乡)一邓(州)高速公路工程背景,选取南阳典型膨胀土进行三轴卸荷排水蠕变试验,研究在恒定压力下土体的变形随时间演化规律。基于蠕变试验结果,以元件模型为切入点,引入非线性黏壶,建立非线性三维蠕变本构模型,以期描述卸荷状态下膨胀土的蠕变特征。

2 膨胀土三轴压缩蠕变试验

2.1 土样性质

根据《公路土工试验规程》(JTGE40-2007)^[20]对所取得的试验深度内的原状土样进行物性指标及XRD衍射试验,其基本物理性质指标和矿物成分如表1、2所示。从颗粒分析试验结果可知,南阳膨胀土黏粒含量(小于0.005mm)占44.8%。需要指出的是,小于0.001mm的颗粒占27.0%,而土样的自由膨胀率主要由土样中小于0.001mm粒径的颗粒含量所决定^[21],因此,南阳膨胀土具有较高的塑性($I_p=29.2$)和自由膨胀率($\delta_{ef}=62\%$)。同时,南阳膨胀土的黏土矿物含量高达52%,且以强亲水性矿物蒙脱石和绿泥石为主,分别占黏土矿物总量的30%和35%。

表1 南阳膨胀土的物理性质指标

Table 1 Physical property indexes of Nanyang expansive soil

含水率 $w/\%$	密度 $\rho/(\text{g}/\text{cm}^3)$	土体相对密度 G_s	饱和度 $S_r/\%$	自由膨胀率 $\delta_{ef}/\%$	塑限 $w_p/\%$	塑性指数 I_p	先期固结压力 /kPa	颗粒组成/ $\%$			
								>0.05	0.05~0.005	0.005~0.002	<0.002
24.7	1.98	2.71	95.3	62	26.2	29.2	160	5.5	49.7	13.4	31.4

表2 南阳膨胀土的矿物成分

石英 含量 /%	长石 含量 /%	黏土矿物总 含量/%	黏土矿物分量占比 (以100%计) /%			
			蒙脱石	绿泥石	伊利石	高岭石
40	8	52	30	35	15	20

2.2 试验方法

本试验在英国 GDS instruments 公司开发生产的计算机控制的应力路径试验系统上开展。试验采用原状膨胀土, 试样为直径 $\phi = 50$ mm、高 $H = 100$ mm 的实心圆柱土样。本次试验的目的是获得不同固结压力和卸荷应力水平下膨胀土的蠕变特性。根据该目的, 开展了 4 个不同固结压力 (50、100、200、300 kPa) 下的三轴压缩蠕变试验, 加载方式为分级卸荷, 即保持轴向压力 σ_1 不变, 逐级减少围压 σ_3 。每级减少的围压按照其相应固结压力下卸荷破坏应力 $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ 的 5~7 级施加, 因而在开展蠕变试验之前, 需先获取相应固结压力下的 $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ 。试验步骤如下:

(1) 首先对试样进行真空抽气饱和, 然后在 GDS 上进行反压饱和, 以确保试样完全饱和。为了减小土体在反压饱和过程中引起的体积变形, 经试验确定, 反压饱和过程中施加的围压比反压大 20 kPa。

(2) 利用 GDS 对饱和后的试样进行固结, 固结压力分别为 50、100、200、300 kPa, 待孔隙水压力完全消散后, 对土样进行排水剪切试验, 剪切速率为 0.02 kPa/min, 剪切过程中保持 σ_1 不变, 减小 σ_3 , 得到相应 σ_1 下土样剪切破坏时的偏应力 $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ 。由于该卸荷试验中, $\sigma_1 \geq \sigma_3 \geq 0$, 当 σ_1 为 50 kPa 和 100 kPa 时, 施加的偏应力分别达到了 50 kPa 和 100 kPa, 试样仍未发生破坏, 因此, 增加了 σ_1 为 150 kPa 和 500 kPa 的两组试验, σ_1 为 50 kPa 和 100 kPa 时的 $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ 是由其他的 σ_1 与相应的 $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ 呈线性关系反算得到的理论值。

卸荷蠕变试验: 土体的蠕变试验有两种加载方式, 为分别加载和分级加载。理论上, 分别加载更加符合变形时效特性试验所要求的条件, 但是由于土样之间、仪器之间不可能完全相同, 且需多台仪器同时使用而也不易实现。所以, 目前的研究中常常采用分级加载方法, 其特点是使用同一个试样进行不同应力水平下的试验, 不存在土样之间和仪器之间的差异, 试验数据离散性较小。本文采用分级加载方式, 即对同一个试样逐级加载, 在某一级应力水平下, 待变形达到稳定后, 施加下一级荷载, 维持荷载不变至变形稳定, 如此反复, 直至所需的

应力水平。具体操作是: ①在 GDS 上对饱和后的试样进行固结, 固结压力为 50、100、200、300 kPa。②待固结完成后, 采用分级加荷方式 (保持轴向压力不变, 逐级减小围压) 施加竖向偏应力 ($q = (\sigma_1 - \sigma_3)_f/n$, $n = 5 \sim 7$), 直至土样破坏, 每级偏应力下土体的变形稳定标准为轴向变形小于 0.005 mm/d。试验过程中排水阀保持打开状态, 具体试验方案见表 3。

表3 卸荷蠕变试验方案

$(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ /kPa	σ_1 /kPa	q /kPa
73.4	50	20→25→30→35, 40
105.4	100	20→40→50→60→70
171.5	200	40→80→100→120→130
231.1	300	40→80→120→140→160→180, 190

注: σ_1 为 150、500 kPa 时的 $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ 分别为 136.5、359.7 kPa; σ_1 为 50、100 kPa 时的 $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ 是由其他的 σ_1 与相应的 $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ 呈线性关系反算得到的理论值。

2.3 试验结果及分析

研究蠕变特性和建立相关模型, 一般需要将分级加载方式得到的试验结果转换成分别加载的曲线形式, 如何合理转换是后续研究的基础和关键。由我国学者陈宗基提出的“陈氏加载法”^[22]不仅适用于线性的后效影响, 也适用于非线性的后效影响。因此, 在岩土流变学的研究中得到了越来越广泛的应用。本文采用“陈氏加载法”进行处理与分析, 具体处理步骤参考文献[22]。图 1 给出了膨胀土三轴卸荷排水剪切蠕变试验获取的不同固结压力下的轴向应变 ε_a -时间 t 关系曲线, 图的右上角为较低偏应力作用下的 ε_a-t 关系曲线放大图, 以便更清楚地显示其规律。

从图 1 可以看出:

(1) 当偏应力水平较低时, 在试验持续时间内膨胀土的应变仅包括瞬时应变和衰减蠕变应变 2 个部分; 当偏应力较大时, 试验时间内膨胀土蠕变过程经历了完整的 3 个阶段, 即衰减蠕变、稳态蠕变和加速蠕变, 膨胀土最终发生了蠕变破坏。

(2) 在固结压力一定的情况下, 膨胀土产生的瞬时变形随着偏应力的增加而增大, 如固结压力为 50 kPa 时, 偏应力为 20、25、30、35、40 kPa 时, 瞬时应变分别为 0.159%、0.165%、0.215%、0.258%、0.302%。当偏应力水平较低时, 土体的变形随着时间的延长逐渐趋于一个稳定值, 偏应力水平越低, 变形达到稳定的时间越短, 轴向应变增量 $\Delta\varepsilon_a$ 也越小。以固结压力为 300 kPa 的膨胀土试验结果为例,

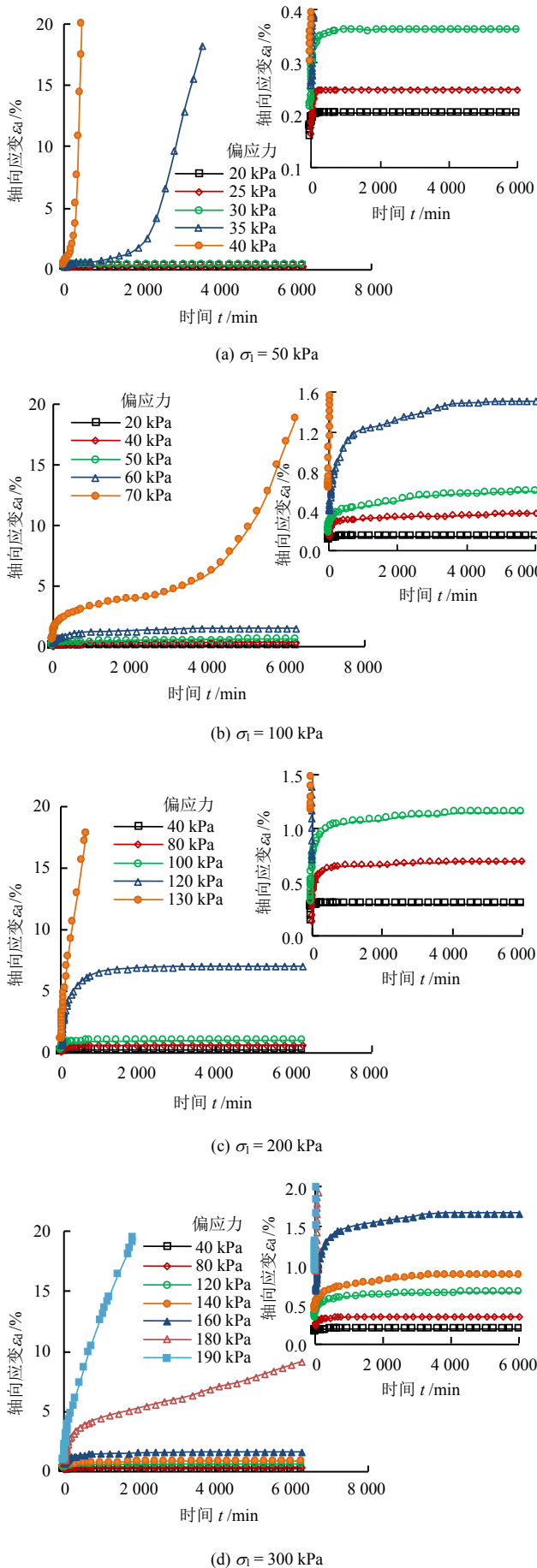


图1 膨胀土蠕变试验的应变-时间关系曲线

Fig.1 Relationships between axial strain and loading time

在偏应力为 40、80、120、140、160 kPa 时的 $\Delta\epsilon_d$ 值分别为 0.040%、0.125%、0.323%、0.443%和 0.973%，其变形达到稳定时间分别约为 660、1 440、2 880、3 360、3 840 min。可见，在固结压力一定的情况下，由于围压减小，偏应力增大，导致膨胀土瞬时应变、稳定应变以及衰减蠕变中变形达到稳定的时间均有不同程度的增加。

(3) 固结压力对膨胀土蠕变特性的影响较大，达到剪切破坏时，固结压力越大，所需的偏应力水平越高。如固结压力为 50 kPa 时，膨胀土发生蠕变破坏所需的偏应力水平值为 35 kPa (图 1(a))；固结压力为 100 kPa 时，所需的偏应力水平值为 70 kPa (图 1(b))；固结压力为 200 kPa 时，所需的偏应力水平值为 130 kPa (图 1(c))；固结压力为 300 kPa 时，所需的偏应力水平值为 190 kPa (图 1(d))。大体上，相同偏应力作用下固结压力越大，轴向应变增量越小。如偏应力为 20 kPa，固结压力为 50、100 kPa 时对应的 $\Delta\epsilon_d$ 分别为 0.044%、0.026%；偏应力为 40 kPa，固结压力为 100、200、300 kPa 时对应的 $\Delta\epsilon_d$ 分别为 0.237%、0.162%、0.040%；偏应力为 80 kPa，固结压力为 200、300 kPa 时对应的 $\Delta\epsilon_d$ 分别为 0.561%、0.125%。

(4) 当偏应力增加到一定值后，土体发生蠕变破坏。值得注意的是，卸荷路径下膨胀土发生蠕变破坏与经典的加速蠕变阶段存在差异。一般地，加速蠕变阶段的变形速率是不断增加的，且历时很短。但从图 1 可以看到，卸荷状态下，当土体进入加速蠕变阶段，其应变速率较等速蠕变阶段的应变速率大得多，但该阶段的变形似乎以一个较大的应变速率在“等速”发展，直至变形达到了试验结束条件而终止。

根据膨胀土蠕变试验数据可作出其应力-应变等时曲线，图 2 给出了固结压力为 300 kPa 时膨胀

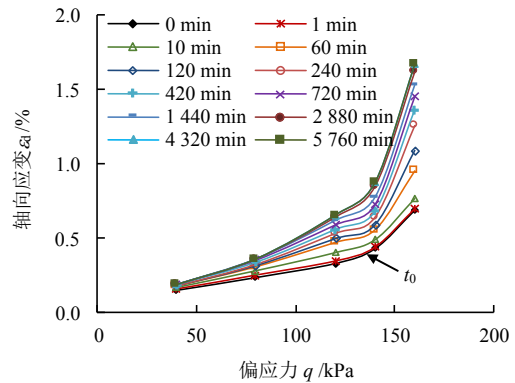


图2 固结压力为 300 kPa 膨胀土应力-应变等时曲线簇

Fig.2 Isochronous stress-strain curves of expansive soil with confining pressure of 300 kPa

土三轴卸荷排水剪切蠕变的等时曲线簇，由于在前几级压力的作用下，膨胀土的变形很小，而当土体进入蠕变破坏阶段，变形增长较快，因此，在等时曲线上仅给出蠕变破坏阶段前的偏应力值，即未出现加速蠕变阶段的各级偏应力值。

从图 2 可以看出，随着蠕变时间的推移，应力-应变等时曲线逐渐远离偏应力轴向应变轴弯曲，且蠕变时间越长，等时曲线偏离直线的程度越大，向应变轴弯曲越明显。同时，对于某一时刻来说，应力-应变等时曲线向应变轴弯曲的程度还与应力水平有关，应力水平越高，曲线向应变轴弯曲越明显。由此可以看出，膨胀土具有非线性蠕变特征，且非线性程度与蠕变时间和应力水平有关，线性范围随着蠕变时间的延长和应力水平的提高而减小，非线性程度随之增强。

3 膨胀土非线性蠕变模型

3.1 非线性蠕变模型的建立

标准线性体可以反映土体的瞬时变形和衰减蠕变，可用于描述低应力水平下膨胀土的变形特性，然而无法描述高应力水平下膨胀土的变形特性。臧濛^[23]在研究湛江黏土动力蠕变特性时提出，在伯格模型基础上串联非线性黏塑性模型以描述土体的加速流变阶段特征。借鉴这一思路，本文尝试将标准线性体串联一个非线性黏壶来描述，非线性四元件蠕变模型如图 3 所示。

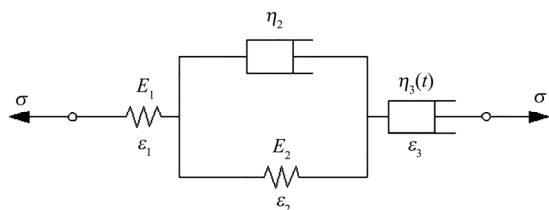


图 3 非线性四元件蠕变模型
Fig.3 Nonlinear four-element creep model

该非线性四元件蠕变模型的状态方程为

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 \\ \varepsilon &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中： σ_1 、 σ_2 和 σ_3 分别为弹性体、Kelvin 体和非线性黏壶的应力； ε_1 、 ε_2 和 ε_3 分别为弹性体、Kelvin 体和非线性黏壶的应变； σ 为总应力； ε 为总应变。

研究表明，在非线性流变状态下岩土体的黏滞系数并非常数^[11, 24]，其与应力水平和加载持续时间相关，与加载时间的关系可表示为

$$\eta_3(t) = \frac{\eta_3}{\beta^t} \quad (2)$$

式中： β 为与土体所受应力水平相关的系数，且 $\beta > 0$ ； t 为蠕变时间； η_3 为非线性黏壶的黏滞系数。

于是，得到各元件的本构关系如下式所示：

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= E_1 \varepsilon_1 \\ \sigma &= E_2 \varepsilon_2 + \eta_2 \dot{\varepsilon}_2 \\ \sigma &= \frac{\eta_3}{\beta^t} \dot{\varepsilon}_3 \\ \varepsilon &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中： $\dot{\varepsilon}_2$ 、 $\dot{\varepsilon}_3$ 分别为 Kelvin 体和非线性黏壶的应变速率； η_2 为 Kelvin 体中黏壶的黏滞系数； E_1 为弹性模量； E_2 为黏弹性模量。

通过对式 (3) 计算整理，得到一维状态下该非线性四元件蠕变模型方程：

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= \frac{\sigma}{E_1} + \frac{\sigma}{E_2} (1 - e^{-\frac{E_2 t}{\eta_2}}) + \frac{\sigma}{\eta_3} t, \quad \beta = 1 \\ \varepsilon &= \frac{\sigma}{E_1} + \frac{\sigma}{E_2} (1 - e^{-\frac{E_2 t}{\eta_2}}) + \frac{\sigma}{\eta_3 \ln \beta} (\beta^t - 1), \quad \beta \neq 1 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

对上式进行求导，得到应变速率方程：

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varepsilon} &= \frac{\sigma}{\eta_2} e^{-\frac{E_2 t}{\eta_2}} + \frac{\sigma}{\eta_3}, \quad \beta = 1 \\ \dot{\varepsilon} &= \frac{\sigma}{\eta_2} e^{-\frac{E_2 t}{\eta_2}} + \frac{\sigma}{\eta_3} \beta^t, \quad \beta \neq 1 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

可以看出，若使得 $t \rightarrow \infty$ ，当 $\beta = 1$ 时，该非线性四元件模型便退化成了 Burgers 模型，其应变速率为一常数，可描述等速蠕变；当 $0 < \beta < 1$ 时， $\dot{\varepsilon} \rightarrow 0$ ，即可描述衰减蠕变；当 $\beta > 1$ 时， $\dot{\varepsilon} \rightarrow \infty$ ，即可描述加速蠕变。

三维应力状态下，土体的应力张量 σ_{ij} 可分解为球应力张量 σ_m 和偏应力张量 S_{ij} ，即

$$\sigma_{ij} = S_{ij} + \delta_{ij} \sigma_m \quad (6)$$

其中：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_m &= \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{3} \sigma_{kk} \\ S_{ij} &= \sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma_m = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中： σ_{kk} 为应力张量第一不变量； δ_{ij} 为 Kronecker 函数。

同理，将相应的应变张量 ε_{ij} 分解为球应变张量 ε_m 和偏应变张量 e_{ij} ，即

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij} = \boldsymbol{e}_{ij} + \delta_{ij}\boldsymbol{\varepsilon}_m \quad (8)$$

其中:

$$\left. \begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_m &= \frac{1}{3}(\boldsymbol{\varepsilon}_1 + \boldsymbol{\varepsilon}_2 + \boldsymbol{\varepsilon}_3) = \frac{1}{3}\boldsymbol{\varepsilon}_{kk} \\ \boldsymbol{e}_{ij} &= \boldsymbol{\varepsilon}_{ij} - \delta_{ij}\boldsymbol{\varepsilon}_m = \boldsymbol{\varepsilon}_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\boldsymbol{\varepsilon}_{kk} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中: $\boldsymbol{\varepsilon}_{kk}$ 为应变张量第一不变量。

三维应力状态下的 Hooke 体满足:

$$\left. \begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}_m &= 3K\boldsymbol{\varepsilon}_m \\ \boldsymbol{S}_{ij} &= 2G\boldsymbol{e}_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中: K 为体积模量; G 为剪切模量。

假设土体的弹性应变仅由应力球张量引起, 蠕变变形由应力偏张量引起, 则三维应力状态下土体的非线性四元件蠕变方程为

$$\left. \begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon} &= \frac{\boldsymbol{\sigma}_m}{3K}\delta_{ij} + \frac{\boldsymbol{S}_{ij}}{2G_1} + \frac{\boldsymbol{S}_{ij}}{2G_2}\left(1 - e^{-\frac{G_2 t}{\eta_2}}\right) + \frac{\boldsymbol{S}_{ij}}{2\eta_3}t, \\ \beta &= 1 \\ \boldsymbol{\varepsilon} &= \frac{\boldsymbol{\sigma}_m}{3K}\delta_{ij} + \frac{\boldsymbol{S}_{ij}}{2G_1} + \frac{\boldsymbol{S}_{ij}}{2G_2}\left(1 - e^{-\frac{G_2 t}{\eta_2}}\right) + \frac{\boldsymbol{S}_{ij}}{2\eta_3 \ln \beta}(\beta^t - 1), \\ \beta &\neq 1 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中: G_1 、 G_2 分别为弹性剪切模量和黏弹性剪切模量。

由式 (11) 可得到等围压三轴压缩应力状态下土体轴向应变的非线性四元件蠕变模型公式:

$$\left. \begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon} &= \frac{\boldsymbol{\sigma}_1 + 2\boldsymbol{\sigma}_3}{9K} + \frac{\boldsymbol{\sigma}_1 - \boldsymbol{\sigma}_3}{3G_1} + \frac{\boldsymbol{\sigma}_1 - \boldsymbol{\sigma}_3}{3G_2}\left(1 - e^{-\frac{G_2 t}{\eta_2}}\right) + \frac{\boldsymbol{\sigma}_1 - \boldsymbol{\sigma}_3}{3\eta_3}t, \\ \beta &= 1 \\ \boldsymbol{\varepsilon} &= \frac{\boldsymbol{\sigma}_1 + 2\boldsymbol{\sigma}_3}{9K} + \frac{\boldsymbol{\sigma}_1 - \boldsymbol{\sigma}_3}{3G_1} + \frac{\boldsymbol{\sigma}_1 - \boldsymbol{\sigma}_3}{3G_2}\left(1 - e^{-\frac{G_2 t}{\eta_2}}\right) + \frac{\boldsymbol{\sigma}_1 - \boldsymbol{\sigma}_3}{3\eta_3 \ln \beta}(\beta^t - 1), \\ \beta &\neq 1 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

3.2 非线性蠕变模型的适宜性分析与参数辨识

曲线拟合法是确定岩土体流变模型参数应用较为广泛的一种方法^[25]。本文根据膨胀土三轴卸荷蠕变试验结果, 基于最小二乘法基本原理, 利用 1stOpt 优化软件, 采用曲线拟合法对该非线性四元件模型参数进行反演识别。限于篇幅, 表 4 仅给出了固结压力为 50、300 kPa 时, 各级偏应力作用下蠕变曲线的参数反演结果, 其拟合曲线和试验曲线对比情况如图 4 所示。

表 4 非线性四元件蠕变模型的参数辨识

Table 4 Parameter identification of nonlinear four-element creep model

σ_1/kPa	q/kPa	β	K/MPa	G_1/MPa	G_2/MPa	$\eta_2/(\text{MPa} \cdot \text{min})$	$\eta_3/(\text{MPa} \cdot \text{min})$	相关系数 R^2
50	20	0.977 1	16.65	7.68	25.56	57.62	1 671.70	0.972 7
50	25	0.982 4	17.48	8.07	18.39	94.15	1 274.06	0.994 8
50	30	0.992 4	15.21	7.02	15.51	208.61	1 452.91	0.998 4
50	35	1.001 1	15.00	6.92	30.00	22.00	3 050.32	0.986 3
50	40	1.009 1	12.31	5.68	25.45	38.11	507.44	0.992 9
300	40	0.900 0	78.73	36.34	95.30	22 816.71	673.66	0.992 8
300	80	0.930 0	56.39	26.02	45.03	18 491.77	737.38	0.995 8
300	120	0.962 6	45.88	21.17	22.58	17 599.62	841.50	0.997 7
300	140	0.981 3	37.83	17.46	16.39	20 179.68	1 790.35	0.998 8
300	160	0.991 4	25.56	11.80	13.13	16 762.97	1 118.23	0.999 6
300	180	1.000 0	19.73	9.11	2.24	341.40	7 874.34	0.999 6
300	190	1.000 1	17.97	8.30	1.50	311.62	891.98	0.999 4

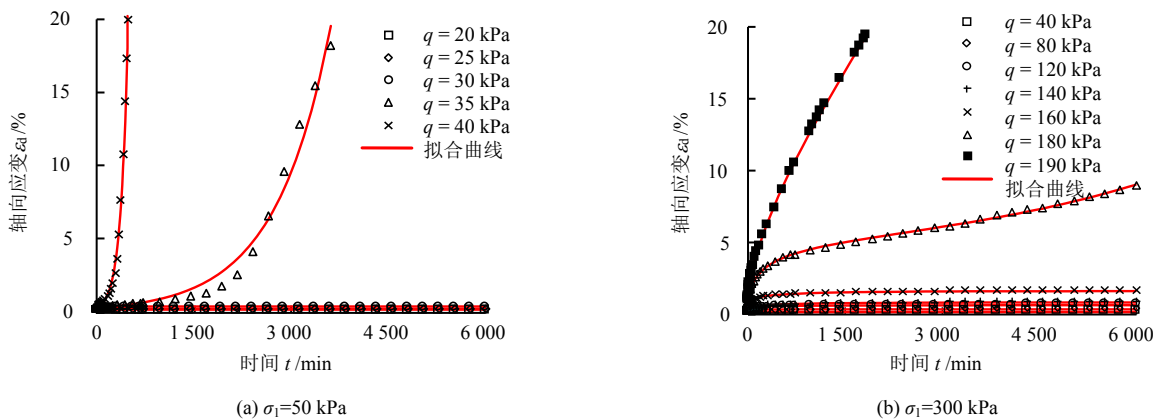


图 4 蠕变试验数据点与拟合曲线

Fig.4 Creep test results and their fitting curves

由表 4 可见，尽管膨胀土试样具有一定的离散性，导致拟合得到的参数如黏滞系数、黏弹性模量等规律性不强，但表征非线性影响的参数 β 的规律性明显。同时，由图 4 可以看出，该非线性四元件模型拟合曲线和试验点吻合良好，除个别曲线外，其他拟合曲线的相关系数均在 0.99 以上，说明该模型可以很好地描述等围压三轴压缩应力状态下膨胀土蠕变过程中轴向应变的演变规律，具有一定的适用性。

4 基于非线性蠕变模型的临界破坏应力辨识

由表 4 可见，当固结压力一定时，表征非线性影响的参数 β 随着偏应力的增加而增大。对于该蠕变模型来说， $\beta > 1$ 反映土体变形快速发展而发生破坏； $0 < \beta < 1$ 反映土体的变形进入稳定状态；当 $\beta = 1$ 时，所对应的应力即为临界破坏应力。

将该非线性四元件蠕变模型中的参数 β 与偏应力建立关系，如图 5 所示。

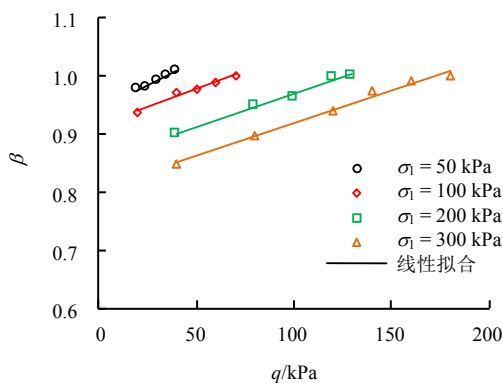


图 5 不同围压下参数 β 与偏应力的关系

Fig.5 Relationships between parameter β and deviatoric stress under different confining pressures

从图 5 可以看出，参数 β 与施加的偏应力水平 q 呈较好的线性关系，且不同固结压力下 $\beta-q$ 曲线近乎平行。通过两者之间的线性关系，得到 $\beta=1$ 所对应的应力即为临界破坏应力，由此得到 4 个固结压力下膨胀土的临界破坏应力列于表 5。表 5 也给出了常规卸荷剪切时土体的剪切破坏应力 $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ ，以及蠕变试验得到的临界破坏应力与 $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ 的比值。可以看到，卸荷蠕变破坏应力约为 $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ 的 50%~80%之间。卸荷蠕变临界破坏应力比呈现出一定的规律性，表现为固结压力越小，其临界破坏应力比越小，即表明越近地表面的土层，其在开挖过程中发生蠕变破坏的可能性越大，这或许是膨胀

土滑坡一般为浅层滑坡的原因。

表 5 临界破坏应力
Table 5 Critical failure stress

σ_1/kPa	$(\sigma_1 - \sigma_3)_f/\text{kPa}$	临界破坏应力 σ_c/kPa	$\sigma_c / (\sigma_1 - \sigma_3)_f$
50	73.4	34.6	0.471 4
100	105.4	66.4	0.630 0
200	171.5	127.2	0.741 7
300	231.1	176.7	0.764 6

5 结 论

(1) 膨胀土卸荷蠕变试验表明，当偏应力达到一定值时，其蠕变曲线也呈现衰减蠕变、稳态蠕变和加速蠕变 3 个阶段，但其加速蠕变阶段的特征与一般岩土体不同，其蠕变速度近乎常数。

(2) 应力-应变等时曲线表明，膨胀土卸荷蠕变具有非线性特征，且其非线性程度与蠕变时间和应力水平相关，蠕变时间越长、应力水平越高，其非线性程度越高。

(3) 提出了一种三维非线性蠕变模型，将标准线性体与一个非线性黏壶串联，建立了可描述等围压三轴压缩应力状态下膨胀土轴向应变演化规律的非线性蠕变模型。

(4) 根据膨胀土卸荷蠕变试验结果，采用曲线拟合法对三维非线性模型的参数进行反演识别。拟合曲线和试验曲线对比显示，两者吻合良好，说明该模型可以很好地描述膨胀土的蠕变特性。

(5) 膨胀土的临界破坏应力可根据非线性蠕变模型获取，其与常规剪切破坏应力的比值随着固结压力的减小而减小，表明越接近坡面的土层越容易发生蠕变破坏。

参 考 文 献

[1] 陈生水, 郑澄锋, 王国利. 膨胀土边坡长期强度变形特性和稳定性研究[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(6): 795—799.
CHEN Sheng-shui, ZHENG Cheng-feng, WANG Guo-li. Researches on long-term strength deformation characteristics and stability of expansive soil slopes[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(6): 795—799.

[2] 包承纲. 非饱和土的性状及膨胀土边坡稳定问题[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(1): 1—15.
BAO Cheng-gang. Behavior of unsaturated soil and stability of expansive soil slope[J]. Chinese Journal of

- Geotechnical Engineering**, 2004, 26(1): 1–15.
- [3] 廖世文. 膨胀土与铁路工程[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1984.
LIAO Shi-wen. Expansive soil and railroad engineering[M]. Beijing: China Railway Press, 1984.
- [4] 孙钧. 岩土材料流变及其工程应用[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1999.
SUN Jun. Rheology of geotechnical materials and its engineering application[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 1999.
- [5] 胡新丽, 孙淼军, 唐辉明, 等. 三峡库区马家沟滑坡滑体粗粒土蠕变试验研究[J]. 岩土力学, 2014, 35(11): 3163–3169.
HU Xin-li, SUN Miao-jun, TANG Hui-ming, et al. Creep tests of gravel-soil of Majiagou landslide in Three Gorges reservoir area[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2014, 35(11): 3163–3169.
- [6] 王鹏程, 骆亚生, 胡连信, 等. 重塑黄土三轴蠕变特性研究及模型分析[J]. 岩土力学, 2015, 36(6): 1627–1632.
WANG Peng-cheng, LUO Ya-sheng, HU Lian-xin, et al. Research on triaxial creep characteristics and models of remolded loess[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2015, 36(6): 1627–1632.
- [7] FENG W Q, LALIT B, YIN Z Y, et al. Long-term non-linear creep and swelling behavior of Hong Kong marine deposits in oedometer condition[J]. **Computers and Geotechnics**, 2017, 84: 1–15.
- [8] 张小燕, 蔡燕燕, 王振波, 等. 珊瑚砂高压下一维蠕变分形破碎及颗粒形状分析[J]. 岩土力学, 2018, 39(5): 1573–1580.
ZHANF Xiao-yan, CAI Yan-yan, WANG Zhen-bo, et al. Fractal breakage and particle shape analysis for coral sand under high-pressure and one-dimensional creep conditions[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2018, 39(5): 1573–1580.
- [9] 李鑫, 刘恩龙, 侯丰. 考虑温度影响的冻土蠕变本构模型[J]. 岩土力学, 2019, 40(2): 624–631.
LI Xin, LIU En-long, HOU Feng. A creep constitutive model for frozen soils considering the influence of temperature[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2019, 40(2): 624–631.
- [10] 李军霞, 王常明, 张先伟. 不同排水条件下软土蠕变特性与微观孔隙变化[J]. 岩土力学, 2010, 31(11): 3493–3498.
LI Jun-xia, WANG Chang-ming, ZHANG Xian-wei. Creep properties and micropore changes of soft soil under different drainage conditions[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(11): 3493–3498.
- [11] 张先伟. 结构性软土蠕变特性及扰动状态模型[D]. 长春: 吉林大学, 2010.
ZHANG Xian-wei. Creep characteristics of structured soft clay and its DSC model[D]. Changchun: Jilin University, 2010.
- [12] 李国维, 周洋, 阮玉胜, 等. 平面变形超固结软黏土蠕变特征[J]. 岩土工程学报, 2014, 36(6): 1028–1035.
LI Guo-wei, ZHOU Yang, RUAN Yu-sheng, et al. Plane strain tests on creep characteristics of over-consolidated clay[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2014, 36(6): 1028–1035.
- [13] 李珍玉, 肖宏彬, 金文婷, 等. 南宁膨胀土非线性流变模型研究[J]. 岩土力学, 2012, 33(8): 2297–2302.
LI Zhen-yu, XIAO Hong-bin, JIN Wen-ting, et al. Study of nonlinear rheological model of Nanning expansive soils[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2012, 33(8): 2297–2302.
- [14] 金文婷. 南宁非饱和膨胀土非线性流变特性试验研究[D]. 株州: 湖南工业大学, 2011.
JIN Wen-ting. Experimental study on non-linear rheological characteristics of Nanning unsaturated expansive soil[D]. Zhuzhou: Hunan University of Technology, 2011.
- [15] 许豪, 肖宏彬, 滕珂. 南宁膨胀土直剪蠕变特性及长期强度试验研究[J]. 公路工程, 2011, 36(1): 31–36.
XU Hao, XIAO Hong-bin, TENG Ke. Experimental study on direct shear creep characteristics and long-term strength for Nanning expansive soil[J]. **Highway Engineering**, 2011, 36(1): 31–36.
- [16] 邱平华. 膨胀土直剪蠕变特性及长期强度研究[D]. 株州: 湖南工业大学, 2012.
QIU Ping-hua. Study on direct shear creep characteristics and the long-term strength of expansive soil[D]. Zhuzhou: Hunan University of Technology, 2012.
- [17] 陈沅江, 潘长良, 曹平, 等. 基于内时理论的软岩流变本构模型[J]. 中国有色金属学报, 2003, 13(3): 735–742.
CHEN Ruan-jiang, PAN Chang-liang, CAO Ping, et al. Rheological constitutive model of soft rock based on

- internal time theory[J]. **The Chinese Journal of Nonferrous Metals**, 2003, 13(3): 735—742.
- [18] 徐卫亚, 杨圣奇, 谢守益, 等. 绿片岩三轴流变力学特性的研究(II): 模型分析[J]. **岩土力学**, 2005, 26(5): 693—698.
- XU Wei-ya, YANG Sheng-qi, XIE Shou-yi, et al. Investigation on triaxial rheological mechanical properties of greenschist specimen (II): model analysis[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(5): 693—698.
- [19] 张治亮, 徐卫亚, 王伟. 向家坝水电站坝基挤压带岩石三轴蠕变试验及非线性黏弹塑性蠕变模型研究[J]. **岩石力学与工程学报**, 2011, 30(1): 132—140.
- ZHANG Zhi-liang, XU Wei-ya, WANG Wei. Study of triaxial creep tests and its nonlinear visco-elastoplastic creep model of rock from compressive zone of dam foundation in Xiangjiaba hydropower station[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2011, 30(1): 132—140.
- [20] 交通部公路科学研究院. JTG E40—2007, 公路土工试验规程[S]. 北京: 人民交通出版社, 2007.
- Research Institute of Highway Science, Ministry of Communications. JTG E40—2007, Test methods of soils for highway engineering[S]. Beijing: China Communications Press, 2007.
- [21] 谭罗荣, 孔令伟. 特殊岩土工程土质学[M]. 北京: 科学出版社, 2006.
- TAN Luo-rong, KONG Ling-wei. Soil geotechnology in special geotechnical and engineering[M]. Beijing: Science Press, 2006.
- [22] 刘雄. 岩石流变学概论[M]. 北京: 地质出版社, 1994.
- LIU Xiong. An introduction to rock rheology[M]. Beijing: Geology Press, 1994.
- [23] 臧濛. 湛江黏土工程性状的结构损伤基动力响应特征研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2016.
- ZANG Meng. Research on structural damage of engineering behavior and dynamic characteristics for Zhanjiang structured clay[D]. Beijing: Chinese Academy of Sciences, 2016.
- [24] GIODA G. A finite element solution of non-linear creep problems in rocks[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts**, 1981, 18: 35—38.
- [25] 王军保, 刘新荣, 郭建强, 等. 盐岩蠕变特性及其非线性本构模型[J]. **煤炭学报**, 2014, 39(3): 445—451.
- WANG Jun-bao, LIU Xin-rong, GUO Jian-qiang, et al. Creep properties of salt rock and its nonlinear constitutive model[J]. **Journal of China Coal Society**, 2014, 39(3): 445—451.

上接第 3464 页

- [20] 李冠颖, 郭俊志, 谢其泰, 等. 二氧化碳储存环境对油井水泥性质影响之研究[J]. **岩土力学**, 2011(增刊 2): 346—350.
- LEE Kuan-ying, KUO Chun-chin, HSIEH Chi-tai, et al. Study of mechanical and microscopic properties of APIG cement with additives exposed to CO₂-rich environment[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2011(Suppl.2): 346—350.
- [21] CARDE C, ESCADEILLAS G, FRANCOIS R. Use of ammonium nitrate solution to simulate and accelerate the leaching of cement pastes due to deionized water[J]. **Magazine of Concrete Research**, 1997, 49(181): 295—301.
- [22] HEKAL E E, KISHAR E, MOSTAFA H. Magnesium sulfate attack on hardened blended cement pastes under different circumstances[J]. **Cement & Concrete Research**, 2002, 32(9): 1421—1427.
- [23] 梁咏宁, 袁迎曙. 硫酸钠和硫酸镁溶液中混凝土腐蚀破坏的机理[J]. **硅酸盐学报**, 2007, 35(4): 504—508.
- LIANG Yong-ning, YUAN Ying-shu. Mechanism of concrete destruction under sodium sulfate and magnesium sulfate solution[J]. **Journal of the Chinese Ceramic Society**, 2007, 35(4): 504—508.