

# 考虑空间变异性的盾构隧道地层力学响应 敏感性分析

李健斌<sup>1,2,3,4</sup>, 陈 健<sup>1,2,3,4</sup>, 程红战<sup>5</sup>, 张善凯<sup>1,2</sup>, 吴佳明<sup>1,2</sup>, 胡之锋<sup>1,2</sup>

(1. 中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071; 2. 中国科学院大学, 北京 100049;  
3. 中国科学院武汉岩土力学研究所 湖北省环境岩土工程重点实验室, 湖北 武汉 430071; 4. 岩土力学与工程国家重点实验室宁波工程学院工程软  
土实验中心, 浙江 宁波 315211; 5. 湖南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410082)

**摘要:** 针对土体变形参数(弹性模量  $E$ 、泊松比  $\mu$ )、强度参数(黏聚力  $c$ 、内摩擦角  $\varphi$ )对盾构隧道施工地层力学响应的敏感性问题, 以土体参数的空间变异性为切入点, 结合随机场理论、有限差分法和 Monte Carlo 策略, 采用考虑参数空间变异性的敏感性综合评价分析方法, 开展地层力学响应的参数敏感性随机分析。研究表明: 地层力学响应对内摩擦角的空间变异性最为敏感, 其次是弹性模量, 然后是黏聚力, 最不敏感的是泊松比; 不同变异水平条件下, 各参数变异性的敏感程度存在差异, 参数变异水平越高, 其敏感性越强; 3 种参数变异水平下, 泊松比均为不敏感因素, 随机分析中可不考虑其空间变异性对地层力学响应的影响, 黏聚力在变异性较小时也为不敏感因素。

**关键词:** 隧道工程; 盾构隧道; 空间变异性; 敏感性分析; 地层力学响应; 变异水平

**中图分类号:** U 45

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-6915(2019)08-1667-10

## Sensitivity analysis of mechanical parameters to surrounding-soil response induced by shield tunneling considering spatial variability

LI Jianbin<sup>1,2,3,4</sup>, CHEN Jian<sup>1,2,3,4</sup>, CHENG Hongzhan<sup>5</sup>, ZHANG Shankai<sup>1,2</sup>,  
WU Jiaming<sup>1,2</sup>, HU Zhifeng<sup>1,2</sup>

(1. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China; 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China; 3. Hubei Key Laboratory of Geo-Environmental Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China; 4. The Soft Soil Research Center in Ningbo University of Technology, State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Ningbo, Zhejiang 315211, China; 5. College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha, Hunan 410082, China)

**Abstract:** Stochastic calculations, by combining the random field theory and the finite difference analysis together with Monte Carlo simulation, are used to carry out the sensitivity analysis of spatial variability of soil parameters to surrounding-soil response induced by tunneling. The effects of coefficients of variation (COV) of

**收稿日期:** 2018-07-26; **修回日期:** 2019-01-10

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(U1402231, 41807512); 湖北省技术创新重大项目(2017ACA186)

Supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. U1402231 and 41807512) and Hubei Technical Innovation Project (Grant No. 2017ACA186)

**作者简介:** 李健斌(1992-), 男, 2014年毕业于西安理工大学城市地下空间工程专业, 现为博士研究生, 主要从事随机场理论及其在盾构隧道变形应用方面的研究工作。E-mail: lijianbin1992@foxmail.com

**DOI:** 10.13722/j.cnki.jrme.2018.0908

Young's modulus( $E$ ), Poisson's ratio( $\mu$ ), cohesion( $c$ ) and friction angle( $\varphi$ ) on the surrounding-soil response were investigated and discussed in detail. Results show that the main influence factors on surrounding-soil response are arranged in the order of spatial variability of internal friction angle, Young's modulus, cohesion and Poisson's ratio. The higher the variation level of the parameters, the greater the sensitivity of the parameters. Additionally, the influence of spatial variability of Poisson's ratio on surrounding-soil response can be neglected in stochastic analysis. The influence of cohesion can be considered comprehensively according to the variation level.

**Key words** : tunnelling engineering ; shield tunneling ; spatial variability ; sensitivity analysis ; surrounding-soil response ; variation level

## 1 引言

地铁盾构隧道开挖引起的地层力学响应受诸多因素影响,其中岩土体的材料参数,如弹性模量 $E$ 、泊松比 $\mu$ 、黏聚力 $c$ 、内摩擦角 $\varphi$ 是影响地层力学响应的重要因素<sup>[1-2]</sup>。敏感性分析作为研究系统稳定性的重要方法广泛应用于各类地下工程问题,分析影响问题本质的主体因素,确定各因素的敏感性排序,使得分析更为有的放矢。现有敏感性分析多采用单一指标(单个关键部位的变形量或塑性区面积等)对参数的敏感性进行评价,其中朱维申和章光<sup>[3]</sup>针对黄河拉西瓦地下水电站工程,研究了节理岩体各参数对围岩破损区范围的敏感性。侯哲生等<sup>[4]</sup>利用非线性弹塑性有限元法,研究了金川二矿某巷道围岩力学参数对变形的敏感性,并对参数的敏感性进行了排序。王辉和陈卫忠<sup>[5]</sup>依托嘎隆拉隧道工程,研究了围岩变形对力学参数的敏感性。然而,实际工程中控制系统稳定性的内容是多方面的,仅依靠单一指标来评价各因素对系统的敏感性显得过于片面。鉴于参数敏感性分析单指标方法的局限性,黄书岭等<sup>[6]</sup>提出基于敏感度熵权的属性识别综合评价模型,为参数敏感性分析提供了一种新的思路。

上述参数敏感性的研究成果对如何把握影响地下工程问题本质的关键因素具有重要的意义,但这些方法均忽略了土体参数空间变异性的影响,其评价结果难以为考虑参数空间变异性的可靠度分析研究提供准确的参考意见。天然岩土体受诸多地质作用的影响,土体参数的空间变异性又是客观存在的。针对土体参数空间变异性影响隧道开挖后地层力学响应的问题,程红战等<sup>[7-9]</sup>借助随机场模型<sup>[10]</sup>开展了大量的研究工作,研究结果表明土体参数空间变异性会对隧道开挖引起的地层力学响应产生显著的影响。

针对土体参数空间变异性对盾构隧道施工地层力学响应的敏感性问题,本文在前人研究成果的基

础上,进一步完善了参数敏感性分析评价体系,提出了考虑参数空间变异性的敏感性综合评价分析方法。将该方法应用于盾构隧道地层力学响应的参数敏感性分析中,可充分利用各关键部位的变形和塑性区发展情况等多个评价指标对参数敏感性进行综合评价,同时还可以考虑随机分析所得各评价指标数字特征(均值、分位数、变异系数及可靠度指标值)的分布情况<sup>[11]</sup>。

本文针对土体变形参数(弹性模量 $E$ 、泊松比 $\mu$ )、强度参数(黏聚力 $c$ 、内摩擦角 $\varphi$ )空间变异性对盾构隧道施工地层力学响应的敏感性问题,采用考虑参数空间变异性的敏感性综合评价分析方法,利用多个评价指标对3种变异水平下的土体弹性模量、泊松比、黏聚力、内摩擦角空间变异性的敏感性进行综合评价,并借助属性识别理论,明确各因素的敏感性排序及其敏感性等级。该评价方法为考虑空间变异性的参数敏感性分析提供了一种思路,综合评价结果将为盾构隧道施工引起的地层响应分析提供重要的参考依据。

## 2 随机场理论与考虑参数空间变异性的敏感性综合评价方法

### 2.1 随机场理论

随机场理论将任一点处的土体参数看作一个近似服从某项概率分布的随机变量,引入波动范围和自相关结构等空间概念,构建描述土体参数空间变异性的随机场模型。基于中心极限定理,对数正态分布可以看成大量不确定性因素相乘的极限分布形式,这与岩土体的形成过程相吻合<sup>[12-14]</sup>;同时对数正态分布严格非负,符合土体参数的统计特征,因此,本文采用对数正态分布描述土体弹性模量、黏聚力的不确定性;对于内摩擦角和泊松比,受其分布范围限制,设定上下边界对随机参数进行截取,即采用截断对数正态分布<sup>[15]</sup>进行描述。对数随机场

满足各向异性指数型自相关函数<sup>[12,14,16]</sup>,可表示为

$$\rho_{ln}(\tau_x, \tau_z) = \exp\left(-\frac{2\tau_x}{\theta_x} - \frac{2\tau_z}{\theta_z}\right) \quad (1)$$

式中： $\rho_{ln}(\tau_x, \tau_z)$  为对数随机场中两点之间的自相关函数，其值表示两点相关性的强弱，值越大表示相关性越强，且  $0 < \rho_{ln}(\tau_x, \tau_z) < 1$ ； $\tau_x, \tau_z$  分别为水平和竖向距离； $\theta_x, \theta_z$  分别为对数随机场的水平、竖向波动距离，K. K. Phoon 等<sup>[17-19]</sup>结果表明，水平波动距离为 10~80 m，而竖向波动距离为 1~3 m。

随机场离散是生成随机场模型最核心的部分，协方差矩阵分解法<sup>[20]</sup>是一种高精度的随机场离散方法，本文采用协方差矩阵分解法生成参数随机场。利用式(1)建立正定对称的协方差矩阵  $C(n, n)$ ，对  $C$  进行乔列斯基(Cholesky)分解，得到下三角矩阵  $L$ ：

$$C = LU = LL^T \quad (2)$$

式中： $L$  为下三角矩阵， $U$  为上三角矩阵， $L^T$  为矩阵  $L$  的转置。 $Y$  为由  $n$  个相互独立且服从标准正态分布的随机数所组成的列向量，则  $n$  阶高斯随机场模型  $H^D = LY$ ，且其协方差矩阵  $E(H^D(H^D)^T) = E(LY(LY)^T) = E(LL^T)$ ，即高斯随机场  $H^D$  满足相关性要求。对  $H^D$  取指数，可得所需的对数正态随机场  $H$ ，即

$$H = \exp(\mu_{ln} + \sigma_{ln}H^D) \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ln}^2 &= \ln(1 + \sigma^2 / \mu^2) \\ \mu_{ln} &= \ln\mu - \frac{1}{2}\sigma_{ln}^2 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中： $\sigma_{ln}, \mu_{ln}$  分别为变量取对数后的标准差和均值。

借助 Matlab 平台实现参数随机场模型的生成；利用 FLAC<sup>3D</sup> 中内嵌 Fish 编程语言，实现独立生成的参数随机场模型到数值计算模型的一对一映射；采用 Monte-Carlo 策略，实现盾构隧道施工引起地层力学响应的多次随机分析。

## 2.2 考虑参数空间变异性的敏感性综合评价方法

敏感性分析是系统分析法的一种，它假设一个系统包含系统特性  $P(P = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_m))$  及它的  $m$  个因素。在某一基准状态下，分别令各因素在偏离基态可能的取值范围内变动，研究因素  $x_i$  变动对系统特性  $P$  的影响程度。若  $x_i$  的较小变化就能引起  $P$  的较大变化，则表明  $P$  对  $x_i$  敏感，可认为  $x_i$  为系统特性  $P$  的高敏感性参数，反之则为低敏感性参数。为能够对各因素的敏感性进行对比分析，参照章光和朱维申<sup>[21]</sup>定义无量纲形式的敏感度函数：

$$S_i = \left| \frac{\Delta P}{P} \right| \bigg/ \left| \frac{\Delta x_i}{x_i} \right| = \left| \frac{\Delta P}{\Delta x_i} \right| \left| \frac{x_i}{P} \right| \quad (5)$$

式中： $S_i$  为因素  $x_i$  的敏感度( $i = 1, 2, \dots, m$ )， $|\Delta P/P|$  为系统特性的相对变化率， $|\Delta x_i/x_i|$  为某一因素的相对变化率。

### 2.2.1 单个评价指标各数字特征的敏感度矩阵确定

通过式(5)确定由  $m$  个敏感性分析因素和该评价指标  $l$  个数字特征的敏感度构建的样本矩阵： $Y' = (y'_{ie})_{m \times l}$ ，对  $Y'$  进行归一化处理，得到归一化矩阵  $B' = (b'_{ie})_{m \times l}(i = 1, 2, \dots, m; e = 1, 2, \dots, l)$ 。矩阵  $B'$  中元素：

$$b'_{ie} = \frac{y'_{ie} - y'_{\min}}{y'_{\max} - y'_{\min}} \quad (6)$$

式中： $y'_{\max}, y'_{\min}$  分别为评价指标同一数字特征下不同敏感性分析因素中的最大值和最小值。

### 2.2.2 敏感度熵权确定

采用熵权法<sup>[22]</sup>对敏感度样本进行权重化处理，熵权法由各指标的信息效用值(熵值)来确定其权重系数，它可以消除权重系数计算的人为干扰，使评价结果更符合客观实际。主要步骤包括：评价指标(数字特征)敏感度熵  $H_e$  及其熵权  $EW'$  的确定。

敏感度熵  $H_e$  可由下式求得

$$H_e = -\frac{\sum_{i=1}^m f_{ie} \ln f_{ie}}{\ln m} \quad (7)$$

其中，

$$f_{ie} = \frac{1 + b'_{ie}}{\sum_{i=1}^m (1 + b'_{ie})}$$

由下式求得评价指标第  $e$  个数字特征的熵权  $ew'_e$ ，则

$$EW' = (ew'_e)_{l \times 1}$$

其中，

$$ew'_e = \frac{1 - H_e}{\sum_{e=1}^l (1 - H_e)} \quad (8)$$

### 2.2.3 考虑数字特征熵权的综合敏感度矩阵确定

为综合考虑随机分析所得评价指标各数字特征的影响，第  $j$  个评价指标下，通过熵权法确定各数字特征的敏感度熵权  $ew'_e$ ，并由此计算第  $i$  个因素对第  $j$  个评价指标的综合敏感度： $y_{ij} = \sum_{e=1}^l ew'_e y'_{ije}$ ，式中  $y'_{ije}$  为第  $i$  个因素对第  $j$  个评价指标第  $e$  个数字特征的敏感度。

构建  $m$  个敏感性分析因素和  $n$  个评价指标的综合敏感度判断矩阵： $Y = (y_{ij})_{m \times n}$ ，参照式(6)~(8)计算各评价指标的敏感度熵权  $EW = (ew_j)_{1 \times n}$ 。

2.2.4 综合敏感度属性识别<sup>[23]</sup>

构建各因素的综合敏感度属性空间判断矩阵  $AJM$ , 如下式所示, 本文将敏感性程度  $F$  分为 4 类, 即不敏感、较敏感、中度敏感和高度敏感:

$$AJM = \begin{matrix} & C_1 & C_2 & \cdots & C_K \\ \begin{matrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{matrix} & \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1K} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n1} & \cdots & a_{nK} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (9)$$

式中:  $I_n$  为第  $n$  个评价指标,  $C_K$  第  $K$  个属性分割值;  $a_{nK}$  为第  $n$  个评价指标在属性空间  $F$  上的第  $K$  个分割值,  $a_{nK}$  满足  $a_{n1} < a_{n2} < \dots < a_{nK}$  或  $a_{n1} > a_{n2} > \dots > a_{nK}$ 。

基于考虑评价指标各数字特征熵权的综合敏感度判断矩阵  $Y = (y_{ij})_{m \times n}$ , 计算敏感度指标值  $y_{ij}$  具有属性  $C_k$  的属性测度  $L_{ijk} = L(y_{ij} - C_k)$ , 假定  $a_{j1} < a_{j2} < \dots < a_{jK}$ 。当  $y_{ij} = a_{j1}$  时, 取  $L_{ij1} = 1, L_{ij2} = \dots = L_{ijK} = 0$ ; 当  $y_{ij} = a_{jK}$  时, 取  $L_{ijK} = 1, L_{ij1} = \dots = L_{ij(K-1)} = 0$ ; 当  $a_{jt} < y_{ij} < a_{j(t+1)}$  ( $1 \leq t < K-1$ ) 时, 则

$$L_{ijt} = \left. \begin{matrix} \frac{|y_{ij} - a_{j(t+1)}|}{|a_{jt} - a_{j(t+1)}|}, L_{ijt(t+1)} = \frac{|y_{ij} - a_{jt}|}{|a_{jt} - a_{j(t+1)}|} \\ (L_{ijk} = 0, k < t \text{ 或 } k > t+1) \end{matrix} \right\} \quad (10)$$

结合各评价指标的熵权  $EW$ , 可得属性测度:

$$L_{ik} = L(x_i \in C_k) = \sum_{j=1}^n ew_j L_{ijk} \quad (1 \leq i \leq m, 1 \leq k \leq K) \quad (11)$$

置信度准则公式为

$$k_i = \min \left\{ k_0 : \sum_{k=1}^{k_0} L_{ik} \geq \lambda, 1 \leq k_0 \leq K \right\} \quad (12)$$

参数敏感性分析中, 认为敏感程度越低越好, 按照置信度准则(式(12))对各因素的敏感度属性进行识别, 置信度  $\lambda$  一般取  $0.6 \sim 0.7$ <sup>[23]</sup>。根据强序组合(即  $C_1 > C_2 > \dots > C_K$ )进行综合评价, 当“敏感程度相对较低”的类占据大比例, 且达到了置信度  $\lambda$  时, 则认为  $x_i$  属于  $C_{k_i}$  类, 本文选取置信度  $\lambda = 0.7$ 。

按照属性识别的评分准则, 由  $q_{xi}$  大小对参数  $x_i$  的敏感性进行比较排序:

$$q_{xi} = \sum_{k=1}^K (n_k L_{ik}) \quad (13)$$

式中:  $n_k$  为分数, 且  $n_k = K+1 - k$ , 本文  $n_k = 5 - k$ 。

3 参数空间变异性对地层力学响应的敏感性分析

3.1 数值计算模型

将盾构隧道施工问题简化为二维平面应变模型

进行模拟, 采用有限差分软件 FLAC<sup>3D</sup> 开展地层力学响应随机分析。模型尺寸  $76 \text{ m} \times 34 \text{ m}$  (宽 $\times$ 高), 隧道直径  $D = 6.2 \text{ m}$ , 轴线埋深  $H = 15.4 \text{ m}$ , 网格尺寸不大于  $0.75 \text{ m}$ 。除地表为自由边界外, 其他边界均进行法向约束。岩土体采用 M-C 屈服准则的理想弹塑性体, 衬砌结构采用壳单元进行模拟。模型中岩土体和衬砌结构材料的物理力学参数取值见表 1。考虑到隧道开挖使得洞底土体单元处于卸载状态, 且土体表现明显的加卸载特性, 本文简化问题, 将模型划分为上下两层, 下层土弹性模量赋值时取原模量值的 3 倍, 该方法可以简单考虑土体卸载刚度大于加载刚度的特性, 所得的管片结构内力与地层变形也更符合实际<sup>[24]</sup>。数值计算模型如图 1 所示, 图 2 为盾构隧道模型尺寸及相应测点布置。

表 1 模型中土体和管片的物理力学参数

Table 1 Physico-mechanical parameters of soil and shield segment in the model

介质	材料名称	衬砌厚度 $d/\text{m}$	重度 $\gamma/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-3})$	弹性模量 $E/\text{MPa}$	泊松比 $\mu$	内摩擦角 $\varphi/(\circ)$	黏聚力 $c/\text{kPa}$
土体	理想弹塑性材料	-	1 850	25.0 (均值)	0.35	25	25.0
衬砌结构	线弹性材料	0.35	2 450	$24.44 \times 10^3$	0.20	-	-

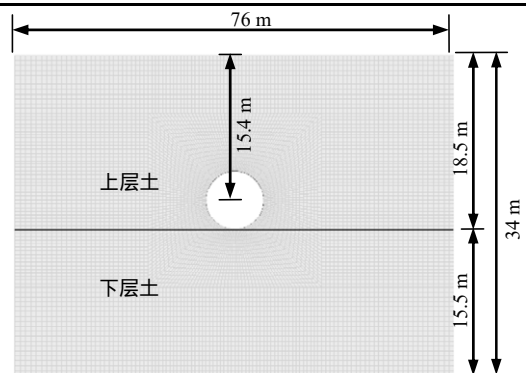


图 1 数值计算模型示意图

Fig.1 Sketch of the numerical model

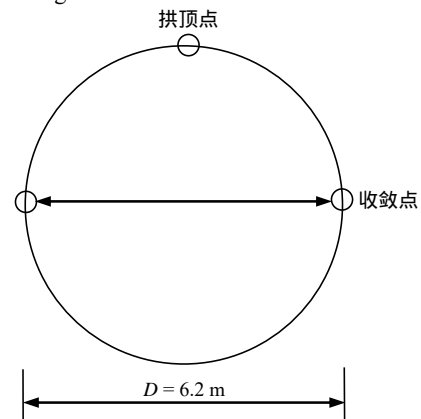


图 2 隧道模型尺寸及监测点

Fig.2 Size and measuring points of tunnel model

盾构隧道开挖及支护过程通过应力释放的方法进行模拟,选定开挖瞬时应力释放率为 50%<sup>[6,24]</sup>。基于随机场理论,研究土体力学参数空间变异性特征的微小变化对盾构隧道开挖引起地层力学响应的敏感程度。地层力学响应综合了地层变形和塑性区发展情况两方面,其中地层变形大小主要取决于土体的变形参数,强度参数是决定地层塑性区大小的关键因素。本文系统研究土体变形参数(弹性模量  $E$ 、泊松比  $\mu$ )、强度参数(内摩擦角  $\varphi$ 、黏聚力  $c$ )空间变异性对盾构隧道施工地层力学响应的敏感性,因此,随机场模型建立过程中同时考虑了弹性模量  $E$ 、泊松比  $\mu$ 、内摩擦角  $\varphi$ 、黏聚力  $c$  的空间变异性,各参数的波动距离<sup>[17-19]</sup>取值相同(竖向波动距离  $\theta_z = 0.3D = 1.86\text{ m}$ ,水平向波动距离  $\theta_x = 6.0D = 37.2\text{ m}$ ),其他物理力学参数设为常量。

### 3.2 参数敏感性综合评价方案

根据敏感度函数的定义,确定系统特性对各因素的敏感性是指各因素在预设基准状态附近变化对系统特性的影响程度。本文的系统特性为地层力学响应(综合地层变形和塑性区面积),可表示为

$$\left. \begin{aligned} X &= (COV_c, COV_\varphi, COV_E, COV_\mu) \\ P &= f(COV_c, COV_\varphi, COV_E, COV_\mu) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

为研究土体力学参数在不同变异水平下变化对地层变形和塑性区的敏感程度,设计 3 个变异系数基准工况,分别为变异水平  $COV = 0.1, 0.2, 0.3$ ,基准状态下的各参数变异系数相同,即  $COV_c = COV_\varphi = COV_E = COV_\mu = COV$ 。选定变异系数设计基准值后,每次只变动某一个参数的变异系数,且在其给定的范围内波动,同时保持其他参数的变异特性不动,由此设计各参数变异系数组合工况,参数变异系数的设计基准值及其变化范围见表 2。

表 2 计算工况  
Table 2 Calculated cases

变异系数 设计基准值	参数变异系数范围			
	弹性模量 $E$	泊松比 $\mu$	内摩擦角 $\varphi$	黏聚力 $c$
0.10	0.05 ~ 0.20	0.05 ~ 0.20	0.05 ~ 0.20	0.05 ~ 0.20
0.20	0.10 ~ 0.30	0.10 ~ 0.30	0.10 ~ 0.30	0.10 ~ 0.30
0.30	0.20 ~ 0.35	0.20 ~ 0.35	0.20 ~ 0.35	0.20 ~ 0.35

结合随机场理论、有限差分法和 Monte Carlo 策略,采用考虑参数空间变异性的敏感性综合评价分析方法,研究各向异性随机场 ( $\theta_x \neq \theta_z$ ) 中,土体黏聚力( $c$ )、内摩擦角( $\varphi$ )、弹性模量( $E$ )以及泊松比 ( $\mu$ )空间变异性对盾构隧道施工地层变形和塑性区

面积的敏感性。每种变异系数组合工况下,均开展 1 000 次蒙特卡洛随机分析,每次随机分析均能得到相应的系统响应值,并计算评价指标的各数字特征<sup>[11]</sup>,按照式(5),计算各参数空间变异性对地层力学响应的敏感度。理论上参数变异系数的波动间隔越小,计算值距离基准值越近,越能体现基准状态下参数变异系数变化对系统的影响。考虑到随机计算的效率,本文变异系数的波动间隔取 0.05,研究由于各力学参数变异系数波动,系统特性  $P$  偏离基准状态  $P^*$  ( $P^* = f(COV_c, COV_\varphi, COV_E, COV_\mu)$ ) 的程度。

### 3.3 计算结果分析

选定参数变异系数基准工况,分析土体变形参数、强度参数空间变异性对盾构隧道施工地层力学响应(综合地层变形和塑性区大小)的敏感性。其中力学参数空间变异性对盾构隧道施工地层变形的影响可以由地表沉降、围岩拱顶沉降及围岩收敛 3 个评价指标进行表征;塑性区一定程度上反映了围岩的破坏情况,由剪、拉塑性区单元的总面积表征围岩的破坏状态。同时由随机分析结果可知,参数空间变异性对评价指标的各数字特征(均值、分位数值、变异系数及可靠度指标值)均存在影响<sup>[11]</sup>。为保证分析的全面性,针对单个评价指标,分别分析参数变异系数波动对评价指标各数字特征的敏感程度,并基于熵权法求得各评价指标的综合敏感度。对于任意一种参数变异系数组合工况,均开展了 1 000 次蒙特卡洛随机分析,其中计算最大变形的可靠度指标时选用的功能函数<sup>[25]</sup> $Z$  及相应的可靠度指标值  $\beta$  为

$$\left. \begin{aligned} Z &= S_{\max} - S_{\lim} \\ \beta &= (\mu_{S_{\max}} - S_{\lim}) / \sigma_Z \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中:  $S_{\max}$  为每次随机计算的最大变形值;  $S_{\lim}$  为给定的最大变形允许值,其中地表沉降允许值为 - 20 mm,拱顶沉降、净空收敛允许值均设为 - 40 mm;  $\mu_{S_{\max}}$  为 1 000 次随机计算所得最大变形的均值。

以最大地表沉降指标为例,展示由评价指标各数字特征的熵权来确定其综合敏感度的方法,表 3 为参数变异系数基准值为 0.2 ( $COV_c = COV_\varphi = COV_E = COV_\mu = 0.2$ ) 时,各计算工况的参数变异系数取值及其分析结果的统计情况,图 3 给出了该基准工况条件下,各参数变异系数波动对最大地表沉降均值、分位数值、变异系数及可靠度指标值的影响情况,可以看出,参数变异系数的波动对最大地表沉降的均值、分位数值、变异系数及可靠度指标值均存在

表 3 工况计算参数及分析结果(COV = 0.2)  
Table 3 Calculation parameters and results(COV = 0.2)

变异系数设计基 准值	工况 序号	变异系数值				最大地表沉降			
		弹性模量 $E$	泊松比 $\mu$	内摩擦角 $\varphi$	黏聚力 $c$	均值/mm	分位数/mm	变异系数	可靠度指标
COV = 0.2	$E_1$	0.10	0.20	0.20	0.20	-15.675	-19.417	0.121	2.277
	$E_2$	0.15	0.20	0.20	0.20	-15.767	-19.277	0.121	2.214
	$E_3$	0.20	0.20	0.20	0.20	-16.122	-19.626	0.129	1.866
	$E_4$	0.25	0.20	0.20	0.20	-16.390	-20.306	0.131	1.682
	$E_5$	0.30	0.20	0.20	0.20	-16.809	-21.336	0.147	1.295
	$\mu_1$	0.20	0.10	0.20	0.20	-16.168	-19.932	0.127	1.871
	$\mu_2$	0.20	0.15	0.20	0.20	-16.034	-19.637	0.124	1.987
	$\mu_3$	0.20	0.20	0.20	0.20	-16.122	-19.626	0.129	1.866
	$\mu_4$	0.20	0.25	0.20	0.20	-16.060	-19.679	0.125	1.966
	$\mu_5$	0.20	0.30	0.20	0.20	-15.950	-19.989	0.131	1.937
	$\varphi_1$	0.20	0.20	0.10	0.20	-15.263	-17.627	0.089	3.502
	$\varphi_2$	0.20	0.20	0.15	0.20	-15.621	-18.657	0.107	2.625
	$\varphi_3$	0.20	0.20	0.20	0.20	-16.122	-19.626	0.129	1.866
	$\varphi_4$	0.20	0.20	0.25	0.20	-16.751	-21.420	0.150	1.295
	$\varphi_5$	0.20	0.20	0.30	0.20	-17.758	-24.245	0.189	0.670
	$c_1$	0.20	0.20	0.20	0.20	-16.004	-19.447	0.121	2.058
	$c_2$	0.20	0.20	0.20	0.20	-16.118	-19.564	0.120	2.014
	$c_3$	0.20	0.20	0.20	0.20	-16.122	-19.626	0.129	1.866
	$c_4$	0.20	0.20	0.20	0.20	-16.223	-20.342	0.134	1.735
	$c_5$	0.20	0.20	0.20	0.20	-16.122	-20.010	0.132	1.819

注：(1) 参数均值：弹性模量  $E = 25.0$  MPa、泊松比  $\mu = 0.35$ 、内摩擦角  $\varphi = 25.0^\circ$ 、黏聚力  $c = 25.0$  kPa；(2) 各参数波动距离取值相同，竖向波动距离  $\theta_z = 0.3D = 1.86$  m，水平向波动距离  $\theta_x = 6.0D = 37.2$  m。

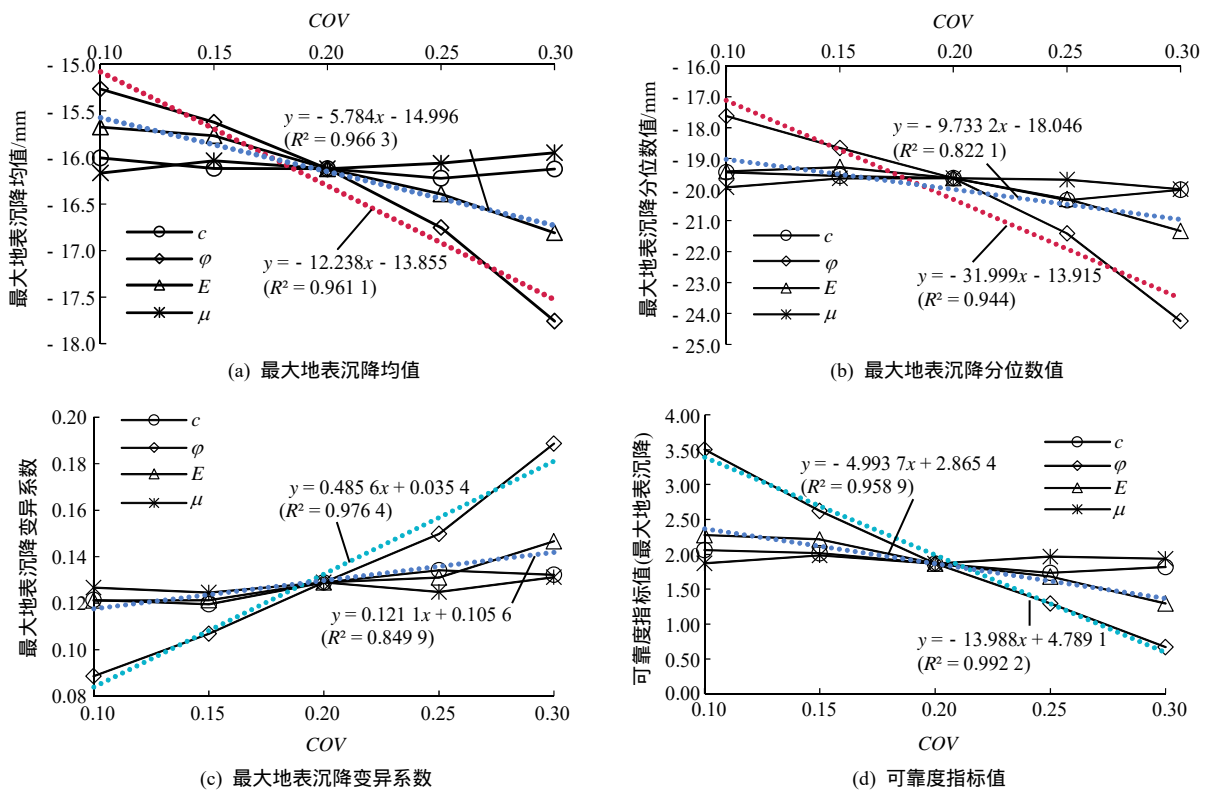


图 3 变异系数对最大地表沉降各特征值的影响(COV = 0.2)

Fig.3 Effects of the coefficient of variation of mechanical parameters on the maximum eigenvalues of surface subsidence(COV = 0.2)

明显影响,其中内摩擦角  $\varphi$  和弹性模量  $E$  对最大地表沉降的影响最为显著且其趋势大致呈线性,黏聚力  $c$  和泊松比  $\mu$  的影响相对较小,为更精确的计算力学参数变异性对最大地表沉降的敏感度值,仅取基准变异系数值附近 0.05 范围内(即 0.15, 0.2, 0.25)的系统值进行线性拟合并计算该参数的敏感度值。

表 4 给出了变异系数设计基准值  $COV = 0.2$  时,各力学参数变异性对最大地表沉降各数字特征的敏感度值,以表 4 中的敏感度值作为样本,采用熵权法确定各数字特征的权重系数,得最大地表沉降各数字特征的熵权  $EW_{地表} = (0.284, 0.230, 0.242, 0.243)$ 。考虑各数字特征的熵权,确定该基准工况下,各参数变异性对最大地表沉降的综合敏感度值。综合评判得到参数变异系数基准值为 0.2 时,参数  $c, \varphi, E, \mu$  变异性对最大地表沉降的敏感度分别为 0.149, 0.613, 0.221, 0.009。同理参数  $c, \varphi, E, \mu$  变异性对围岩拱顶沉降、围岩收敛及塑性区面积的敏感度依次为(0.080, 0.453, 0.353, 0.037), (0.169, 0.732, 0.071, 0.016), (0.057, 1.099, 0.050, 0.026)。表 5 为变异系数基准值  $COV = 0.2$  时,参数变异性对地层变形及塑性区面积的综合敏感度值。

表 4 最大地表沉降各数字特征的敏感度( $COV = 0.2$ )

Table 4 Sensitivity of the eigenvalues of the maximum surface subsidence( $COV = 0.2$ )

参数	敏感度			可靠度指标值
	均值	分位数	变异系数	
$c$	0.013	0.079	0.226	0.299
$\varphi$	0.140	0.282	0.666	1.426
$E$	0.077	0.105	0.150	0.570
$\mu$	0.003	0.004	0.005	0.022

表 5 地层变形及塑性区大小的综合敏感度( $COV = 0.2$ )

Table 5 Comprehensive sensitivity of surrounding soil deformation and plastic zone magnitude( $COV = 0.2$ )

参数	综合敏感度			
	地表沉降	拱顶沉降	围岩收敛	塑性区面积
$c$	0.149	0.080	0.169	0.057
$\varphi$	0.613	0.453	0.732	1.099
$E$	0.221	0.353	0.071	0.050
$\mu$	0.009	0.037	0.016	0.026

以最大地表沉降,拱顶沉降,围岩收敛,塑性区面积作为评价指标,系统研究土体力学参数空间变异性对盾构隧道施工地层力学响应的敏感性。参考朱维申和何满朝<sup>[26]</sup>的研究,给出了本文采用的参

数敏感性的综合评价分类标准,见表 6。

表 6 参数敏感性分类标准

Table 6 Classification criteria for sensibility of model parameters

评价指标	不敏感 $C_1$	较敏感 $C_2$	中度敏感 $C_3$	高度敏感 $C_4$
$I_1$	0.05	0.20	0.50	1.00
$I_2$	0.05	0.20	0.50	1.00
$I_3$	0.05	0.20	0.50	1.00
$I_4$	0.05	0.20	0.50	1.00

基于各因素对地层力学响应的综合敏感度矩阵(见表 5)和参数敏感性的综合评价分类标准(见表 6),借助熵权法求得地表沉降、拱顶沉降、围岩收敛及塑性区面积 4 个评价指标的熵权  $EW = (0.199, 0.249, 0.248, 0.304)$ ,由式(10)可得到各参数的属性测度  $L_{ik}$  见表 7。根据属性测度表,取置信度  $\lambda = 0.7$ ,由式(12),可计算得到各参数变异性的敏感性分布区,又由式(13)计算  $q_{xi}$  的大小,以反映各参数变异性在各自敏感性分布区的排序,其中内摩擦角为 1.575、弹性模量为 3.377、黏聚力为 3.606、泊松比为 4.000。据此,可以得到参数变异水平  $COV = 0.2$  时,各参数变异性对地层力学响应的敏感性综合评价结果,即高度敏感区的因素为内摩擦角的变异性,较敏感区的因素为弹性模量和黏聚力的变异性,不敏感区的因素为泊松比的变异性。

表 7 模型参数的属性测度( $COV = 0.2$ )

Table 7 Attribute measures of various model parameters ( $COV = 0.2$ )

参数	不敏感	较敏感	中度敏感	高度敏感
$c$	0.606	0.394	0.000	0.000
$\varphi$	0.000	0.039	0.497	0.464
$E$	0.518	0.342	0.141	0.000
$\mu$	1.000	0.000	0.000	0.000

同理,当参数变异系数基准值为 0.1( $COV_c = COV_\varphi = COV_E = COV_\mu = 0.1$ )时,求得各参数的属性测度  $L_{ik}$  如表 8 所示。由式(13)计算  $q_{xi}$  的大小,其中内摩擦角为 2.298、弹性模量为 3.497、黏聚力为 4.000、泊松比为 4.000,即中等敏感区的因素为内摩擦角的变异性,较敏感区的因素为弹性模量的变异性,不敏感区的因素为黏聚力及泊松比的变异性。

表 9 给出了参数变异系数基准值为 0.3( $COV_c = COV_\varphi = COV_E = COV_\mu = 0.3$ )时,各参数的属性测度  $L_{ik}$ , 所得  $q_{xi}$  依次是内摩擦角为 1.000、弹性模量为

表 8 模型参数的属性测度(COV = 0.1)

Table 8 Attribute measures of various model parameters (COV = 0.1)

参数	不敏感	较敏感	中度敏感	高度敏感
$c$	1.000	0.000	0.000	0.000
$\varphi$	0.000	0.364	0.571	0.065
$E$	0.592	0.312	0.095	0.000
$\mu$	1.000	0.000	0.000	0.000

表 9 模型参数的属性测度(COV = 0.3)

Table 9 Attribute measures of various model parameters (COV = 0.3)

参数	不敏感	较敏感	中度敏感	高度敏感
$c$	0.535	0.465	0.000	0.000
$\varphi$	0.000	0.000	0.000	1.000
$E$	0.194	0.214	0.301	0.291
$\mu$	0.978	0.022	0.000	0.000

2.311、黏聚力为 3.535、泊松比为 3.978，即高等敏感区的因素为内摩擦角的变异性，中等敏感区的因素为弹性模量的变异性，较敏感区的因素为黏聚力的变异性，不敏感区的因素为泊松比的变异性。

表 10 为不同基准状态下各参数变异性的敏感性综合评价结果，由表可知，考虑参数空间变异性影响的盾构隧道施工地层力学响应随机分析中，地层力学响应对内摩擦角  $\varphi$  的空间变异性最为敏感，其次是弹性模量  $E$ ，然后是黏聚力  $c$ ，最不敏感的是泊松比  $\mu$ 。

表 10 不同基准状态下参数的评价结果

Table 10 Evaluation results of parameters in different datum states

变异系数 设计基准值	参数变异性的敏感程度			
	弹性模量 $E$	泊松比 $\mu$	内摩擦角 $\varphi$	黏聚力 $c$
0.1	较敏感	不敏感	中等敏感	不敏感
0.2	较敏感	不敏感	高度敏感	较敏感
0.3	中等敏感	不敏感	高度敏感	较敏感

不同变异水平条件下，各参数的敏感性也存在差别，基本满足参数的变异水平越高，空间变异性对地层力学响应的敏感程度也越高。3 种变异水平下，内摩擦角空间变异性的敏感程度均在中等敏感以上，相对于其他参数来说敏感性更大，在设计分析选值及勘察时应加以特别重视，尽可能多地进行现场勘察、力学试验以及借鉴类似工程，以获取充

足的统计数据对内摩擦角的空间变异性特征进行精细化描述；弹性模量的空间变异性较内摩擦角而言，其敏感性稍低，但即使低变异水平(COV = 0.1)下，弹性模量也为较敏感因素，因此，盾构隧道地层力学响应的随机分析中亦应加以重视；黏聚力在中等(COV = 0.2)或高变异水平(COV = 0.3)下其变异性的敏感程度为较敏感；对于泊松比，即使在高变异水平(COV = 0.3)下，其参数空间变异性也为不敏感因素，即 3 种参数变异水平下，泊松比的空间变异性在盾构隧道地层力学响应随机分析中均为不敏感因素，因此，分析时可不考虑泊松比空间变异性的影响。

总的来说，不论何种变异水平下，综合地层变形和塑性区大小的地层力学响应对内摩擦角空间变异性的敏感程度最为显著，这一方面是源于内摩擦角是 M-C 屈服准则中表征土体强度的重要参数，其空间变异性特征的变化对塑性区的发展起着重要的作用，另一方面则可能是内摩擦角空间变异性特征的微小波动引起隧道周边进入塑性状态的围岩面积发生变化，从而间接影响地层变形的发展，最终表现出内摩擦角空间变异性的敏感性较弹性模量更大。

### 3.4 塑性区大小与地层变形相关性分析

由上述分析可知，内摩擦角空间变异性对盾构隧道施工地层变形和塑性区面积的敏感性均较大，且其敏感性综合评判结果较弹性模量更大。本节基于变异系数基准值为 0.2 时各工况的随机分析结果，开展塑性区面积大小与地层变形的相关性分析。

图 4 为参数变异系数基准值为 0.2 时，1 000 次随机分析所得塑性区面积的均值随各参数变异系数的变化情况，从图中可知，内摩擦角  $\varphi$  对塑性区的发展存在显著影响，其他 3 个参数的影响相对较小，这和前述分析中的结论相符。

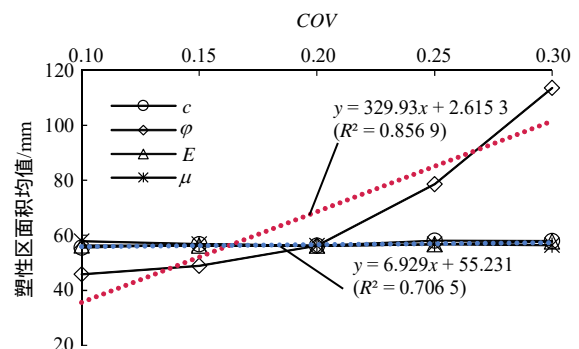


图 4 变异系数对地层塑性区面积均值的影响

Fig.4 Effects of the coefficient of variation of mechanical parameters on average plastic zone magnitude



为了直观地掌握塑性区面积大小与地层变形之间的关系,图 5 分别给出了各参数变异系数均取 0.2 时,1 000 次随机分析所得塑性区面积归一化值与相应最大地表沉降、最大拱顶沉降及最大围岩收敛归一化值的分布情况,可以看出塑性区面积的大小与地表沉降、拱顶沉降及围岩收敛之间均存在明显的正相关性,由 Pearson 公式计算其相关系数分别为 0.692, 0.586, 0.565, 即盾构隧道地层力学响应随机分析中,地层变形与塑性区之间存在显著的正相关性。总的来说,内摩擦角的空间变异性影响着围岩塑性区的发展,同时当进入塑性状态的围岩面积发生较大变化时,其又会间接影响地层变形的变化,这也解释了地层力学响应的参数敏感性综合评价结果中,内摩擦角空间变异性对地层力学响应的敏感程度较弹性模量更高。

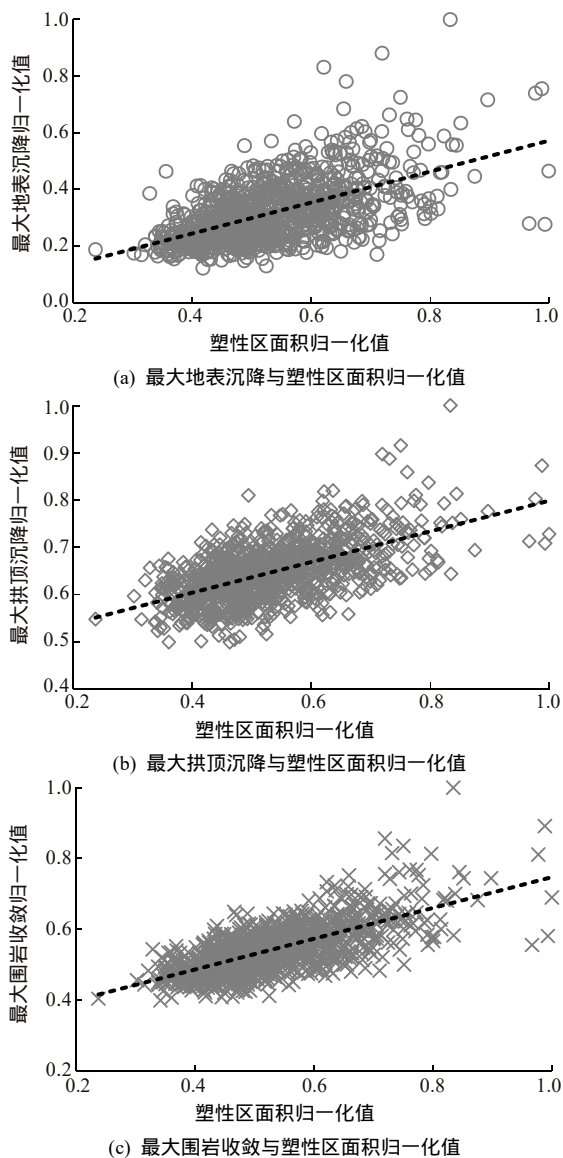


图 5 塑性区与地层变形的相关性

Fig.5 Correlation between plastic zone magnitude and soil deformation

## 4 结 论

本文以土体力学参数的空间变异性为切入点,借助随机可靠度分析及考虑参数空间变异性的敏感性综合评价方法,系统研究各向异性随机场中,土体变形参数(弹性模量  $E$ 、泊松比  $\mu$ )、强度参数(黏聚力  $c$ 、内摩擦角  $\varphi$ )空间变异性对盾构隧道施工地层力学响应(综合地层变形和塑性区)的敏感性。主要结论如下:

(1) 考虑参数空间变异性的敏感性综合评价方法能够充分利用各关键部位的最大变形和塑性区发展情况等多个评价指标对模型参数的敏感性进行综合分析,同时还能考虑随机分析所得变量数字特征的分布情况,评价体系更加全面,综合评价结果将为盾构隧道地层力学响应分析及工程实践提供重要的参考依据。

(2) 同一变异水平下,盾构隧道施工地层力学响应对内摩擦角  $\varphi$  的空间变异性最为敏感,其次是弹性模量  $E$ ,然后是黏聚力  $c$ ,最不敏感的是泊松比  $\mu$ 。

(3) 不同变异水平条件下,各参数空间变异性的敏感程度存在显著区别,参数变异水平越高,其敏感程度也越高。3 种变异系数基准工况下,内摩擦角空间变异性的敏感程度均在中等敏感以上,在设计分析选值及勘察时应加以重视,对其空间变异性特征进行精细化描述;泊松比空间变异性均为不敏感因素,随机分析可不考虑泊松比空间变异性的影响;此外,黏聚力在低变异水平下,其空间变异性也为不敏感因素。

(4) 考虑参数空间变异性的影响,盾构隧道开挖引起的地层变形与塑性区面积之间存在显著的正相关性。内摩擦角作为表征土体强度的重要参数,其空间变异性对地层塑性区的发展起着重要的作用,同时当进入塑性状态的围岩面积发生较大变化时,其又会间接影响地层变形的发展。

作为探讨,本文采用的综合评价方法为参数空间变异性的敏感性分析提供了一种新思路。但需要指出的是,开展弹性模量  $E$ 、泊松比  $\mu$ 、黏聚力  $c$ 、内摩擦角  $\varphi$  空间变异性对地层力学响应的敏感性随机分析时,忽略了各参数之间的互相关性,而这种互相关性也是客观存在的,因此,该敏感性综合评价方法还需进一步补充完善。

## 参考文献(References):

- [1] 聂卫平,徐卫亚,周先齐. 基于三维弹塑性有限元的洞室稳定性参数敏感性灰关联分析[J]. 岩石力学与工程学报,2009,28(增2):

- 3 885–3 893.(NIE Weiping ,XU Weiya ,ZHOU Xianqi. Grey relation analysis of parameter sensitivity of cavern stability based on 3d elastoplastic finite elements[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering , 2009 , 28(Supp.2) : 3 885–3 893.(in Chinese))
- [2] 张志华,周传波,夏志强,等. 地铁隧道土体参数敏感性分析与正反演[J]. 中南大学学报:自然科学版,2013,44(6):2 488–2 493.(ZHANG Zhihua, ZHOU Chuanbo, XIA Zhiqiang, et al. Sensitivity analysis and orthogonal backward analysis of soil parameters for subway tunnel[J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2013, 44(6): 2 488–2 493.(in Chinese))
- [3] 朱维申,章光. 节理岩体参数对围岩破坏区影响的敏感性分析[J]. 地下空间, 1994, 14(1): 10–15.(ZHU Weishen, ZHANG Guang. Susceptibility analyses of parameters of jointed rock to breaking area in surrounding rock[J]. Underground Space, 1994, 14(1): 10–15.(in Chinese))
- [4] 侯哲生,李 晓,王思敬,等. 金川二矿某巷道围岩力学参数对变形的敏感性分析[J]. 岩石力学与工程学报,2005,24(3):406–410.(HOU Zhesheng, LI Xiao, WANG Sijing, et al. Sensitivity analysis of mechanical parameters to deformation of surrounding rocks for a tunnel in Jinchuan deposit II[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(3): 406–410.(in Chinese))
- [5] 王 辉,陈卫忠. 嘎隆拉隧道围岩力学参数对变形的敏感性分析[J]. 岩土工程学报,2012,34(8):1 548–1 553.(WANG Hui, CHEN Weizhong. Sensitivity analysis of mechanical parameters to deformation of surrounding rock in Galongla tunnel[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, 34(8): 1 548–1 553.(in Chinese))
- [6] 黄书岭,冯夏庭,张传庆. 岩体力学参数的敏感性综合评价分析方法研究[J]. 岩石力学与工程学报,2008,27(增1):2 624–2 630.(HUANG Shuling, FENG Xiating, ZHANG Chuanqing. Study of method of comprehensive evaluation for parameters of constitutive model of rock mass[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(Supp.1): 2 624–2 630.(in Chinese))
- [7] 程红战,陈 健,李健斌,等. 基于随机场理论的盾构隧道地表变形分析[J]. 岩石力学与工程学报,2016,35(增2):4 256–4 264.(CHENG Hongzhan, CHEN Jian, LI Jianbin, et al. Study on surface deformation induced by shield tunneling based on random field theory[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2016, 35(Supp.2): 4 256–4 264.(in Chinese))
- [8] 文 明,张顶立,房 倩. 高速铁路隧道围岩参数空间变异性的力学响应分析[J]. 岩石力学与工程学报,2017,36(7):1 697–1 709.(WEN Ming, ZHANG Dingli, FANG Qian. Stochastic analysis of surrounding rock behavior of high speed railway tunnel considering spatial variation of rock parameters[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2017, 36(7): 1 697–1 709.(in Chinese))
- [9] PHOON K K, CHENG Y G. Some observations on stochastic analysis of tunneling simulation in spatially random soil[C]// Proceedings of Eurotun, 2009, the 2nd International Conference on Computational Methods in Tunnelling. Bochum: [s. n.], 2009: 1 061–1 078.
- [10] VANMARCKE E H. Probabilistic modeling of soil profiles[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, 1977, 103(11): 1 227–1 246.
- [11] 李健斌,陈 健,罗红星,等. 基于随机场理论的双线盾构隧道地层变形分析[J]. 岩石力学与工程学报,2018,37(7):1 748–1 765.(LI Jianbin, CHEN Jian, LUO Hongxing, et al. Study on surrounding soil deformation induced by twin shield tunneling based on random field theory[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2018, 37(7): 1 748–1 765.(in Chinese))
- [12] FENTON G A, GRIFFITHS D V. Three-dimensional probabilistic foundation settlement[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2005, 131(2): 232–239.
- [13] 张继周,缪林昌. 岩土参数概率分布类型及其选择标准[J]. 岩石力学与工程学报,2009,28(增2):3 527–3 532.(ZHANG Jizhou, MIAO Linchang. Types and selection criteria of probability distribution of rock and soil parameters[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, 28(Supp.2): 3 527–3 532.(in Chinese))
- [14] FENTON G A, GRIFFITHS D V. Probabilistic foundation settlement on spatially random soil[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2002, 128(5): 381–390.
- [15] SONG K I, CHO G C, LEE S W. Effects of spatially variable weathered rock properties on tunnel behavior[J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2011, 26(3): 413–426.
- [16] LI K S, LUMB P. Probabilistic design of slopes[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1987, 24(4): 520–535.
- [17] PHOON K K, KULHAWY F H. Characterization of geotechnical variability[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1999, 36(4): 612–624.
- [18] EL-RAMLY H, MORGENSTERN N R, CRUDEN D M. Probabilistic stability analysis of a tailings dyke on presheared clay-shale[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2003, 40(1): 192–208.
- [19] 吴振君,葛修润,王水林. 考虑地质成因的土坡可靠度分析[J]. 岩石力学与工程学报,2011,30(9):1 904–1 911.(WU Zhenjun, GE Xiurun, WANG Shuilin. Reliability analysis of soil slope stability considering geologic origin[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, 30(9): 1 904–1 911.(in Chinese))
- [20] DAVIS M W. Production of conditional simulations via the LU triangular decomposition of the covariance matrix[J]. Mathematical Geology, 1987, 19(2): 91–98.
- [21] 章 光,朱维申. 参数敏感性分析与试验方案优化[J]. 岩土力学, 1993, 14(1): 51–57.(ZHANG Guang, ZHU Weishen. Susceptibility analysis of parameters and optimization of test program[J]. Rock and Soil Mechanics, 1993, 14(1): 51–57.(in Chinese))
- [22] 闫文周,顾连胜. 熵权决策法在工程评标中的应用[J]. 西安建筑科技大学学报:自然科学版,2004,36(1):98–100.(YAN Wenzhou, GU Liansheng. Application of the method of entropy proportion in the engineering mark[J]. Journal of Xi'an University of Architecture and Technology: Natural Science, 2004, 36(1): 98–100.(in Chinese))
- [23] 程乾生. 属性识别理论模型及其应用[J]. 北京大学学报:自然科学版, 1997, 33(1): 12–20.(CHENG Qiansheng. Attribute recognition theoretical model with application[J]. Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Pekinensis: Natural Science, 1997, 33(1): 12–20.(in Chinese))
- [24] MÖLLER S C. Tunnel induced settlements and structural forces in linings[Ph. D. Thesis][D]. Stuttgart, Germany: Universität Stuttgart, 2006.
- [25] GONG W P, LUO Z, JUANG C H, et al. Optimization of site exploration program for improved prediction of tunnelling-induced ground settlement in clays[J]. Computers and Geotechnics, 2014, 56(3): 69–79.
- [26] 朱维申,何满潮. 复杂条件下围岩稳定性与岩体动态施工力学[M]. 科学出版社,1995:128–150.(ZHU Weishen, HE Manchao. Stability of rock surrounding in complex condition and dynamic construction mechanics[M]. Beijing: Science Press, 1995: 128–150.(in Chinese))